

Συνδυαστική II

◆ Με πόσους τρόπους μπορούμε να τοποθετήσουμε **δύο** διαφορετικές μπάλες στη σειρά (τη μία δίπλα στην άλλη);



1^{ος} Τρόπος



2^{ος} Τρόπος



♦ Με πόσους τρόπους μπορούμε να τοποθετήσουμε **τρεις** διαφορετικές μπάλες στη σειρά (τη μία δίπλα στην άλλη).

1^{ος} Τρόπος



2^{ος} Τρόπος



3^{ος} Τρόπος



4^{ος} Τρόπος

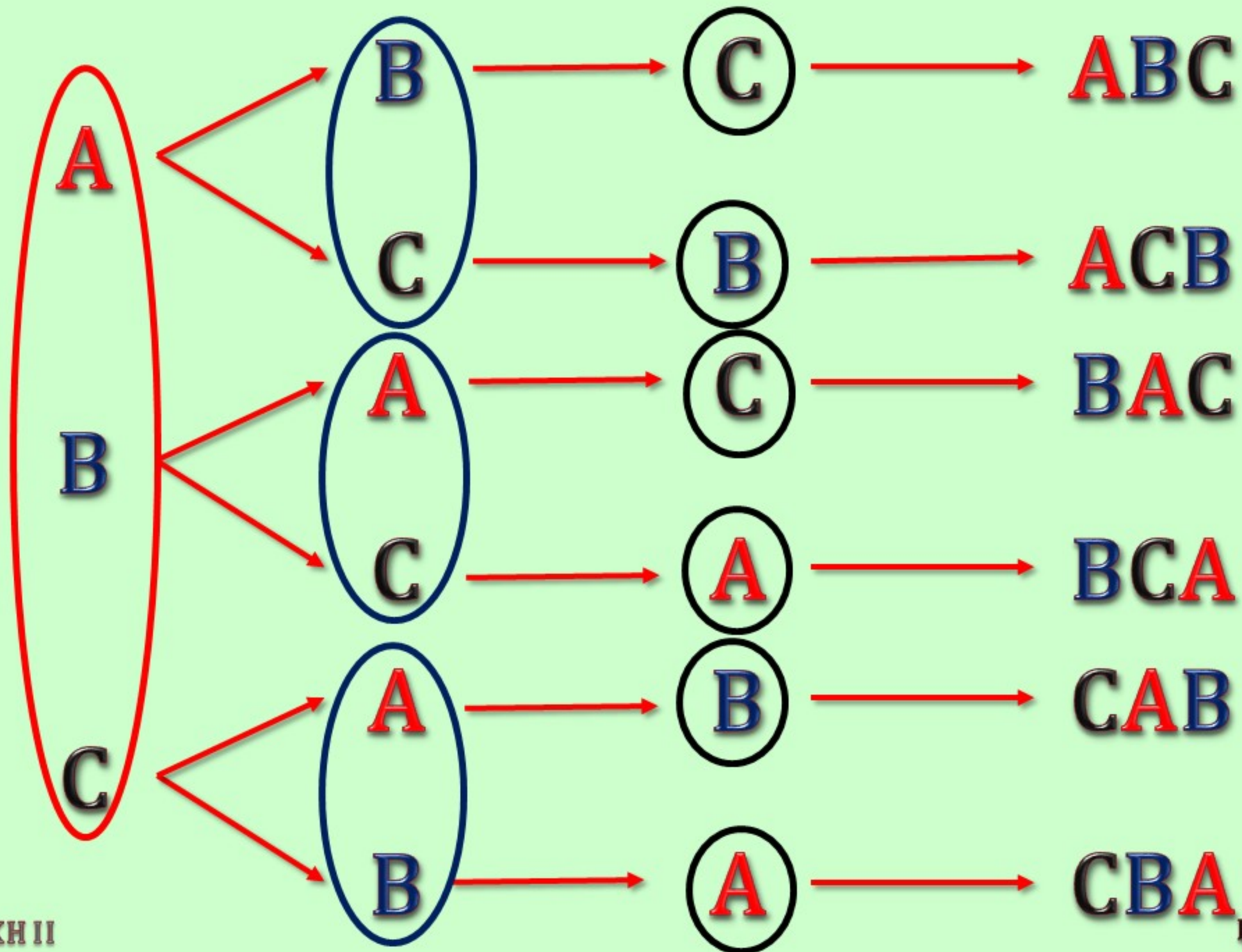


5^{ος} Τρόπος



6^{ος} Τρόπος





◆ Για την καταμέτρηση των τρόπων διάταξης των **τριών** (διαφορετικών μεταξύ τους) αντικειμένων, ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

- Το **1^ο** αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **3** τρόπους.
- Το **2^ο** αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **2** τρόπους.
- Το **3^ο** αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **1** τρόπο.

Άρα μία τριάδα (από τα αντικείμενα), μπορεί να επιλεγεί με **$1 \cdot 2 \cdot 3 = 3! = 6$** .

◆ Για την καταμέτρηση των τρόπων διάταξης των **τεσσάρων** (διαφορετικών μεταξύ τους) αντικειμένων, ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

- Το 1^ο αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **4** τρόπους.
- Το 2^ο αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **3** τρόπους.
- Το 3^ο αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **2** τρόπους.
- Το 4^ο αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **1** τρόπο.

Άρα μία τετράδα (από τα αντικείμενα), μπορεί να επιλεγεί με **$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4! = 24$** .

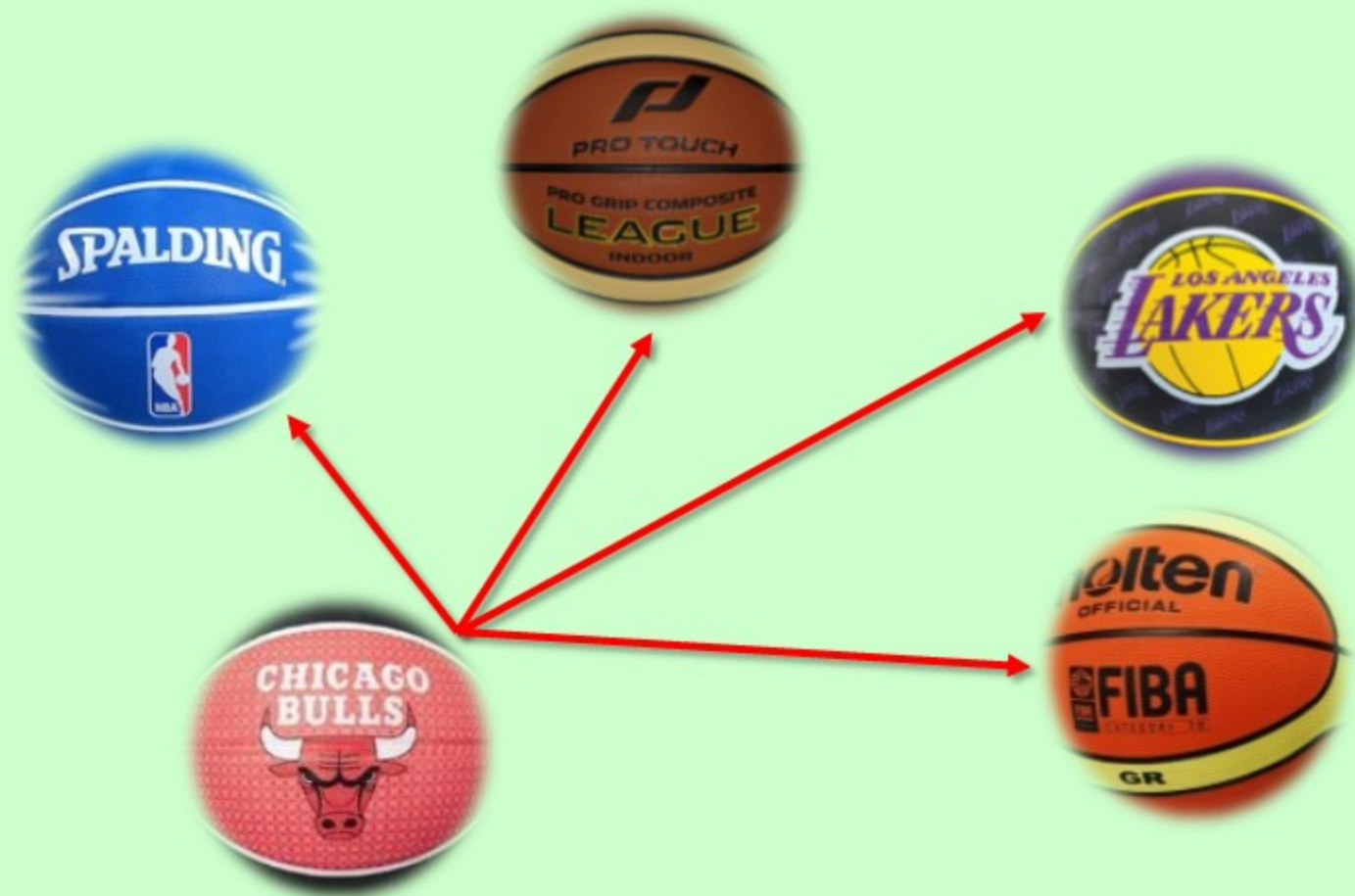
... γενικότερα ...

◆ Οι δυνατοί τρόποι τοποθέτησης n διακεκριμένων αντικειμένων στη σειρά (το ένα δίπλα στο άλλο) είναι:

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n.$$

- Μεταθέσεις n διακεκριμένων αντικειμένων.
- Διατάξεις n διακεκριμένων αντικειμένων ανά n .

- ◆ Με πόσους τρόπους μπορούμε να επιλέξουμε **δύο** διαφορετικές μπάλες (από τις **πέντε**) και να τις τοποθετήσουμε στη σειρά.





A



B



C



D



E

A

B

C

D

E

B

A

C

D

E

C

A

B

D

E

D

A

B

C

E

E

A

B

C

D



A

B

C

D

E

AB AC AD AE

BA BC BD BE

CA CB CD CE

DA DB DC DE

EA EB EC ED

◆ Για την καταμέτρηση των τρόπων επιλογής και διάταξης των **δύο** (διαφορετικών μεταξύ τους) αντικειμένων (από τα πέντε), ακολουθούμε την παρακάτω διαδικασία:

- Το **1^ο** αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **5** τρόπους.
- Το **2^ο** αντικείμενο μπορούμε να το επιλέξουμε με **4** τρόπους.

Άρα μία δυάδα (από τα πέντε αντικείμενα), μπορεί να επιλεγεί με τους παρακάτω τρόπους:

$$4 \cdot 5 = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}{1 \cdot 2 \cdot 3} = \frac{5!}{3!} = \frac{5!}{(5-2)!}$$

... γενικότερα ...

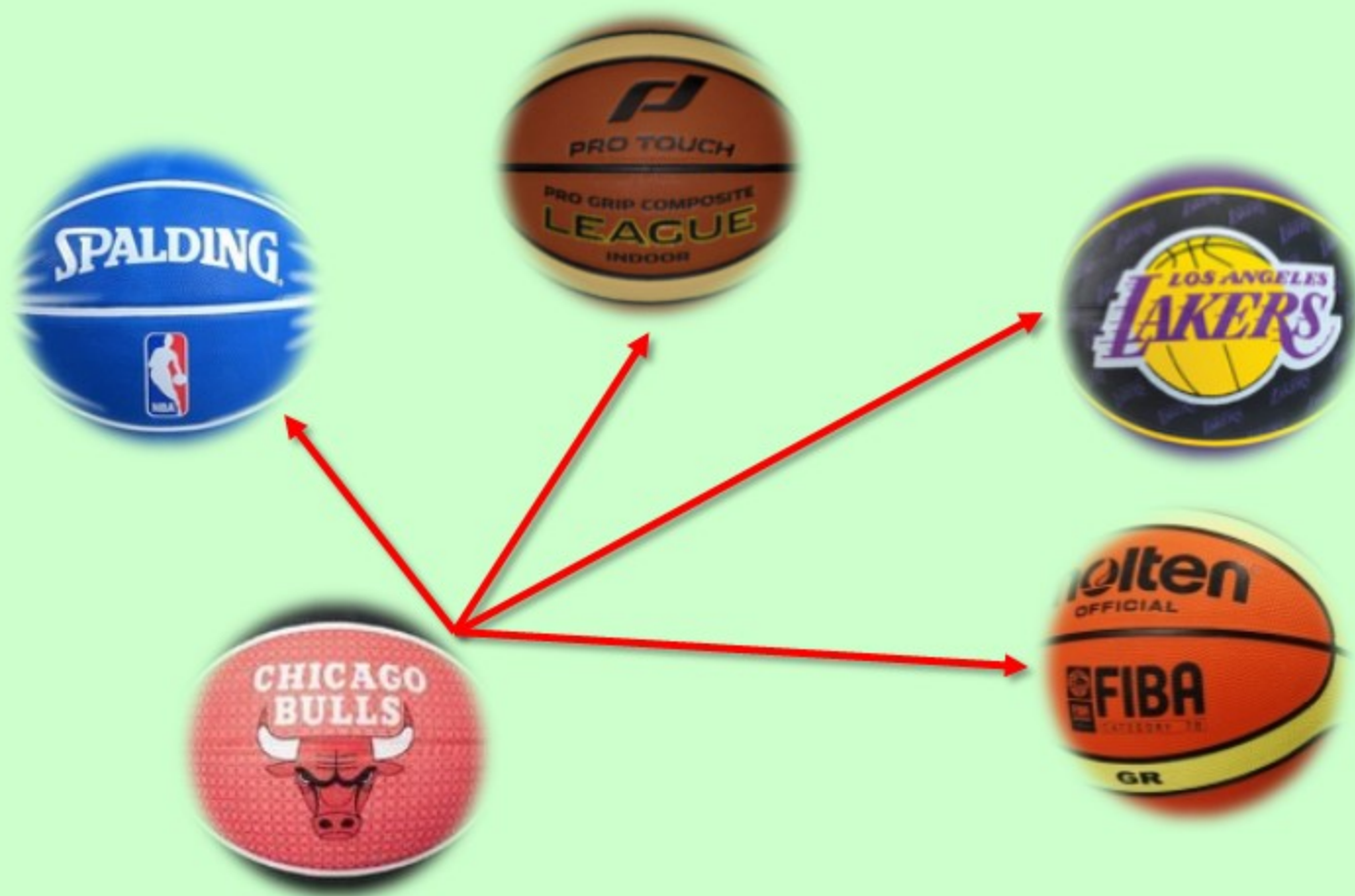
- ◆ Οι δυνατοί τρόποι επιλογής k αντικειμένων (από n διακεκριμένα αντικείμενα) και η τοποθέτησή τους στη σειρά (το ένα δίπλα στο άλλο) είναι:

$$\frac{n!}{(n - k)!}$$

- Διατάξεις n διακεκριμένων αντικειμένων ανά k

$$P_k^n = \frac{n!}{(n - k)!}$$

◆ Με πόσους τρόπους μπορούμε να επιλέξουμε **δύο** διαφορετικές μπάλες (από τις **πέντε**);





A



B



C



D



E

A

**B
C
D
E**

B

**C
D
E**

C

**D
E**

D

E

E

?



A



B



C



D



E

AB AC AD AE

~~**BA BC BD BE**~~

~~**CA CB CD CE**~~

~~**DA DB DC DE**~~

~~**EA EB EC ED**~~

♦ Το πλήθος των τρόπων επιλογής **δύο** αντικειμένων (από τα **πέντε**), λέγονται συνδυασμοί των πέντε ανά δύο.

Μία δυάδα (από τα πέντε αντικείμενα), μπορεί να επιλεγεί με τους παρακάτω τρόπους:

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{(5-2)!2!} = \frac{\cancel{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 4 \cdot 5}{(\cancel{1 \cdot 2 \cdot 3})(1 \cdot 2)} = 10.$$

... γενικότερα ...

◆ Οι δυνατοί τρόποι επιλογής k αντικειμένων, από n διακεκριμένα αντικείμενα είναι:

$$C_k^n = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

- Συνδυασμοί n αντικειμένων ανά k .