ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ Ι

- **Συνδυαστική** είναι ο κλάδος των μαθηματικών που ασχολείται με την καταμέτρηση (**απαρίθμηση**) των στοιχείων διαφόρων συνόλων.

ΣΥΝΔΥΑΣΤΙΚΗ

- Για τη λύση προβλημάτων της Συνδυαστικής, απαιτείται ο υπολογισμός κάποιων αθροισμάτων:

$$S = 1 + 2 + \cdots + 9 + 10$$

$$S = 10 + 9 + \cdots + 2 + 1$$

$$2S = \underbrace{11 + 11 + \cdots + 11 + 11}_{10-\text{Προσθετέοι}}$$

$$2S = 10 \cdot 11 = 110$$

$$S = \frac{10 \cdot 11}{2} = \frac{110}{2} = 55$$

Υπολογισμός πλήθους Προσθετέων

$$1 + 2 + 3 + \cdots + 28 + 29$$

$29 - 1 + 1 = 29$ προσθετέοι

$$11 + 12 + \cdots + 28 + 29$$

$29 - 11 + 1 = 19$ προσθετέοι

$$15 + 16 + 17 + \cdots + 30 + 31$$

$31 - 15 + 1 = 17$ προσθετέοι

Υπολογισμός Αθροίσματος Ι

$$S = 1 + 3 + 5 + 7 + 9$$

$$S = 9 + 7 + 5 + 3 + 1$$

$$2S = \underbrace{10 + 10 + 10 + 10 + 10}_{5-\text{Προσθετέοι}}$$

$$2S = 5 \cdot 10 = 50$$

$$S = \frac{5 \cdot 10}{2} = \frac{50}{2} = 25$$

Υπολογισμός Αθροίσματος II

$$29-11+1=19 \text{ προσθετέοι}$$

$$S=11+12+\cdots+28+29$$

$$S=29+28+\cdots+12+11$$

$$2S=\underbrace{40+40+\cdots+40+40}_{19-\text{Προσθετέοι}}$$

$$2S=19\cdot 40=760$$

$$S=\frac{19\cdot 40}{2}=\frac{760}{2}=380$$

Υπολογισμός Αθροίσματος III

$$S_k = k + (k+1) + (k+2) \cdots + (n-1) + n =$$
$$= \frac{(n+k)(n-k+1)}{2} \quad n, k \in \mathbb{Z} \ \mu\varepsilon \ n > k.$$

Ιδιότητες του συμβολισμού $\sum_{i=1}^{n} i$

- $\sum_{i=1}^{n} a_i = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = \sum_{k=1}^{n} a_k = \sum_{m=1}^{n} a_m$

- $\sum_{k=m}^{n} a_k = a_m + a_{m+1} + a_{m+2} + \cdots + a_n$

- $\sum_{i=1}^{n} (a_i + b_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i + \sum_{i=1}^{n} b_i$

Βασικά Αθροίσματα Ι*

- $$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$
- $$\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$
- $$\sum_{i=1}^{n} i^3 = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

Βασικά Αθροίσματα II*

- $\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = 1\cdot 2 + 2\cdot 3 + 3\cdot 4 + \cdots + n\cdot(n+1)$

  - $\sum_{i=1}^{n} i(i+1) = \sum_{i=1}^{n} (i^2+i) = \sum_{i=1}^{n} i^2 + \sum_{i=1}^{n} i =$

$$= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}.$$