

1. 2016

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) $(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x$ (Μον. 2)

β) $(\sqrt{3})' = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ (Μον. 2)

γ) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$ βρίσκεται το 68% περίπου των παρατηρήσεων.

(Μον. 2)

δ) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$ όπου l_1, l_2

πραγματικοί αριθμοί τότε:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) g(x)) = l_1 l_2 .$$

(Μον. 2)

ε) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) < f(x_2)$.

(Μον. 2)

Μονάδες 10

Απάντηση

α) Σωστό!

Τα τρία βασικά συμπεράσματα που θα θυμάμαι για θεωρία είναι:

$$(\eta\mu x)' = \sigma\upsilon\nu x \quad (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x \quad (\epsilon\phi x)' = \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2 x}$$

β) Λάθος

επειδή είναι αριθμός, άσχετα να θυμίζει συνάρτηση, η παράγωγος είναι 0.

Θα ήταν σωστό αν μας έγραφε τον τύπο:

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

γ) Σωστό!

δ) Σωστό!

ε) Σωστό!

2. ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ 2016

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής θα είναι ομοιογενές, εάν ο συντελεστής μεταβολής ξεπερνά το 10%.

(Μον. 2)

β) Σε μία κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα $(\bar{x} - 2s, \bar{x} + 2s)$ βρίσκεται το 99,7% περίπου των παρατηρήσεων, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.

(Μον. 2)

γ) Αν f και g είναι παραγωγίσιμες συναρτήσεις, τότε για την παράγωγο της σύνθετης συνάρτησης $f(g(x))$ ισχύει:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

(Μον. 2)

δ) Η διάμεσος (δ) ενός δείγματος n παρατηρήσεων επηρεάζεται από ακραίες παρατηρήσεις.

(Μον. 2)

ε) $(x^v)' = (v - 1) \cdot x^v$, όπου v φυσικός αριθμός.

(Μον. 2)

Μονάδες 10

Απάντηση

α) Λάθος!

- β) Λάθος
- γ) Σωστό!
- δ) Λάθος!!!

Η διάμεσος είναι αυτή που δεν επηρεάζεται, αλλά αντιθέτως επηρεάζεται η μέση τιμή.

- ε) Λάθος

3. 2017

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μιας ποσοτικής μεταβλητής.

(Μον. 2)

β) Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

(Μον. 2)

γ) Το εύρος (R) είναι ένα μέτρο διασποράς.

(Μον. 2)

Μονάδες 6

Απάντηση

- α) Λάθος!
- β) Σωστό!
- γ) Σωστό!

Είναι το απλούστερο αλλά όχι αξιόπιστο γιατί επηρεάζεται μόνο από τις ακραίες παρατηρήσεις

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α) $(x^\rho)' = \dots$, όπου ρ ρητός αριθμός.

(Μον. 3)

β) $(\text{συν } x)' = \dots$

(Μον. 3)

γ) Αν x_1, x_2, \dots, x_n είναι οι τιμές μιας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n και w_1, w_2, \dots, w_n είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας), τότε ο σταθμικός μέσος βρίσκεται από τον τύπο:

$$\bar{x} = \dots$$

(Μον. 3)

Μονάδες 9

Απάντηση

α) $(x^\rho)' = \rho \cdot x^{\rho-1}$

β) $(\text{συν } x) = -\eta\mu x$

γ) Ο τύπος είναι:

$$\bar{x} = \frac{x_1 w_1 + x_2 w_2 + \dots + x_n w_n}{w_1 + w_2 + \dots + w_n}$$

4. Επαναληπτικές 2017

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν υπάρχει το $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ και είναι ίσο με $l \in \mathbb{R}$, τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^V = l^V, \text{ όπου } V \text{ φυσικός αριθμός.}$$

β) Για κάθε $x > 0$ ισχύει $(\sqrt{x})' = \frac{1}{\sqrt{x}}$.

γ) Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή στο διάστημα $(\bar{X} - S, \bar{X} + S)$ βρίσκεται το 95% περίπου των παρατηρήσεων, όπου \bar{X} η μέση τιμή και S η τυπική απόκλιση.

δ) Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

ε) Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής X_i δίνεται από τον τύπο $f_i = \frac{v_i}{V}$, όπου v_i η συχνότητα της τιμής X_i και V το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 10

Απάντηση

α) Σωστό

β) Λάθος!

Εάν μου έλεγε :

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

θα το χαρακτήριζα λάθος

γ) Λάθος

δ) Λάθος

ε) Σωστό

5. 2018

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x}-s, \bar{x}+s)$, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.

β. $(\sin x)' = \eta \mu x$

γ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

δ. Η διακύμανση (s^2) είναι μέτρο διασποράς.

ε. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

Μονάδες 10

Απάντηση

α. Σωστό

β. Λάθος

γ. Λάθος!

Το κυκλικό διάγραμμα (piechart) χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση τόσο των ποιοτικών όσο και των ποσοτικών δεδομένων, όταν οι διαφορετικές τιμές της μεταβλητής είναι σχετικά λίγες.

δ. Σωστό

ε. Λάθος

6. Επαναληπτικές 2018

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν x_i είναι τιμή μιας ποσοτικής μεταβλητής X , τότε η αθροιστική σχετική συχνότητα F_i εκφράζει το ποσοστό των παρατηρήσεων που είναι μεγαλύτερες της τιμής x_i .

β. Η ταχύτητα $v(t)$ ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα και η θέση του στον άξονα κίνησής του εκφράζεται από τη συνάρτηση $x=f(t)$ θα είναι, τη χρονική στιγμή t_0 , $v(t_0)=f'(t_0)$.

γ. Στο ιστόγραμμα συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος.

δ. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο A , τότε:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

ε. Η διακύμανση εκφράζεται με τις ίδιες μονάδες μέτρησης με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

Μονάδες 10

Απάντηση

α. Λάθος!

Το σωστό είναι : «μικρότερες ή ίσες»

β. Σωστό!

γ. Σωστό!

δ. Λάθος!

ε. Λάθος!

7. 2019

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{1}{x^2}$, $x \in \mathbb{R} - \{0\}$.

β. Ισχύει $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$, όπου f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις.

γ. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

δ. Σε κυκλικό διάγραμμα συχνοτήτων, αν α_i συμβολίζει το τόξο του κυκλικού τμήματος που αντιστοιχεί στη συχνότητα ν_i , τότε $\alpha_i = \frac{\nu_i}{\nu} \cdot 360^\circ$ για $i = 1, 2, \dots, k$ και ν το μέγεθος του δείγματος.

ε. Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_2$, όπου l_1, l_2 πραγματικοί αριθμοί, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x)g(x)) = l_1 l_2$.

Μονάδες 10

Απάντηση

α. Λάθος

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

β. Σωστό

γ. Λάθος

δ. Λάθος!

$$a_i = \frac{v_i}{v} \cdot 360^\circ$$

ε. Σωστό

8. Επαναληπτικές 2019

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ένα τοπικό ελάχιστο μιας συνάρτησης f με πεδίο ορισμού A , μπορεί να είναι μεγαλύτερο από ένα τοπικό μέγιστό της.

β. Στο ιστόγραμμα σχετικών συχνοτήτων ομαδοποιημένων δεδομένων, το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με το μέγεθος του δείγματος n .

γ. Αν οι συναρτήσεις $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x) \neq 0$ για όλες τις τιμές του x , τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g(x)^2}$$

δ. Ο συντελεστής μεταβολής CV ενός δείγματος είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης των τιμών του δείγματος.

ε. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

Μονάδες 10

Απάντηση

α. Σωστό

β. Λάθος!!!!

Στην περίπτωση αυτή το εμβαδό ισούται με την μονάδα

γ. Λάθος!!!

Ξέχασε το τετράγωνο του παρονομαστή!!!

- δ. Σωστό!!!
- ε. Λάθος!!!

9. 2020

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ έχει παράγωγο στο σημείο $x_0 = 0$.

β. Τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό λέγονται μεταβλητές και τις συμβολίζουμε συνήθως με κεφαλαία γράμματα.

γ. Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i δίνεται από τον τύπο $f_i = \frac{v_i}{n}$, όπου v_i η συχνότητα της τιμής x_i και n το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 6

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

α. $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

β. $(\sqrt{x})' = \dots$, με $x > 0$

γ. $(\sigma\upsilon\nu x)' = \dots$

Μονάδες 9

Απάντηση

α. Λάθος!!! **Είναι το σχόλιο στην σελίδα 23 που μπορεί να ζητηθεί και ως απόδειξη**

β. Σωστό!

γ. Λάθος

α. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

β. $\sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}, x > 0$

γ. $(\sin x)' = -\eta\mu x$

10. Επαναληπτικές 2020

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Αν η συνάρτηση v της ταχύτητας ενός κινητού είναι παραγωγίσιμη, τότε η επιτάχυνση a του κινητού τη χρονική στιγμή t είναι η παράγωγος της ταχύτητας.

β. Αν δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται και οι δύο σε ένα σύνολο A , τότε ορίζεται και η συνάρτηση $R = \frac{f}{g}$ με

$$R(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, \text{ όπου } x \in A \text{ και } g(x) \neq 0.$$

γ. Αν x_1, x_2 είναι τιμές μίας ποσοτικής μεταβλητής X , με αντίστοιχες συχνότητες v_1, v_2 , τότε για τις αθροιστικές συχνότητες N_1, N_2 ισχύει $v_2 = N_2 + N_1$, όπου $N_1 = v_1$.

Μονάδες 6

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ιδιότητες και να τις συμπληρώσετε.

α. $(\eta\mu x)' = \dots$

β. $(x^p)' = \dots$, όπου p ρητός αριθμός.

γ. $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dots$, όπου $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ είναι συναρτήσεις παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους, με $g(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 9

Απάντηση

α. Σωστό

β. Σωστό

γ. Λάθος!!!

$$N_2 = v_1 + v_2$$

α.

$$(\eta\mu x)' = \sigma\nu\nu x$$

β.

$$(x^\rho)' = \rho x^{\rho-1}$$

γ.

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

1. 2021

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Οι διακριτές μεταβλητές μπορούν να πάρουν οποιαδήποτε τιμή ενός διαστήματος πραγματικών αριθμών (α, β) .
- β. Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.
- γ. Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε σημεία $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$ ισχύει $f(x_1) > f(x_2)$.

Μονάδες 6

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ιδιότητες και να τις συμπληρώσετε:

α. $\left(\frac{1}{x}\right)' = \dots\dots\dots$, με $x \neq 0$.

β. $(x^v)'$ =....., όπου v φυσικός αριθμός.

γ. $(c \cdot f(x))'$ =....., όπου $c \in \mathbb{R}$ και $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ συνάρτηση παραγωγίσιμη στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 9

Απάντηση

A3

α. Λάθος!!!

β. Σωστό

γ. Λάθος

A4

α.

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

Αν δεν το θυμάται κάποιος:

Θα κάνει την παράγωγο του κλάσματος στο πρόχειρο

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{(1)'x - 1(x)'}{x^2} = \frac{0 \cdot x - 1 \cdot 1}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

β.

$$(x^\nu)' = \nu x^{\nu-1}$$

γ.

$$(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$$

Αν δεν το θυμάται κάποιος:

Θα κάνει την παράγωγο του γινομένου στο πρόχειρο

$$(c \cdot f(x))' = (c)'f(x) + cf'(x) = 0 \cdot f(x) + cf'(x) = 0 + cf'(x) = cf'(x)$$

2. Επαναληπτικές 2021

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ισχύει ότι $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$.

β. Η παράγωγος της f στο x_0 εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής του $y = f(x)$ ως προς το x , όταν $x = x_0$.

γ. Ισχύει ότι $(\sin x)' = \eta \mu x$.

δ. Οι ποιοτικές ή κατηγορικές μεταβλητές διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

ε. Πλάτος μίας κλάσης ονομάζεται η διαφορά του κατώτερου από το ανώτερο όριο της κλάσης.

Μονάδες 10

Απάντηση

α. Λάθος!!!!

β. Σωστό!!!

γ. Λάθος

δ. Λάθος

ε. Σωστό (προσοχή μην μας πει του ανώτερου ορίου από το κατώτερο)

3. 2022

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Ο συντελεστής μεταβολής δεν είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης.

β. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο Δ .

γ. Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

Μονάδες 6

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

α. $(\sqrt{x})' = \dots$

β. $(f(g(x)))' = \dots$

Μονάδες 6

Απάντηση

A3.

α. Λάθος

β. Σωστό

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!!

Εάν μας πει:

Εάν μια συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη στο εσωτερικό του Δ και είναι γνησίως αύξουσα στο Δ , τότε ισχύει ότι $f'(x) > 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του Δ .

Λάθος!!!

Μπορεί ως πρόταση Σ-Λ να βάλουν και το παρακάτω

ΣΧΟΛΙΟ

Αν για τη συνάρτηση f ισχύει $f'(x_0) = 0$, για $x_0 \in (\alpha, \beta)$ και η παραγωγός της f' διατηρεί πρόσημο εκατέρωθεν του x_0 , τότε η f είναι γνησίως μονότονη στο (α, β) και δεν παρουσιάζει ακρότατα στο διάστημα αυτό.

γ. Λάθος!!!

A4.

α.

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$$

β.

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

4. Επαναληπτικές 2022

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Μία συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το σύνολο A λέμε ότι παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1 \in A$, όταν $f(x) \leq f(x_1)$ για κάθε x σε μία περιοχή του x_1 .

β. Αν f και g παραγωγίσιμες συναρτήσεις, ισχύει

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - g'(x) \cdot f(x)}{g(x)^2}, \quad g(x) \neq 0.$$

γ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s , τότε το 95% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - 3s, \bar{x} + 3s)$.

δ. Το εύρος ή κύμανση (R) είναι μέτρο διασποράς.

ε. Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων και τον οριζόντιο άξονα είναι ίσο με 1.

Μονάδες 10

Απάντηση

α. Σωστό

β. Λάθος!!!

Λάθος θα ήταν και αν έγραφε λάθος προϋπόθεση

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}, \quad f(x) \neq 0$$

γ. Λάθος

δ. Σωστό

ε. Λάθος!!!

Πολύγωνο	Εμβαδόν
Συχνοτήτων v_i	Όσο το μέγεθος του δείγματος (n)
Σχετικών συχνοτήτων f_i	1
Σχετικών συχνοτήτων f_i %	100

5. 2023

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i με $i = 1, 2, \dots, k$ μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.
- β. Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα Δ , τότε ισχύει: $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$.
- γ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s , τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$.
- δ. $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$
- ε. Η διάμεσος ενός δείγματος n παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

Μονάδες 10

Απάντηση

α. Λάθος

β. Σωστό

γ. Σωστό

δ. Λάθος

ε. Σωστό

Μέτρα θέσης	Μέτρα διασποράς	Μέτρο σχετικής διασποράς
Μέση τιμή	Εύρος	Συντελεστής μεταβλητότητας
Διάμεσος	Διακύμανση	
Σταθμικός μέσος όρος	Τυπική Απόκλιση	

- Εύρος: δεν είναι αξιόπιστο ως μέτρο διασποράς γιατί εξαρτάται μόνο από τις ακραίες παρατηρήσεις
- Διακύμανση: Είναι αξιόπιστο αλλά δεν εκφράζεται με τις μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.
- Ο συντελεστής μεταβλητότητας χρησιμοποιείται όταν οι παρατηρήσεις σε δύο δείγματα εκφράζονται σε διαφορετικές μονάδες μέτρησης

ή

εκφράζονται στις ίδιες μονάδες μέτρησης, αλλά έχουν σημαντικά διαφορετικά μέσες τιμές.

6. Επαναληπτικές 2023

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α. Η διακύμανση ενός δείγματος είναι μέτρο θέσης.
- β. Αν η τετμημένη ενός κινητού που κινείται ευθύγραμμα είναι $x(t)$ τη χρονική στιγμή t , τότε η ταχύτητά του θα είναι $v(t) = x'(t)$.
- γ. $(x^p)' = px^{p+1}$, όπου p ρητός αριθμός.

Μονάδες 6

A4. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

α. $\left(\frac{1}{x^2}\right)' = \dots$

β. $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

γ. $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \dots$, όπου $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l_1$, l_1 πραγματικός αριθμός, v ακέραιος.

Μονάδες 9

Απάντηση

A3

α. Λάθος

β. Σωστό

ΠΡΟΣΟΧΗ ΘΑ ΜΠΟΡΟΥΣΕ ΝΑ ΛΕΕΙ:

«η επιτάχυνσή του είναι $a(t) = x''(t)$ ή $a(t) = v'(t)$ »

Σωστά και τα δύο αν διατυπωθούν έτσι

γ. Λάθος

A4.

α.

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = -\frac{2}{x^3}$$

Στο πρόχειρο με τον κανόνα παραγώγισης του πηλίκου

$$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = \frac{(1)' \cdot x^2 - 1 \cdot (x^2)'}{(x^2)^2} = \frac{0 \cdot x^2 - 1 \cdot 2x}{x^4} = \frac{0 - 2x}{x^4} = -\frac{2x^1}{x^4} = -\frac{2}{x^3}$$

2^{ος} τρόπος με τον κανόνα παραγώγισης δύναμης

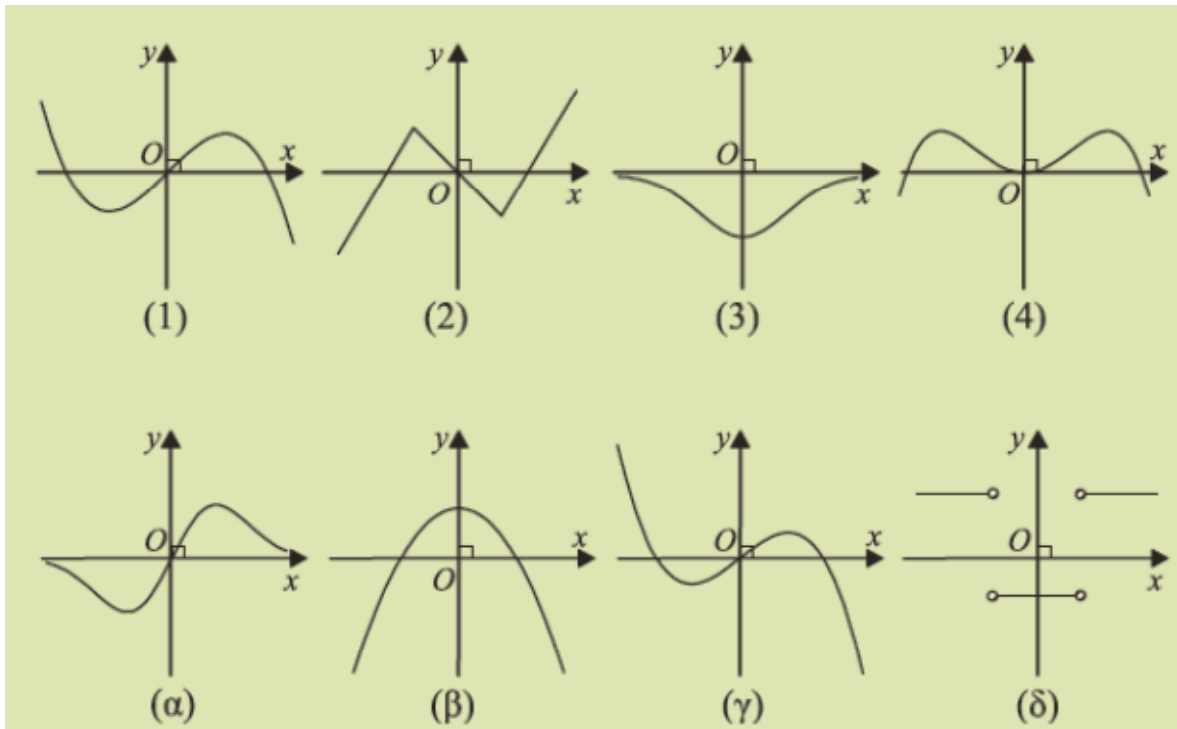
$$\left(\frac{1}{x^2}\right)' = (x^{-2})' = -2x^{-2-1} = -2x^{-3} = -\frac{2}{x^3}$$

β. $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

γ. $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = l_1^v$

ΕΡΩΤΗΣΗ 14

Στην πρώτη γραμμή του παρακάτω πίνακα υπάρχουν οι γραφικές παραστάσεις μερικών συναρτήσεων και στη δεύτερη γραμμή οι παράγωγοι των συναρτήσεων αυτών. Να αντιστοιχίσετε κάθε συνάρτηση στην παράγωγό της.



Απάντηση

1	2	3	4
β	δ	α	γ
Φθίνουσα- αύξουσα-φθίνουσα		Φθίνουσα μέχρι το 0 και μετά αύξουσα	Αύξουσα-φθίνουσα- αύξουσα-φθίνουσα

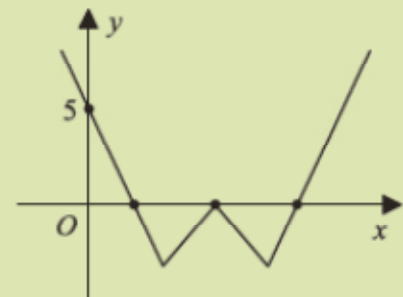
- Η γωνία σε γραφική παράσταση συνάρτησης σημαίνει ότι σε εκείνο το σημείο θα υπάρχει διακοπή στη γραφική παράσταση της παραγώγου.
- Σε όλες τις άλλες από το πρόσημο της παραγώγου θα καταλάβω την μονοτονία της συνάρτησης και θα αντιστοιχίσω

Σελίδα 51

ΕΡΩΤΗΣΗ 6

Η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το πλήθος των διακεκριμένων λύσεων της εξίσωσης $(f(x))^2 = f(x)$ είναι:

A. 2 B. 3 Γ. 4 Δ. 5 Ε. 6



Απάντηση

Λύνω αρχικά την εξίσωση και για το πλήθος των λύσεων κοιτώ μόνο την γραφική παράσταση.

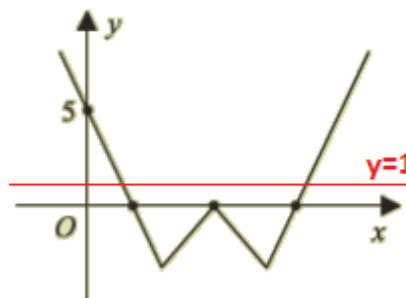
Η εξίσωση γράφεται:

$$f^2(x) = f(x) \Leftrightarrow f^2(x) - f(x) = 0 \Leftrightarrow f(x) \cdot f(x) - 1 \cdot f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$f(x) \cdot (f(x) - 1) = 0 \Leftrightarrow$$

$$f(x) = 0 \quad \text{ή} \quad f(x) - 1 = 0 \\ \Leftrightarrow f(x) = 1$$

- Για την $f(x) = 0$ θα μετρήσω πόσες φορές η γραφική παράσταση τέμνει τον άξονα των x .
Τον τέμνει 3 φορές άρα μέχρι τώρα έχω **βρει 3 ρίζες**
- Για την $f(x) = 1$ θα μετρήσω πόσες φορές η γραφική παράσταση τέμνει το υψόμετρο $y = 1$.
Την τέμνει 2 φορές άρα βρήκα ακόμη **2 ρίζες**.



Επομένως το σύνολο των ριζών είναι 5.