Το πολυώνυμο $P(x)$ διαιρέθηκε με το $x+1$ και έδωσε πηλίκο $\pi(x) = 2x^2 - 2x + 1$ και υπόλοιπο $υ = -2$

I. Να αποδείξετε ότι $P(x) = x^3 - x - 1$

II. Να αποδείξετε ότι το $x-1$ είναι παράγοντας του $P(x)$.

III. Να λύσετε την ανίσωση $P(x) > 0$

Απάντηση

I.
$$\begin{aligned} P(x) &= \pi(x)\cdot(x+1) + υ \\ &= (2x^2 - 2x + 1)\cdot(x+1) + (-2) \\ &= (2x^2 - 2x + 1)x + 2x^2 - 2x + 1 - 2 \\ &= 2x^3 - 2x^2 + x + 2x^2 - 2x - 1 \\ &= 2x^3 - 2x^2 + 2x^2 + x - 2x - 1 \\ &= 2x^3 - x - 1 \end{aligned}$$

II. Σχήμα Horner για την $P(x) : (x-1)$

$$\begin{array}{cccc|c} 2 & 0 & -1 & -1 & 1 \\ & 2 & 2 & 1 & \\ \hline 2 & 2 & 1 & \boxed{0} & \end{array}$$

$P(1) = 0 \Rightarrow$ Το $x-1$ είναι παράγοντας του $P(x)$

III. $P(x) = (x-1)\cdot(2x^2 + 2x + 1)$

Πίνακας προσήμου

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$	0	$+$	
$2x^2+2x+1$		$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	

Το $2x^2 + 2x + 1$ έχει $a = 2 > 0$ και
$$\begin{aligned} \Delta &= 2^2 - 4\cdot 2\cdot 1 \\ &= 4 - 8 \\ &= -4 < 0 \end{aligned}$$

Άρα $x \in (1, +\infty)$