



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

I. Στοιχεία Εξεταζόμενου – Εξέτασης

Όνοματεπώνυμο Μαθητή	
Ημερομηνία Εξέτασης	Κυριακή, 17 Απριλίου 2016
Εξεταζόμενο Μάθημα	Μαθηματικά Γενικής Παιδείας
Τάξη	Γ' Γενικού Λυκείου
Διάρκεια Εξέτασης	3 ώρες
Σύνολο Σελίδων	Τρεις [3] σελίδες
Εισηγητής	Πάτσης Χρήστος

II. Θέματα εξέτασης**ΘΕΜΑ Α**

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα και πότε γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 3

A2. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x)=x$ ισούται με 1.

Μονάδες 3

A3. Τι εκφράζει η (απόλυτη) συχνότητα ν_i και τι είναι η σχετική συχνότητα f_i μιας παρατήρησης x_i ενός δείγματος, αναφέροντας και τις ιδιότητές της.

Μονάδες 4

A4. Να αποδείξετε ότι για δυο ενδεχόμενα A, B ισχύει ο προσθετικός νόμος δηλαδή:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Μονάδες 5

A5. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

(α) Εάν η τιμή του συντελεστή μεταβολής (CV) είναι κάτω από 0,1 (10%) τότε ο πληθυσμός του δείγματος θεωρείται ομοιογενής.

(β) Δύο ενδεχόμενα λέγονται ασυμβίβαστα όταν ισχύει: $P(A \cup B) = 0$

(γ) Η μέση τιμή όπως και η διάμεσος ενός δείγματος δεν επηρεάζονται από τις ακραίες τιμές

(δ) Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής, αν για κάθε $x_0 \in A$ ισχύει

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$$

(ε) Αν οι συναρτήσεις f, g παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους με $g(x) \neq 0$, τότε ισχύει:

$$\left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$$

Μονάδες 10**ΘΕΜΑ Β**

Στην τρίτη λυκείου ενός σχολείου φοιτούν 140 μαθητές οι οποίοι διδάσκονται την αγγλική και την γερμανική γλώσσα. Από αυτούς τους μαθητές οι 84 παρακολουθούν τη αγγλική γλώσσα και οι 21 τη γερμανική γλώσσα. Ενώ το 10% των μαθητών, παρακολουθούν και τις δύο γλώσσες.

B1. Να υπολογίσετε τις πιθανότητες των παρακάτω ενδεχομένων:

- (α) να παρακολουθεί ένας μαθητής την αγγλική γλώσσα
- (β) να παρακολουθεί ένας μαθητής την γερμανική γλώσσα

Μονάδες 3

B2. Να εξετάσετε εάν τα παραπάνω ενδεχόμενα είναι ασυμβίβαστα

Μονάδες 3

B3. Να υπολογίσετε τη πιθανότητα ένας μαθητή:

- (α) Να παρακολουθεί την αγγλική ή την γερμανική γλώσσα
- (β) Να μην παρακολουθεί την γερμανική γλώσσα
- (γ) Να παρακολουθεί μόνο την αγγλική γλώσσα

Μονάδες 12

B4. Να υπολογίσετε πόσοι μαθητές δεν παρακολουθούν καμία ξένη γλώσσα και πόσοι μαθητές παρακολουθούν το πολύ μία γλώσσα.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Στον παρακάτω πίνακα παρουσιάζονται οι μισθοί των υπαλλήλων μιας εταιρείας:

Μισθός	Αριθμός υπαλλήλων	f_i	N_i	F_i	$F_i\%$	$x_i \cdot v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i$
500	20								
1000	15								
1500	10								
2000	5								
Σύνολο	50								

Γ1. Συμπληρώστε τον παραπάνω πίνακα, αφότου τον μεταφέρετε στο φύλλο σας.

Μονάδες 10

Γ2. Να υπολογίσετε την μέση τιμή \bar{x} των μισθών των υπαλλήλων.

Μονάδες 4

Αν η μέση τιμή των μισθών των υπαλλήλων είναι 1000€, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

Γ3. (α) Πόσοι υπάλληλοι έχουν μισθό υψηλότερο από τη μέση τιμή και **(β)** τι ποσοστό των υπαλλήλων έχουν μισθό το πολύ 1500€;

Μονάδες 4

Γ4. Να χαρακτηρίσετε το δείγμα ως προς την ομοιογένειά του.

Δίνεται ότι $\sqrt{250000} = 500$

Μονάδες 7

Σημείωση: Οι στήλες $x_i - \bar{x}$ και $(x_i - \bar{x})^2$ είναι βοηθητικές και προαιρετικές.

ΘΕΜΑ Δ

Εστω συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{8}{3}x^3 - 3x^2 + x + 2016$.

Δ1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

Μονάδες 2

Δ2. Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης

Μονάδες 9

Έστω ότι οι πιθανότητες $P(A)$ και $P(B)$ δύο ενδεχομένων A και B ενός δειγματικού χώρου Ω είναι ίσες με τις τιμές του x , στις οποίες η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικά ακρότατα. Για τα ενδεχόμενα A και B ισχύει ότι: $A \subseteq B$.

Δ3. Να υπολογίζετε τις πιθανότητες $P(A)$, $P(B)$

Μονάδες 3

Με τις τιμές των πιθανοτήτων $P(A)$, $P(B)$ που υπολογίσατε στο προηγούμενο υποερώτημα, καθώς και για

$$P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

Δ4. Να βρείτε τις εξής πιθανότητες:

(α) $P[(A \cap B)']$

(β) $P[(A - B) \cup (B - A)]$

Μονάδες 6

Δ4. Έστω συνάρτηση $g(x) = 8x - 4$. Να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{f'(x)}{g(x)}$

Μονάδες 5

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στην αρχή της κόλλας αναφοράς να γράψετε το εξεταζόμενο μάθημα. Από κάτω να συμπληρώσετε τα ατομικά στοιχεία μαθητή. Στην αρχή των απαντήσεών σας να γράψετε πάνω-πάνω την ημερομηνία και το εξεταζόμενο μάθημα. Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Τυχόν σημειώσεις σας πάνω στα θέματα δεν θα βαθμολογηθούν σε καμία περίπτωση. Κατά την αποχώρησή σας, να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό με μελάνι που δεν σβήνει.
4. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 45 λεπτά μετά την παράδοση των θεμάτων.

**ΣΑΣ ΕΥΧΟΜΑΣΤΕ ΚΑΛΗ ΤΥΧΗ ΚΑΙ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!
ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ**