



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

1^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

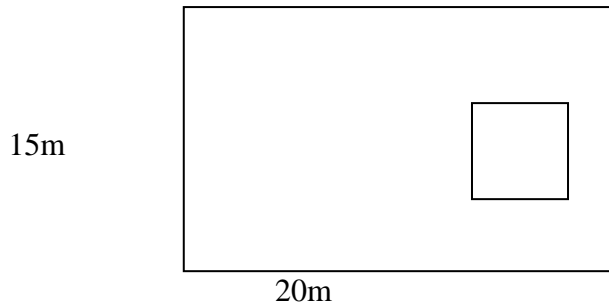
Σάββατο, 30 Οκτωβρίου 2010

Θέμα 1^ο

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης: $A = 3 \cdot (306 + 58 : 2) + 3 + 3 \cdot 336 - 6$.

Θέμα 2^ο

Το παρακάτω σχήμα απεικονίζει την κάτοψη ενός χωραφιού, σχήματος ορθογωνίου, μέσα στο οποίο έχουμε κατασκευάσει μία τετράγωνη αποθήκη.



Αν το εμβαδόν του χωραφιού που μένει ακάλυπτο είναι τα $\frac{11}{12}$ του συνολικού εμβαδού, να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς της αποθήκης.

Θέμα 3^ο

Το μοτίβο $\triangle \circ \square \star$ επαναλαμβάνεται διαδοχικά 50 φορές και έχουμε το αποτέλεσμα:

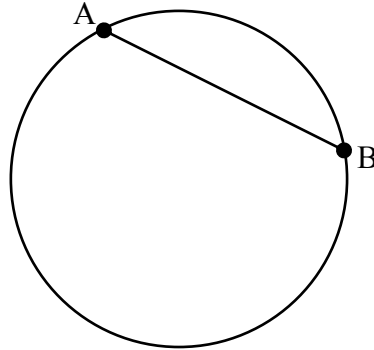


Όπου: \triangle τρίγωνο, \circ κύκλος, \square τετράγωνο και \star αστεράκι.
Να βρείτε τι σχήμα αντιστοιχεί:

- α) στην 15^η θέση
- β) στην 113^η θέση.

Θέμα 4^ο

Κάθε ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει δύο σημεία ενός κύκλου, ονομάζεται **χορδή** του κύκλου. Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται ένας κύκλος και η χορδή του AB.



Δίνονται **έξι** σημεία που βρίσκονται πάνω σε έναν κύκλο.

- α) Βρείτε πόσες διαφορετικές χορδές μπορούμε να φέρουμε, ενώνοντας αυτά τα έξι σημεία ανά δύο.
- β) Δύο παίκτες A και B παίζουν ένα παιχνίδι: καθένας με τη σειρά του, φέρνει μία ή δύο χορδές στον παραπάνω κύκλο με τα έξι σημεία. Νικητής είναι αυτός που θα φέρει την τελευταία χορδή. Αν παίζει πρώτος ο A, ποια τακτική πρέπει να ακολουθήσει ο B ώστε να κερδίσει σίγουρα;

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

2^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο, 19 Νοεμβρίου 2011

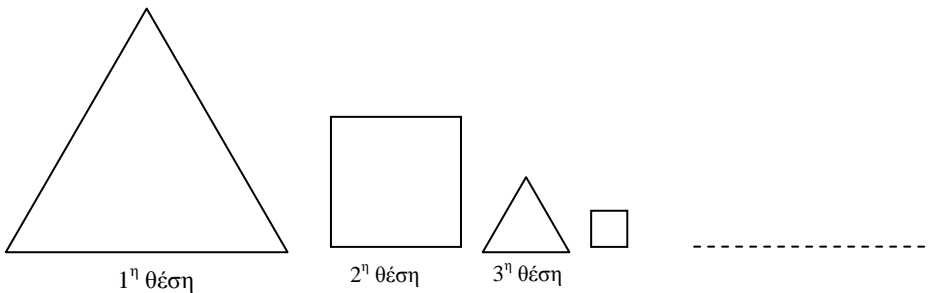
Θέμα 1^ο

Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = (2^5 - 3^3) \cdot (28 : 7 - 2^2) + \left[(2^3 + 8) \cdot 2^6 + 3 \cdot (2 \cdot 10^2 + 3 \cdot 43) \right] \cdot \frac{14 - 3^2}{5}$$

Θέμα 2^ο

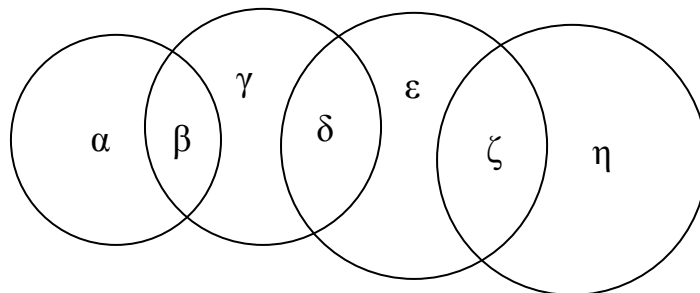
Σε μία σειρά με σχήματα έχουμε διαδοχικά ισόπλευρα τρίγωνα και τετράγωνα όπως φαίνεται στο σχήμα που ακολουθεί:



Η πλευρά κάθε σχήματος είναι μισή από την πλευρά του προηγούμενου. Αν η περίμετρος του πρώτου σχήματος είναι 3072 cm, να βρείτε:

- την περίμετρο του σχήματος που βρίσκεται στην 5^η θέση.
- Σε ποια θέση βρίσκεται το σχήμα που έχει περίμετρο 4 cm;

Θέμα 3^ο



Στο παραπάνω σχήμα, στη θέση των γραμμμάτων **α, β, γ, δ, ε, ζ, η** να βάλετε τους αριθμούς **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7**, μία φορά τον καθένα, ώστε μέσα σε κάθε κύκλο το άθροισμα των αριθμών να είναι 9. Δηλαδή $\alpha + \beta = 9$, $\beta + \gamma + \delta = 9$, κ.τ.λ.

Θέμα 4^ο

Σε τουρνουά μπάσκετ έχουμε 11 ομάδες. Το τουρνουά διεξάγεται σε 4 αγωνιστικές ημέρες: Πέμπτη – Παρασκευή – Σάββατο – Κυριακή. Σε κάθε αγωνιστική γίνονται 4 ακριβώς αγώνες. Κάθε ομάδα παίζει το πολύ έναν αγώνα την αγωνιστική και κάθε αγωνιστική παίζει με διαφορετικό αντίπαλο.

α) Να αποδειχθεί ότι υπάρχουν τουλάχιστον 6 ομάδες που στο τέλος του τουρνουά, 2 από αυτές δεν θα έχουν παίξει μεταξύ τους.

β) Να αποδειχθεί ότι στο τέλος του τουρνουά υπάρχουν τουλάχιστον τρεις ομάδες που δεν έχουν παίξει μεταξύ τους.

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

3^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο, 20 Οκτωβρίου 2012

Θέμα 1^ο

A) Να αποδείξετε ότι : $\frac{\alpha + 1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{\alpha}$

B) Να συγκρίνετε τους αριθμούς : $\alpha = \frac{2011}{2012}$ και $\beta = \frac{2012}{2013}$

Γ) Έστω οι αριθμητικές παραστάσεις

$$A = 2 + \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \dots + \frac{2013}{2012} \quad \text{και} \quad B = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2012}$$

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της διαφοράς $A - B$.

Θέμα 2^ο

Ορίζουμε την πράξη # μεταξύ δύο φυσικών αριθμών α και β ως εξής:
 $\alpha \# \beta = \alpha + \beta + \alpha \cdot \beta$. Για παράδειγμα $2 \# 4 = 2 + 4 + 2 \cdot 4 = 2 + 4 + 8 = 14$.

A) Να υπολογιστεί το $32 \# 25$

B) Να υπολογιστεί το $(2 \# 3) \# (4 \# 5)$

Γ) Αν ο α είναι άρτιος (ζυγός) και ο β είναι περιττός (μονός) αριθμός να δικαιολογήσετε γιατί ο αριθμός $\alpha \# \beta$ είναι πάντα περιττός αριθμός.

Δ) Ποιος είναι ο αριθμός αν είναι γνωστό ότι $\alpha \# 6 = 41$;

E) Να βρείτε δύο φυσικούς αριθμούς α, β τέτοιους ώστε $\alpha \# \beta = 19$.

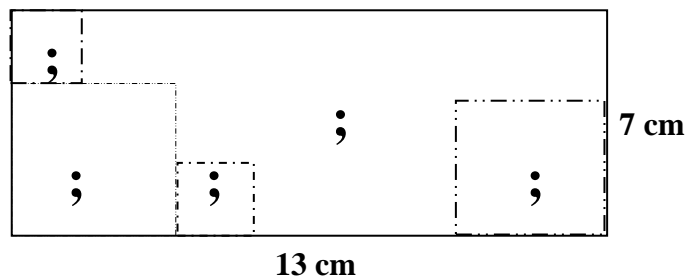
Θέμα 3^ο

Γράφουμε στη σειρά τους φυσικούς αριθμούς 1, 2, 3, ... μέχρι να προκύψει ένας φυσικός αριθμός που έχει 200 ψηφία, δηλαδή ο αριθμός $\alpha = 12345678910111213\dots x$, όπου x το διακοσιοστό ψηφίο.

- A) Ποιο το πενήτηκοστό ψηφίο του αριθμού α ;
- B) Να αποδείξετε ότι ο τελευταίος φυσικός αριθμός που θα χρησιμοποιηθεί για να φτιάξουμε τον αριθμό α είναι τριψήφιος και δεν θα χρησιμοποιήσουμε όλα του τα ψηφία.
- Γ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός α διαιρείται με το 10.
- Δ) Ποια τα τρία τελευταία ψηφία του αριθμού α ;

Θέμα 4^ο

Έχουμε ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος 13cm και πλάτος 7 cm. Να βρείτε τρόπο ώστε να χωριστεί ακριβώς σε τετράγωνα με πλευρές φυσικούς αριθμούς, που να είναι όλα άνισα μεταξύ τους και να βρείτε τα μήκη των πλευρών αυτών των τετραγώνων.



Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

4^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο, 19 Οκτωβρίου 2013

ΘΕΜΑ 1^ο

Θεωρούμε τους αριθμούς που ορίζονται από τις παραστάσεις A και B ως εξής:

$$A = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{2^4} \text{ και } B = \frac{11}{24} - \frac{3}{12} + \frac{1}{6}.$$

Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές (εξαγόμενα) των παρακάτω παραστάσεων (τοποθετώντας στη θέση των A και B τις παραπάνω παραστάσεις).

α) $\left(A + \frac{1}{16}\right)\left(B - \frac{1}{24}\right)$

β) $\left(A + \frac{1}{16}\right)^2 + \left(B - \frac{1}{24}\right)^2$

γ) $\frac{671}{\left(B - \frac{1}{24}\right)}$

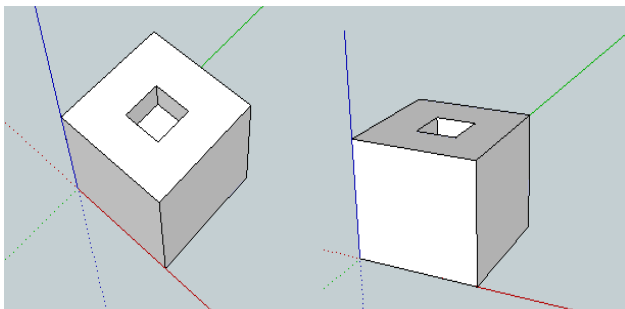
ΘΕΜΑ 2^ο

Στην εικόνα φαίνονται δυο διαφορετικές τοποθετήσεις του ίδιου ξύλινου κύβου που έχει ακμή 3 μέτρα. Μια κυβική τρύπα με ακμή 1 μέτρο έχει γίνει στο κέντρο μιας όψης του.

Οι ακμές της τρύπας είναι παράλληλες στις ακμές του κύβου.

α) Να βρείτε τον όγκο του στερεού που προκύπτει, μετά την δημιουργία της τρύπας, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα..

β) Να βρείτε το εμβαδόν ολόκληρης της ξύλινης επιφάνειας, μετά την δημιουργία της τρύπας.



Σας θυμίζουμε ότι τετράγωνο με **πλευρά α** έχει εμβαδόν $E = \alpha^2$ και κύβος με **ακμή α** έχει όγκο $V = \alpha^3$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Την ώρα της γυμναστικής, ο γυμναστής έβαλε κάποιους μαθητές στη σειρά, τον ένα δίπλα στον άλλον. Τους αριθμήσε από δεξιά προς τα αριστερά $1^{\text{ος}}$, $2^{\text{ος}}$, $3^{\text{ος}}$, ...κλπ και από αριστερά προς τα δεξιά $1^{\text{ος}}$, $2^{\text{ος}}$, $3^{\text{ος}}$, ...κλπ. Στη συνέχεια ζήτησε να έρθουν ένα βήμα μπροστά ο $5^{\text{ος}}$ από την αριστερή μεριά της σειράς και ο $5^{\text{ος}}$ από την δεξιά μεριά της σειράς.

Να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα.

- α) Ποιο το μικρότερο δυνατό πλήθος μαθητών που θα μπορούσαν να μπουν στη σειρά;
- β) Αν οι δύο μαθητές που ήρθαν ένα βήμα μπροστά, στεκόντουσαν στην αρχική σειρά δίπλα – δίπλα, πόσοι ήταν οι μαθητές της αρχικής σειράς;
- γ) Εξετάστε αν υπάρχει περίπτωση να έρθει μπροστά μόνο ένας μαθητής.

Να αιτιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

ΘΕΜΑ 4^ο

Παρακάτω δίνονται με ένα παράδειγμα, οι απαραίτητες οδηγίες για να καταλάβετε την έννοια του **μεγαλύτερου γνήσιου διαιρέτη**. Διαβάστε τις οδηγίες προσεκτικά και απαντήστε στα ερωτήματα που ακολουθούν. Οι απαντήσεις σε όλα τα ερωτήματα πρέπει να δικαιολογηθούν.

ΟΔΗΓΙΕΣ

Οι διαιρέτες του φυσικού αριθμού 12 είναι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Αν εξαιρεθεί ο αριθμός 12, από αυτούς, τότε απομένουν οι διαιρέτες 1, 2, 3, 4, 6 και ο μεγαλύτερος τους είναι ο 6. Λέμε ότι ο **μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης** του 12 είναι ο 6.

Δηλαδή, για κάθε φυσικό αριθμό μεγαλύτερο από τη μονάδα λέμε ότι ο **μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης** του είναι ο μεγαλύτερος από τους διαιρέτες του αν από αυτούς εξαιρέσουμε τον ίδιο τον φυσικό αριθμό.

ΕΡΩΤΗΜΑΤΑ

- α) Να βρεθούν οι διαιρέτες του 39 και ο μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης του 39.
- β) Να βρεθεί ο μεγαλύτερος γνήσιος διαιρέτης του 52.
- γ) Να βρείτε ποιοι από τους αριθμούς 26, 39, 52, 65, 78 και 91 έχουν μεγαλύτερο γνήσιο διαιρέτη το 13.
- δ) Να βρεθούν όλοι οι αριθμοί που έχουν μεγαλύτερο γνήσιο διαιρέτη τον 13.

Σας ευχόμαστε επιτυχία



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

5^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο 1 Νοεμβρίου 2014

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = (9 + 3 \cdot 2 - 14 : 2) \cdot (5^2 + 10^2) + 2 \cdot (5^3 + 2 \cdot 3 \cdot 5^2) + 2^3 \cdot 15 + 22 \cdot 17 - 120 : 4$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Για τους φυσικούς αριθμούς x, y ισχύει η σχέση: $3x + 2y = 13$.

A) Μπορεί το x να είναι άρτιος (ζυγός) αριθμός; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B) Μπορεί το y να είναι πολλαπλάσιο του 3; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Γ) Ποια είναι όλα τα ζεύγη των τιμών που μπορούν να πάρουν τα x, y ώστε να επαληθεύουν την αρχική σχέση;

ΘΕΜΑ 3^ο

Στην αυλή ενός σχολείου πρόκειται να δημιουργηθεί ένα ψηφιδωτό με άσπρες και μαύρες ψηφίδες. Ο τεχνίτης ζήτησε από τους μαθητές να τον βοηθήσουν φτιάχνοντας μικρούς σωρούς με τον παρακάτω τρόπο:

1^{ος} σωρός: 2 άσπρες και 3 μαύρες ψηφίδες.

2^{ος} σωρός: 4 άσπρες και 6 μαύρες ψηφίδες.

3^{ος} σωρός: 6 άσπρες και 9 μαύρες ψηφίδες.

4^{ος} σωρός: ... άσπρες και ... μαύρες ψηφίδες.

..... κ.ο.κ.

A) Μπορεί κάποιος σωρός να έχει συνολικά 197 ψηφίδες; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

B) Κάποιος σωρός έχει συνολικά 100 ψηφίδες. Να βρείτε πόσες από αυτές είναι άσπρες και πόσες μαύρες.

Γ) Ποιος είναι ο σωρός που έχει 100 ψηφίδες;

Δ) Πόσες άσπρες και πόσες μαύρες ψηφίδες θα έχει ο επόμενος σωρός από αυτόν που έχει 100 ψηφίδες;

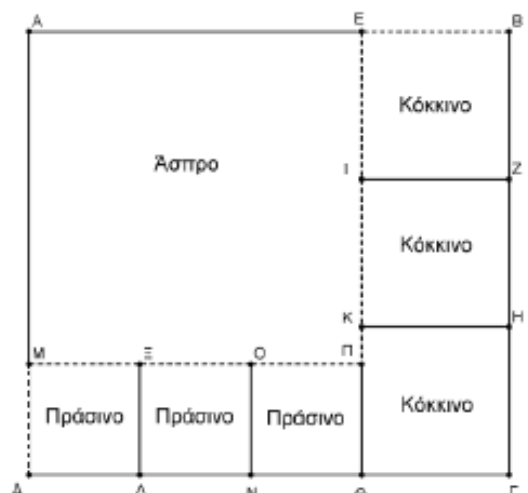
ΘΕΜΑ 4^ο

Ένα ορθογώνιο ΑΒΓΔ αποτελείται από 1 άσπρο, 3 κόκκινα και 3 πράσινα τετράγωνα. Ξέρουμε ότι η πλευρά κάθε κόκκινου τετραγώνου είναι 8 cm, τα πράσινα τετράγωνα είναι όλα ίσα μεταξύ τους και η πλευρά τους είναι φυσικός αριθμός. Ξέρουμε ότι η διακεκομμένη διαδρομή ΔΜΠΕΒ έχει μήκος 50 cm. Να βρεθούν:

A) Η πλευρά του άσπρου τετραγώνου.

B) Η πλευρά κάθε πράσινου τετραγώνου.

Γ) Το ποσοστό του εμβαδού των τριών πράσινων τετραγώνων ως προς το συνολικό εμβαδόν του ορθογωνίου ΑΒΓΔ.



Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
6^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο, 14 Νοεμβρίου 2015

ΘΕΜΑ 1^ο

Να βρείτε όλες τις δυνατές τιμές του φυσικού αριθμού a , έτσι ώστε το κλάσμα $\frac{a}{5}$ να είναι μεταξύ των κλασμάτων $\frac{17}{6}$ και $\frac{9}{4}$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Στα παρακάτω παραδείγματα φαίνεται πώς με 10 όμοια σπέρτα μπορούμε να φτιάξουμε σχήματα που έχουν εμβαδόν 3 και 4 αντίστοιχα, όπου μονάδα μέτρησης είναι το τετράγωνο πλευράς ενός σπέρτου.

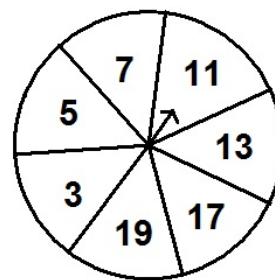


Να σχεδιάσετε παρόμοια σχήματα χρησιμοποιώντας ακριβώς 12 σπέρτα που το εμβαδόν τους να είναι:

- α)3 β)4 γ)5 δ)6 ε)7

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένας τροχός τύχης που περιέχει τους αριθμούς 3, 5, 7, 11, 13, 17 και 19. Περιστρέφουμε τον τροχό και όταν σταματήσει το βέλος δείχνει ένα αριθμό, όπως στο παράδειγμα μας τον αριθμό 11. Κατόπιν γράφουμε στη σειρά όλους τους αριθμούς ξεκινώντας από τον επόμενο και προκύπτει ο αριθμός 13171935711.



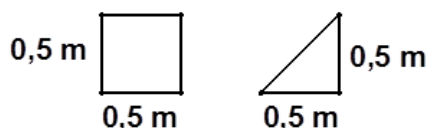
α) Ποιον αριθμό πρέπει να δείξει το βέλος όταν σταματήσει ο τροχός ώστε να προκύψει ο μεγαλύτερος δυνατός αριθμός και ποιον ώστε να προκύψει ο μικρότερος δυνατός αριθμός; (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

β) Να εξηγήσετε γιατί όλοι οι αριθμοί που προκύπτουν είναι πολλαπλάσια του 3.

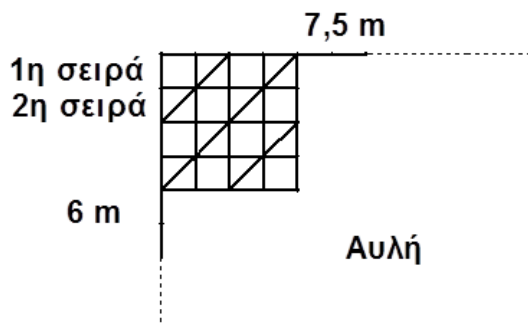
γ) Να εξηγήσετε γιατί το άθροισμα όλων των διαφορετικών αριθμών που μπορούν να προκύψουν διαιρείται με το 5.

ΘΕΜΑ 4^ο

Μια ορθογώνια αυλή έχει μήκος 7,5 m και πλάτος 6 m. Για να πλακοστρώσουμε την αυλή χρησιμοποιούμε τετραγωνικά και τριγωνικά πλακάκια όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Η πλακόστρωση γίνεται σύμφωνα με το μοτίβο του σχήματος 2.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

α) Πόσα τετραγωνικά και πόσα τριγωνικά πλακάκια θα έχει η 2η σειρά και πόσα η 7η;

β) Πόσα πλακάκια από κάθε είδος θα χρειαστούμε συνολικά για την πλακόστρωση;

γ) Αν η πλακόστρωση γινόταν με το ίδιο μοτίβο αλλά χρησιμοποιώντας όμοια πλακάκια μισών διαστάσεων από τα προηγούμενα, πόσα πλακάκια από κάθε είδος θα χρειαζόμασταν;

Καλή διασκέδαση!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

7^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»

Σάββατο 12 Νοεμβρίου 2016

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Να υπολογίσετε τις αριθμητικές τιμές των παρακάτω παραστάσεων Κ και Λ

$$K = 2^2 \cdot (2^2 + 2^2) \cdot (2^3 + 1^2) \cdot (2^2 + 2^1 + 1)$$

$$Λ = (1^{2016} + 2^1) \cdot (2^2 + 2^3) - 2^5 + 2 \cdot (2^3 - 2^2)$$

β) Να απλοποιήσετε μέχρι να γίνει ανάγωγο το κλάσμα $\frac{K}{Λ + 51}$, όπου Κ και Λ οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 2^ο

Ένα σχολείο έχει συνολικά 357 μαθητές και τα $\frac{4}{7}$ από αυτούς είναι κορίτσια.

Τα $\frac{5}{9}$ των αγοριών και το $\frac{1}{6}$ των κοριτσιών παίζουν βόλεϊ.

α) Πόσα είναι τα κορίτσια και πόσα τα αγόρια του σχολείου αυτού;

β) Πόσα παιδιά του σχολείου παίζουν βόλεϊ συνολικά;

γ) Στο σχολείο αυτό ήρθαν με μετεγγραφή δύο κορίτσια και τρία αγόρια ακόμη. Ποιο κλάσμα του συνόλου των μαθητών του σχολείου αποτελούν τώρα όλα τα κορίτσια και ποιο κλάσμα όλα τα αγόρια;

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Αν γράψουμε στη σειρά τους αριθμούς 2000, 2001, 2002, 2003, ..., 2016, 2017 προκύπτει ο αριθμός $A = 2000200120022003\dots20162017$.

- α) Πόσα ψηφία έχει ο αριθμός A;
- β) Πόσες φορές εμφανίζεται κάθε ψηφίο στον αριθμό A;
- γ) Να εξετάσετε αν ο αριθμός A είναι πρώτος ή σύνθετος.

Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε ημιευθεία Ax με αρχή το σημείο A, τοποθετούμε κατάλληλα διαδοχικά σημεία B, Γ, Δ, Ε, ... κτλ και δημιουργούνται διαδοχικά ευθύγραμμο τμήματα με μήκη $AB = 4$, $BΓ = 6$, $ΓΔ = 8$, $ΔΕ = 10$, ... κτλ ώστε κάθε επόμενο ευθύγραμμο τμήμα έχει μήκος κατά δύο μονάδες μήκους μεγαλύτερο από το προηγούμενο ευθύγραμμο τμήμα.

- α) Αν το πρώτο σημείο είναι το A, ποια είναι η απόσταση του έβδομου κατά σειρά σημείου από το A;
- β) Πόσα το πολύ σημεία μπορούν να τοποθετηθούν στη σειρά ώστε το τελευταίο να απέχει από το A απόσταση μικρότερη από 110 μονάδες μήκους;
- γ) Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός σημείων που πρέπει να τοποθετήσουμε στην ημιευθεία αυτή ώστε ένα από αυτά να είναι το μέσο του ευθυγράμμου τμήματος με άκρα το A και το τελευταίο σημείο και ποιο κατά σειρά σημείο είναι αυτό το μέσο;

Μονάδες 5

Σας ευχόμαστε επιτυχία

- ❖ Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα
- ❖ Ελάχιστος χρόνος παραμονής 1 ώρα
- ❖ Σχήματα μπορούν να γίνουν και με μολύβι
- ❖ Να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
8^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΕΥΔΗΜΟΣ»
ΣΑΒΒΑΤΟ 11 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2017

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογισθεί η τιμή της παράστασης

$$2^4 + 1^{12} + \left(\frac{8}{3} - \frac{4}{6}\right)^4 \left(1 + \frac{3}{8} : \frac{5}{4} + \frac{37}{10}\right)^3$$

ΘΕΜΑ 2^ο

Έχουμε συνολικά 40 καραμέλες που είναι πράσινες, κόκκινες, κίτρινες και μπλε.

Αν πάρω τις μισές πράσινες, τις μισές κόκκινες, 4 κίτρινες και 2 μπλε τότε έχω 20 καραμέλες.

A) Να βρείτε πόσες είναι οι πράσινες και οι κόκκινες μαζί, στις αρχικές 40 καραμέλες.

B) Να βρείτε πόσες είναι οι κίτρινες και οι μπλε, στις αρχικές 40 καραμέλες.

Γ) Στις αρχικές 40 καραμέλες οι μπλε είναι 2 περισσότερες από τις κίτρινες. Να βρείτε πόσες είναι οι κίτρινες και πόσες οι μπλε στις 40 καραμέλες.

ΘΕΜΑ 3^ο

Χρησιμοποιούμε τα ψηφία 1, 2, 6, 7, 9 (όλα από μια φορά) για να κατασκευάσουμε πενταψήφιους αριθμούς τέτοιους ώστε να είναι πολλαπλάσια του 4 και η διαφορά του ψηφίου των μονάδων από το ψηφίο των δεκάδων χιλιάδων είναι 5.

A) Να βρεθεί πόσους τέτοιους αριθμούς μπορούμε να δημιουργήσουμε;

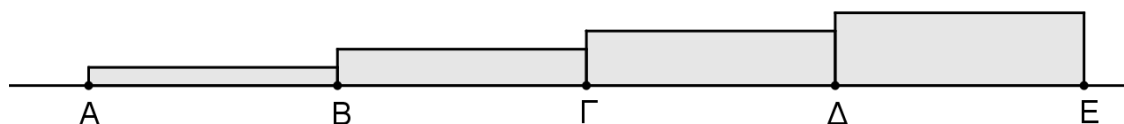
B) Να τους διατάξετε από τον μικρότερο προς το μεγαλύτερο.

Γ) Να εξηγήσετε γιατί αν πάρουμε 3 από αυτούς τους αριθμούς και τους γράψουμε στη σειρά, ο δεκαπενταψήφιος αριθμός που δημιουργείται θα διαιρείται πάντοτε με το 3.

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε μια ευθεία παίρνουμε τα σημεία A, B, Γ, Δ, E με τη σειρά αυτή, ώστε $AB = BΓ = ΓΔ = ΔE = \alpha$, όπου α φυσικός αριθμός.

Προς την ίδια μεριά της ευθείας κατασκευάζουμε τα ορθογώνια με ύψη 1, 2, 3, 4 και βάσεις αντίστοιχα AB, BΓ, ΓΔ και ΔE αντίστοιχα, όπως φαίνεται στο σχήμα.



A) Να βρεθεί η μικρότερη τιμή του α ώστε το άθροισμα των εμβαδών των τεσσάρων παραπάνω ορθογωνίων να δημιουργεί τετράγωνο.

B) Αν $\alpha = 10$ πώς θα τοποθετηθούν τα ορθογώνια του παραπάνω σχήματος, το ένα κολλητά στο άλλο, ώστε να δημιουργηθεί τετράγωνο;

Γ) Για $\alpha = 10$, κόβουμε μια λωρίδα πανί άσπρη, μια κόκκινη, μια κίτρινη και μια μπλε, ίσες αντίστοιχα με τα ορθογώνια που έχουν βάση το AB, BΓ, ΓΔ και ΔE. Κατασκευάζουμε μια τετράγωνη σημαία ράβοντας μεταξύ τους τις τέσσερις αυτές λωρίδες. Να βρείτε πόσες διαφορετικές μορφές μπορεί να έχει αυτή η σημαία, αν κρεμαστεί σε κοντάρι από δύο διαδοχικές κορυφές της.

Σημείωση. Έχουμε προβλέψει στο ράψιμο να μην αλλάζουν τα μεγέθη των ορθογωνίων.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα δίνοντας όλες τις απαραίτητες εξηγήσεις.

- Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες

Έναρξη 9:00

Δυνατή Αποχώρηση 10:00

Λήξη 12:00

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
9^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
"Ο ΕΥΔΗΜΟΣ"
Σάββατο, 10 Νοεμβρίου 2018

ΘΕΜΑ 1^ο

i. Να υπολογίσετε τις παρακάτω παραστάσεις:

$$A = (3^2 - 1^5)^2 \cdot (1 + 2^2)^2 + 3 \cdot (5 \cdot 26 + 3^2) + 1^{123}$$

$$B = 2^3 \cdot 5^3 \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + 3^2$$

Μονάδες 2

ii. Να παραγοντοποιήσετε, σε γινόμενο πρώτων παραγόντων, τις παραστάσεις $2 \cdot A - 6^2$ και $3 \cdot B - 27$.

Μονάδες 2

iii. Να γράψετε το πηλίκο $\Gamma = \frac{2 \cdot A - 6^2}{3 \cdot B - 27}$ και να το απλοποιήσετε.

Μονάδα 1

ΘΕΜΑ 2^ο

Στις κορυφές ενός τετραγώνου τοποθετούμε τους αριθμούς 8, 10, 8 και 11. Στη συνέχεια, κάνουμε αλλαγές στους αριθμούς αυτούς ως εξής: Σε κάθε κίνηση, προσθέτουμε σε δύο από τους τέσσερις αυτούς αριθμούς τον αριθμό 2.

i. Να βρείτε μετά από πόσες κινήσεις το άθροισμα όλων των αριθμών, της τελευταίας κίνησης, στις κορυφές του τετραγώνου είναι ίσο με 81.

Μονάδες 2

ii. Μετά από πόσες κινήσεις το άθροισμα όλων των αριθμών, της τελευταίας κίνησης, στις κορυφές του τετραγώνου θα ξεπεράσει το 100?

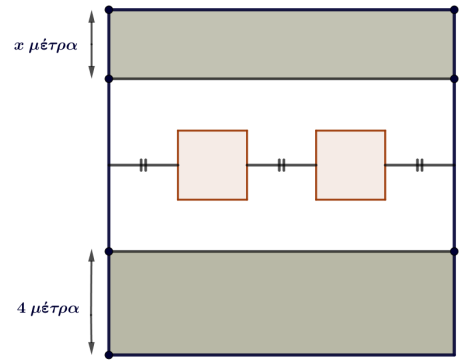
Μονάδες 2

iii. Μπορούμε, μετά από ένα πλήθος κινήσεων, να εμφανίσουμε τον ίδιο αριθμό και στις τέσσερις κορυφές του τετραγώνου?

Μονάδες 1

ΘΕΜΑ 3^ο

Ο κύριος Ηλίας αποφάσισε να ασχοληθεί με τη γεωργία και για αυτό το σκοπό αγόρασε ένα οικόπεδο. Το οικόπεδο αυτό έχει σχήμα τετράγωνο, με πλευρά μήκους 10 μέτρων. Αρχικά, ο κύριος Ηλίας χώρισε το οικόπεδο σε τρία ορθογώνια μέρη, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



- Να βρείτε το μήκος x ώστε το εμβαδόν του μεσαίου ορθογώνιου να αντιστοιχεί στο 50% του συνολικού εμβαδού του οικοπέδου.
- Ο κύριος Ηλίας αποφασίζει να τοποθετήσει μέσα στο μεσαίο ορθογώνιο μέρος 2 τετράγωνα παρτέρια, με πλευρά ίση με τα $\frac{2}{5}$ του πλάτους του μεσαίου ορθογώνιου. Επιπλέον, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα, τα παρτέρια απέχουν μεταξύ τους και από τις κατακόρυφες πλευρές του οικοπέδου ίσες αποστάσεις. Να βρείτε την απόσταση αυτή.
- Πόσα τετραγωνικά πλακάκια πλευράς 0,5 μέτρων χρειάζεται ο κύριος Ηλίας για να πλακοστρώσει την υπόλοιπη επιφάνεια του μεσαίου μέρους του οικοπέδου;

Μονάδες 2+1+2

ΘΕΜΑ 4^ο

Σε έναν αθλητικό διαγωνισμό συμμετείχαν 12 ομάδες. Μετά από μια σειρά αγώνων προέκυψε η τελική κατάταξη των 12 ομάδων. Η οργανωτική επιτροπή του διαγωνισμού, έχοντας συγκεντρώσει το ποσό των 2α € από τα εισιτήρια των αγώνων, αποφάσισε να μοιράσει το ποσό αυτό στις ομάδες που συμμετείχαν στο διαγωνισμό ως εξής:

Η 1^η ομάδα θα πάρει το ποσό των α €. Η 2^η ομάδα θα πάρει το μισό ποσό σε σχέση με την 1^η. Η 3^η ομάδα θα πάρει το μισό ποσό σε σχέση με την 2^η. Συνεχίζοντας με τον ίδιο τρόπο μέχρι και την 12^η ομάδα, τελικά περισσεύει 1 €.

- Να βρείτε το αρχικό ποσό που συγκέντρωσε η οργανωτική επιτροπή.
Μονάδες 2
- Να δείξετε ότι η 5^η ομάδα θα πάρει περισσότερα χρήματα από όσα θα πάρουν οι ομάδες από την 6^η έως και τη 12^η θέση.
Μονάδες 2
- Να βρείτε τι κλάσμα του αρχικού ποσού αποτελούν τα χρήματα που θα πάρουν οι ομάδες με σειρά κατάταξης άρτιο αριθμό.
Μονάδα 1

Καλή τύχη!



ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
10^{ος} ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
"Ο ΕΥΔΗΜΟΣ"
 Σάββατο, 9 Νοεμβρίου 2019

ΘΕΜΑ 1^ο

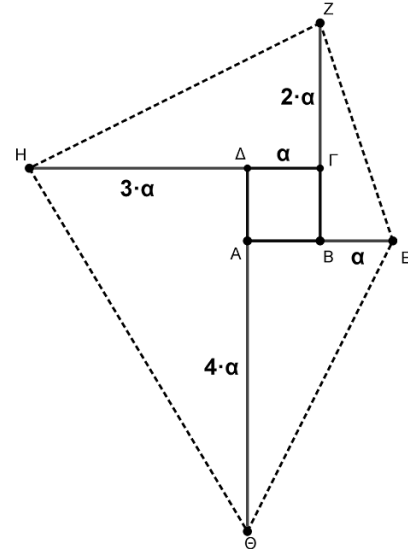
Έχουμε ένα τετράγωνο $ΑΒΓΔ$ με πλευρά μήκους $α$ μέτρων, όπου $α$ φυσικός αριθμός. Προεκτείνουμε την πλευρά $ΑΒ$ κατά τμήμα $ΒΕ$ μήκους $α$ μέτρων, την πλευρά $ΒΓ$ κατά τμήμα μήκους $2 \cdot α$ μέτρων, την πλευρά $ΓΔ$ κατά τμήμα $ΔΗ$ μήκους $3 \cdot α$ μέτρων και την πλευρά $ΔΑ$ κατά τμήμα μήκους $4 \cdot α$ μέτρων, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

α) Αν $α = 5$ μέτρα, να βρείτε το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ΕΖΗΘ$.

Μονάδες 2

β) Αν το εμβαδόν του τετραπλεύρου $ΕΖΗΘ$ είναι 1800 τετραγωνικά μέτρα και είναι ίσο με το άθροισμα των εμβαδών 18 τετραγώνων πλευράς $α$, να βρείτε το μήκος $α$ της πλευράς των τετραγώνων αυτών.

Μονάδες 3



ΘΕΜΑ 2^ο

Να συμπληρώσετε το διπλανό μαγικό τετράγωνο με όλους τους φυσικούς αριθμούς από το 1 ως το 9 (το άθροισμα των αριθμών σε κάθε γραμμή, κάθε στήλη και κάθε διαγώνιο είναι το ίδιο) όταν δίνονται οι παρακάτω παραστάσεις

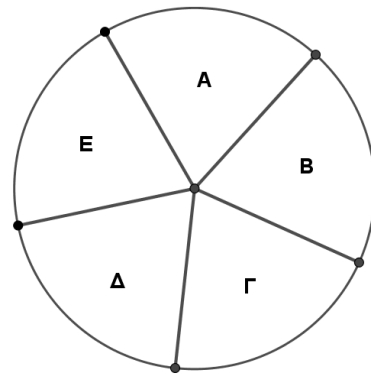
	Α	Β
		Γ
		Δ

- Α είναι ο αριθμός που όταν διαιρεθεί με το 3, μας δίνει πηλίκο 2 και υπόλοιπο 1.
- $B = 2 \cdot MK\Delta(3, 2019)$
- $\Gamma = 2\frac{5}{8} - \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{4}\right) \cdot \frac{13}{2}$
- $\Delta = 3^2 - 2019^0$

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^ο

Στην αίθουσα εκδηλώσεων ενός σχολείου υπάρχει ένας κυκλικός πίνακας ανακοινώσεων, χωρισμένος σε 5 ίσα μέρη Α, Β, Γ, Δ και Ε όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η Διευθύντρια του σχολείου αποφάσισε να βάψει τον κυκλικό πίνακα έτσι ώστε καθένα από τα 5 μέρη να έχει διαφορετικό χρώμα από τα 2 γειτονικά του μέρη.



- α) Να βρείτε με πόσα το λιγότερο διαφορετικά χρώματα μπορούμε να βάψουμε τον κυκλικό πίνακα.

Μονάδες 2

β) Τα διαθέσιμα χρώματα για το βάψιμο του κυκλικού πίνακα είναι λευκό, καφέ, πράσινο, μπλέ και κόκκινο και το κόστος για το βάψιμο κάθε περιοχής είναι 2€, 2.5€, 3€, 3.5€ και 4€ αντίστοιχα. Να βρείτε με ποιο συνδυασμό χρωμάτων θα έχουμε το μικρότερο και με ποιο το μεγαλύτερο κόστος για το βάψιμο του κυκλικού πίνακα.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 4^ο

- α) Να βρείτε το πλήθος των διψήφιων αριθμών που έχουν ψηφία διαδοχικούς αριθμούς (για παράδειγμα ο αριθμός 23 ή ο αριθμός 32).

Μονάδες 2

- β) Να βρείτε το άθροισμα όλων αυτών των διψήφιων αριθμών.

Μονάδες 2

- γ) Αν γράψουμε όλους αυτούς τους αριθμούς τον ένα δίπλα στον άλλο, τότε να δικαιολογήσετε γιατί ο αριθμός που θα προκύψει δεν διαιρείται με το 3.

Μονάδα 1

Καλή τύχη!