ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

1ος ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

15 Ιανουαρίου 2011

Θέμα 1ο

Να υπολογισθεί ο φυσικός αριθμός x όταν ισχύει η παρακάτω ισότητα:

$$2\cdot\left\{3\cdot\left[\left(x+450\right)-200\right]+105\right\}+1=2011$$

Θέμα2ο

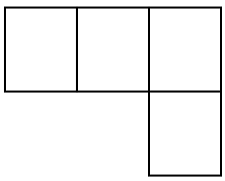
Έχουμε τέσσερις φυσικούς αριθμούς α, β, γ, δ. Αν τους προσθέσουμε ανά τρεις δημιουργούνται τέσσερα αθροίσματα, τα οποία είναι ίσα με τους αριθμούς

51, 53, 54, 55

Να υπολογισθούν οι αριθμοί αυτοί.

Θέμα 3ο

Δίνεται ορθογώνιο μήκους 10 cm και πλάτους 8 cm, το οποίο ονομάζουμε σχήμα Α. Ακόμη δίνεται το σχήμα Β, όπου το κάθε τετραγωνάκι, έχει πλευρά 1 cm.



Σχήμα Β

Να περιγράψετε μία διαδικασία με την οποία θα καλυφθεί ακριβώς το ορθογώνιο Α μόνο με σχήματα Β.

Θέμα 4ο

Η σημερινή μου ηλικία, μετά από 2 χρόνια θα είναι πολλαπλάσιο του 8 ενώ μετά από 3 χρόνια θα είναι πολλαπλάσιο του 5. Να βρείτε ποια είναι η σημερινή μου ηλικία αν έχω γεννηθεί μετά το 1911.

ΟΔΗΓΙΕΣ

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

2ος ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο, 19 Ιανουαρίου 2012

Θέμα 1ο

Δίνονται οι παραστάσεις

$$\mathrm{A}=\frac{0,5\cdot\left(0,33\cdot10^{3}-0,03\cdot10^{4}\right)}{0,48\cdot10^{5}-\left(0,4\cdot10^{4}+0,06\cdot10^{5}\right)-8\cdot10^{3}} \quad \text{και} \quad \mathrm{B}=\frac{0,15\cdot10^{3}-0,01\cdot10^{4}}{\left[\left(2,5\right)^{2}-\left(0,5\right)^{2}\right]\cdot10^{2}}.$$

Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης $\mathrm{K}=\frac{1}{\mathrm{A}}+\frac{1}{\mathrm{B}}$.

Θέμα 2ο

Ένα πιάτο περιέχει αποξηραμένα βερίκοκα, δαμάσκηνα και χουρμάδες.

Το πιάτο μαζί με το περιεχόμενο ζυγίζει 500 gr.

Αν φάμε τους μισούς χουρμάδες, το βάρος γίνεται 450 gr.
Αν στη συνέχεια φάμε τους υπόλοιπους χουρμάδες και τα $\frac{2}{3}$ από τα βερίκοκα, το βάρος γίνεται 340 gr.
Αν φάμε, τέλος, και τα $\frac{3}{4}$ από τα δαμάσκηνα, το βάρος γίνεται 280 gr.

Να βρείτε το βάρος του άδειου πιάτου.

Θέμα 3ο

Έχουμε τους αριθμούς 503, 1006, 1509, 2012, 2515.

Να εξηγήσετε γιατί σε οποιονδήποτε χωρισμό των παραπάνω αριθμών σε δύο ομάδες, θα υπάρχει αναγκαστικά μια ομάδα στην οποία θα περιέχονται δύο αριθμοί και η διαφορά τους.

Θέμα 4ο

Πέντε πόλεις Α, Β, Γ, Δ, Ε βρίσκονται πάνω σε έναν δρόμο όπως φαίνεται στο σχήμα

Είναι γνωστό ότι η απόσταση μεταξύ οποιονδήποτε δύο διαδοχικών πόλεων είναι μικρότερη από 5 km. Να αποδείξετε ότι το άθροισμα των αποστάσεων όλων των πόλεων ανά δύο, είναι μικρότερο των 100 km.
Σημείωση: δύο πόλεις λέγονται διαδοχικές όταν βρίσκονται η μία δίπλα στην άλλη. Για παράδειγμα, η Β και η Γ είναι διαδοχικές.

<u>ΟΔΗΓΙΕΣ</u>

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

$3^{\text{ος}}$ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο, 12 Ιανουαρίου 2013

Θέμα $1^{\text{ο}}$

Μια τετράδα διαδοχικών φυσικών αριθμών έχει την παρακάτω ιδιότητα:

«Υπάρχουν δύο στοιχεία της τετράδας που το άθροισμα τους είναι στοιχείο της τετράδας»

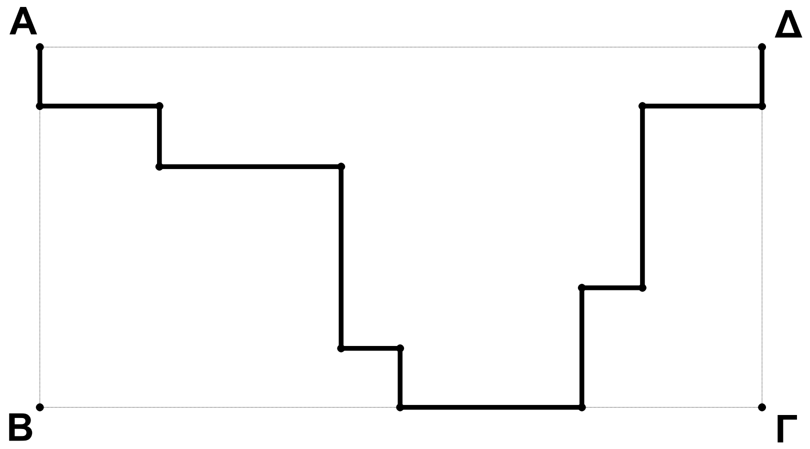
Α. Να αποδείξετε ότι μόνο τρεις τετράδες φυσικών αριθμών ικανοποιούν αυτή την ιδιότητα και να βρείτε τις τετράδες αυτές.

Β. Ποια από αυτές τις τετράδες περιέχει τους περισσότερους ***πρώτους αριθμούς*** ;

Θέμα $2^{\text{ο}}$

Στο παρακάτω σχήμα το ΑΒΓΔ είναι ορθογώνιο με μήκος ΒΓ = 12 cm και περίμετρο 36 cm.

Η συνεχής τεθλασμένη γραμμή με άκρα τα σημεία Α και Δ που φαίνεται στο σχήμα αποτελείται μόνο από κατακόρυφα και οριζόντια ευθύγραμμα τμήματα (δηλαδή παράλληλα στις πλευρές του ορθογωνίου).



Α. Ποιες οι διαστάσεις του ορθογωνίου ΑΒΓΔ ;

Β. Ποιο το μήκος της τεθλασμένης αυτής γραμμής ;

Θέμα 3ο

Έστω οι φυσικοί αριθμοί α, β, γ, δ, ε τέτοιοι ώστε να ικανοποιούν τις ισότητες:

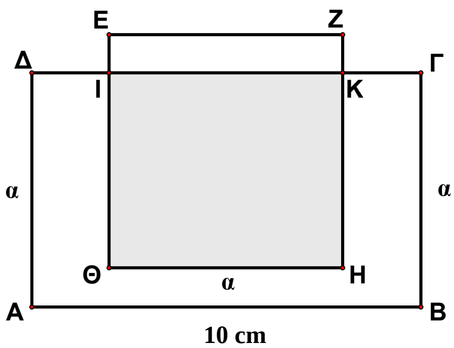
$$\boldsymbol{\alpha - 1 = \beta + 2 = \gamma - 3 = \delta + 4 = \varepsilon - 5}$$

Α. Να διατάξετε σε μια σειρά από τον μικρότερο προς τον μεγαλύτερο τους αριθμούς α, β, γ, δ, ε.

Β. Να βρεθούν οι αριθμοί α, β, γ, δ, ε, αν είναι επιπλέον γνωστό ότι έχουν άθροισμα 28.

Θέμα 4ο

Στο παρακάτω σχήμα το ορθογώνιο ΑΒΓΔ έχει μήκος 10 cm και πλάτος ένα φυσικό αριθμό α, που είναι ίσο με την πλευρά του τετραγώνου ΕΖΗΘ που ένα μέρος του βρίσκεται εντός του ορθογωνίου. Το εμβαδόν του ορθογωνίου ΙΚΗΘ είναι το 50% του εμβαδού του ορθογωνίου ΑΒΓΔ. Ξέρουμε επίσης ότι το μήκος του ορθογωνίου ΑΒΓΔ είναι μεγαλύτερο από το πλάτος του.



Α. Να εξηγήσετε γιατί το τμήμα ΗΚ έχει μήκος 5 cm.

Β. Ποιες είναι οι δυνατές τιμές που μπορεί να πάρει ο φυσικός αριθμός α ;

Γ. Ποιο το εμβαδόν του ορθογωνίου ΕΖΚΙ σε κάθε περίπτωση ;

<u>ΟΔΗΓΙΕΣ</u>

Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες.

Να λύσετε και τα (4) θέματα

Δυνατή αποχώρηση: (1) ώρα μετά την παραλαβή των θεμάτων

Σας ευχόμαστε επιτυχία!!!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

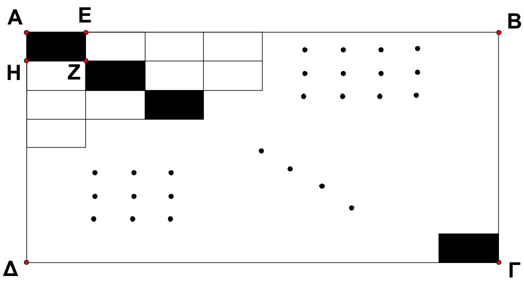
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

4[ος] ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ «Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»
Σάββατο, 18 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2014

ΘΕΜΑ Α

Μια σαρανταποδαρούσα φοράει σε μερικά πόδια παπούτσια. Σήμερα τις χάρισαν άλλα 9 καινούργια ζευγάρια παπούτσια. Τα φόρεσε κι αυτά και τώρα μόνο σε 4 πόδια δεν φοράει παπούτσια. Σε πόσα πόδια φορούσε παπούτσια, πριν της χαρίσουν τα καινούργια παπούτσια;

ΘΕΜΑ Β



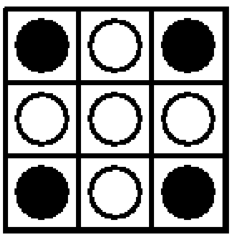
Μια αίθουσα εκδηλώσεων έχει σχήμα ορθογώνιο με διαστάσεις ΑΒ = 25 μέτρα και ΑΔ = 12,5 μέτρα. Θέλουμε να την στρώσουμε με ορθογώνιες πλάκες από μάρμαρο έχοντας στην διαγώνιο ΑΓ πλάκες με μαύρο χρώμα, όπως φαίνεται στο σχήμα. Οι υπόλοιπες πλάκες θέλουμε να είναι από λευκό μάρμαρο. Οι διαστάσεις σε όλες τις πλάκες είναι ίδιες. Η διάσταση ΑΕ είναι ίση με το 2% της ΑΒ και η ΑΗ είναι το 2% του ΑΔ.

Β.1 Να εξηγήσετε γιατί είναι δυνατόν να στρωθεί η διαγώνιος με αυτό τον τρόπο. Πόσες μαύρες πλάκες θα έχει η διαγώνιος ΑΓ;

Β.2 Να υπολογίσετε το πλήθος από τις άσπρες πλάκες που θα χρειαστούμε.

ΘΕΜΑ Γ

Σε μια σκακιέρα διαστάσεων 3Χ3 έχουμε τοποθετήσει άσπρες και μαύρες μπάλες, όπως δείχνει το σχήμα. Ορίζουμε «κίνηση» την δυνατότητα να αντικαταστήσουμε ταυτόχρονα δύο οποιεσδήποτε μπάλες με δύο άλλες που έχουν αντίθετο χρώμα. Να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα



Γ.1 Πώς μεταβάλλεται το πλήθος στις μαύρες μπάλες αν κάνουμε μόνο μια τέτοια «κίνηση»; Εξετάστε τις περιπτώσεις που επιλέγουμε να αντικαταστήσουμε δύο μπάλες με χρώματα Άσπρη-Άσπρη, Μαύρη-Μαύρη και Άσπρη-Μαύρη.

Γ.2 Ξεκινώντας από την σκακιέρα που δίνεται δίπλα να περιγράψετε μια διαδικασία ώστε με τρεις ακριβώς «κινήσεις» να καταλήξουμε σε μια σκακιέρα με τρεις άσπρες και έξι μαύρες μπάλες, ώστε οι άσπρες να σχηματίζουν τρίλιζα. (να είναι στην ίδια γραμμή ή στήλη ή διαγώνιο)

Γ.3 Ξεκινώντας από την σκακιέρα που δίνεται δίπλα, να εξηγήσετε αν είναι δυνατόν, να καταλήξουμε μετά από κάποιο αριθμό «κινήσεων», σε μια σκακιέρα που να έχει τρεις μαύρες και έξι άσπρες μπάλες;

ΘΕΜΑ Δ

Οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 χωρίζονται σε 4 ομάδες με τέτοιο τρόπο ώστε η μια ομάδα να περιέχει ένα αριθμό και οι υπόλοιπες από δύο αριθμούς. Το άθροισμα των αριθμών κάθε ομάδας δεν διαιρείται με το 2.

Δ.1 Ποιοι αριθμοί μπορούν να αποτελέσουν την ομάδα που περιέχει έναν αριθμό;

Δ.2 Να γράψετε όλους τους δυνατούς τρόπους με τους οποίους μπορεί να γίνει ο παραπάνω χωρισμός σε ομάδες;

Δ.3 Ο Θανάσης παρατήρησε ότι στον χωρισμό των αριθμών στις ομάδες {3}, {1,2}, {4,7}, {5,6} ισχύει 1 + 2 = 3 και 4 + 7 = 5 + 6. Ποιοι άλλοι χωρισμοί έχουν την ίδια ιδιότητα;

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ 3 ΩΡΕΣ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
$5^{ος}$ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»
Σάββατο, 17 Ιανουαρίου 2015

ΘΕΜΑ 1^o

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις:

$$\mathbf{A} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{2}}{3\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{3}\right)^2 : \frac{13}{12} + \frac{12}{13} \quad \text{και} \quad \mathbf{B} = \frac{\frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} - \frac{1}{4\cdot 5}}{\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} - \frac{1}{3\cdot 4\cdot 5}}.$$

1. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων Α, Β.
2. Να συγκρίνετε τους αριθμούς Α, Β και 1.

ΘΕΜΑ 2^o

Δίνονται οι φυσικοί αριθμοί x, y, w με x πρώτο αριθμό, τέτοιοι ώστε να ισχύει:

$$x \cdot (y^2 + 4) \cdot (w^3 + 4) = 2015 \qquad (\mathbf{1})$$

1. Ο αριθμός 2015 είναι πρώτος ή σύνθετος; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.
2. Να βρείτε όλους τους διαιρέτες του αριθμού 2015.
3. Να βρείτε τρεις τριάδες (x, y, w) που επαληθεύουν την ισότητα $(\mathbf{1})$.

ΘΕΜΑ 3^o

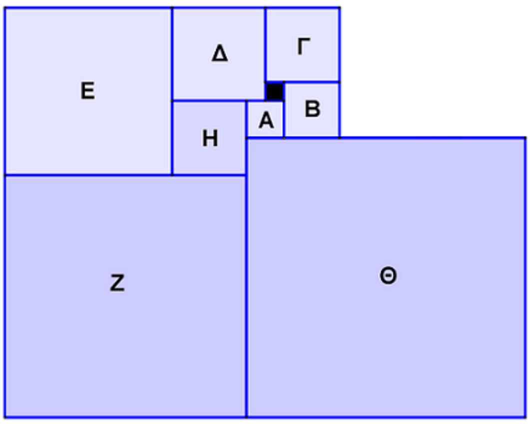
Στην αυλή του σχολείου, ο καθηγητής της Γυμναστικής έχει σημειώσει στο δάπεδο δύο σημεία **Α** (Αρχή) και **Τ** (Τέλος), σε κάποια απόσταση μεταξύ τους.
Αν περπατήσουμε με βήματα των $50cm$, διανύουμε την απόσταση **(ΑΤ)** με ακέραιο αριθμό βημάτων.
Αν αυξήσουμε το βήμα μας κατά 40%, διανύουμε πάλι την απόσταση **(ΑΤ)** με ακέραιο αριθμό βημάτων.
Γνωρίζοντας ότι η απόσταση **(ΑΤ)** είναι μεγαλύτερη από $5,8m$ και μικρότερη από $8,3m$, να απαντήσετε στα παρακάτω ερωτήματα:

1. Ποια είναι η απόσταση **(ΑΤ)**;
2. Ποιος είναι ο αριθμός βημάτων των $50cm$;
3. Ποιος είναι ο αριθμός βημάτων, όταν αυξηθεί το βήμα μας κατά 40%;

ΘΕΜΑ 4^o

Οκτώ κιβώτια Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η και Θ έχουν στοιβαχθεί όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Οι έδρες όλων των κιβωτίων είναι τετράγωνες. Το μικρό μαύρο κενό που έχει δημιουργηθεί ανάμεσα τους είναι κι αυτό τετράγωνο με πλευρά $1cm$.

1. Αν το εμβαδόν του τετραγώνου Δ είναι $25cm^2$, να βρεθούν οι πλευρές των τετραγώνων Α, Β, Γ και Η.
2. Αν η πλευρά του τετραγώνου Α είναι ίση με $\kappa + 1\, cm$, να εξηγήσετε γιατί η πλευρά του τετραγώνου Η είναι ίση με $4\, cm$.



Καλή τύχη!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
$6^{ος}$ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»
Σάββατο, 16 Ιανουαρίου 2016

ΘΕΜΑ 1^o

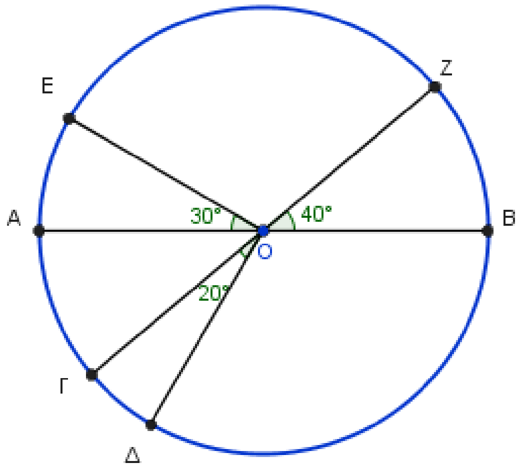
i. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τον αριθμό 2016.

ii. Να υπολογίσετε την αριθμητική τιμή της παράστασης:

$$A = (3 + 2 \cdot 3 + 2^3 + 450 : 30) \cdot (11 \cdot 0,2 + 6,3 : 2,1 + 0,144 : 0,12 + 10 \cdot 0,6^2 - 1^4) \cdot \left(\frac{5}{4} + \frac{\frac{3}{4}}{\frac{6}{18}} + \frac{3\frac{1}{2}}{5\frac{1}{4}} \cdot \frac{15}{4} + \frac{2015}{2016} \cdot \frac{2016}{2015}\right)$$

ΘΕΜΑ 2^o

Σε κύκλο με κέντρο Ο φέρνουμε τις διαμέτρους ΑΒ και ΓΖ ώστε $B\widehat{O}Z = 40°$. Πάνω στην περιφέρεια του κύκλου θεωρούμε ακόμη τα σημεία Δ και Ε ώστε $\Gamma\widehat{O}\Delta = 20°$ και $A\widehat{O}E = 30°$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



i. Να βρείτε το μέτρο των γωνιών $A\widehat{O}\Gamma, \Delta\widehat{O}B, Z\widehat{O}E$.

ii. Από το κέντρο Ο του κύκλου κινούμαστε πάνω στην ακτίνα ΟΑ μέχρι το σημείο Α κι επιστρέφουμε στο Ο. Στη συνέχεια επαναλαμβάνουμε τη διαδρομή για τα σημεία Γ,Δ,Β,Ζ και τελικά από το κέντρο Ο κινούμαστε πάνω στην ακτίνα ΟΕ μέχρι το σημείο Ε. Αν η συνολική διαδρομή είχε μήκος $12,1\,m$, να βρείτε τη διάμετρο του κύκλου.

ΘΕΜΑ 3^o

Έχουμε μια ζυγαριά ισορροπίας με δύο δίσκους. Για να ζυγίσουμε κάποιο αντικείμενο χρησιμοποιούμε αριθμημένα βάρη που μπαίνουν στον ένα δίσκο, ενώ στον άλλο δίσκο μπαίνει το αντικείμενο που θα ζυγίσουμε. Επειδή τα αριθμημένα βάρη δεν καλύπτουν όλες τις τιμές, μπορούμε να τοποθετήσουμε κάποια μαζί με τα προς ζύγιση αντικείμενα. Αν έχουμε 3 βάρη, των $1g, 3g$ και $9g$ αντίστοιχα, τότε μπορούμε να ζυγίσουμε αντικείμενα βάρους από $1g$ έως $13g$. Για παράδειγμα, ζυγίζουμε ένα αντικείμενο $4g$ βάζοντας το αντικείμενο στον ένα δίσκο και τα βάρη των $1g, 3g$ στον άλλο δίσκο. Για να ζυγίσουμε ένα αντικείμενο $7g$ βάζουμε το αντικείμενο μαζί με το βάρος των $3g$ στον ένα δίσκο και στον άλλο δίσκο τα βάρη των $1g, 9g$.

i. Αν μας δώσουν και ένα βάρος $27g$, μπορούμε να ζυγίσουμε αντικείμενα βάρους από $1g$ έως $40g$. Να εξηγήσετε πως μπορούμε τότε να ζυγίσουμε αντικείμενα $17g, 23g$ και $35g$.

ii. Αν μας δώσουν 2 ακόμη βάρη που όλα μαζί ακολουθούν το ίδιο μοτίβο, να εξετάσετε αν με τη ζυγαριά μπορούμε να ζυγίσουμε ένα αντικείμενο βάρους $365g$.

ΘΕΜΑ 4^o

Η παραγωγή ενός βιομηχανικού προϊόντος ολοκληρώνεται σε τρεις φάσεις. Η διάρκεια της πρώτης φάσης είναι το 20% του συνολικού χρόνου παραγωγής, η διάρκεια της δεύτερης φάσης είναι το 70% του συνολικού χρόνου παραγωγής, ενώ η τρίτη φάση διαρκεί 30 λεπτά. Για να επιταχύνει τη διαδικασία παραγωγής η διοίκηση της βιομηχανίας αγοράζει νέα μηχανήματα ώστε να μειωθεί κατά 30% ο χρόνος της πρώτης και της τρίτης φάσης, ενώ στη δεύτερη φάση τα καινούρια μηχανήματα λειτουργούν με διπλάσια ταχύτητα από τα παλιά.

i. Να βρείτε τον συνολικό χρόνο παραγωγής πριν αλλαχθούν τα μηχανήματα.

ii. Να βρείτε το ποσοστό μείωσης του χρόνου παραγωγής με τα νέα μηχανήματα.

iii. Τι ποσοστό του συνολικού χρόνου παραγωγής διαρκεί κάθε φάση με τα νέα μηχανήματα;

Καλή τύχη!

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ

$7^{ος}$ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ

«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»

Σάββατο 28 Ιανουαρίου 2017

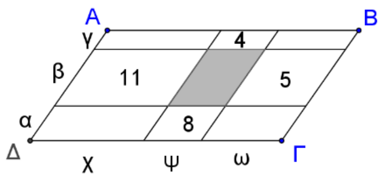
ΘΕΜΑ $1^{ο}$

α) Να βρείτε το πλήθος αλλά και το άθροισμα των φυσικών αριθμών που είναι **μικρότεροι** από 100 και **περιέχουν** σαν ψηφίο το **9**.

β) Να βρείτε το **πλήθος των ψηφίων** όλων των φυσικών αριθμών που είναι μικρότεροι από 100 και **δεν περιέχουν** σαν ψηφίο το **9**.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ $2^{ο}$



Το παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος έχει χωριστεί σε εννέα μικρότερα παραλληλόγραμμα χωρίζοντας τις πλευρές ΔΓ και ΑΔ σε μικρότερα κομμάτια **χ, ψ, ω και α, β, γ** αντίστοιχα . Οι **περίμετροι** τεσσάρων από αυτά είναι ίσες με **11, 8, 5, 4cm** αντίστοιχα όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Η **περίμετρος** του παραλληλογράμμου **ΑΒΓΔ** είναι ίση με **21cm**.

α) Να δικαιολογήσετε ότι το **άθροισμα** των περιμέτρων των **9 μικρότερων** παραλληλογράμμων είναι **τριπλάσιο** της περιμέτρου του ΑΒΓΔ.

β) Να βρείτε την περίμετρο του σκιασμένου παραλληλογράμμου.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 3^{ο}

Δίνεται ο **πενταψήφιος** αριθμός **2χ4ψ5**.

α) Να αντικαταστήσετε τα **χ** και **ψ** με κατάλληλα ψηφία, ώστε να προκύψει αριθμός που να διαιρείται ταυτόχρονα με το **3 και το 25**. Να γράψετε όλες τις δυνατές περιπτώσεις.

β) Αν **Α** και **Β** είναι δύο από τους αριθμούς που έχετε βρει στο **α)** ερώτημα με **Α < Β**, να εξετάσετε αν οι αριθμοί **Α** και **Β** είναι ή όχι **πολλαπλάσια του 75**. Να εξετάσετε αν ισχύει το ίδιο και για τους αριθμούς **Α + Β**, **Β – Α**, **Α˙Β**. Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4^{ο}

Θεωρούμε τις ομάδες των φυσικών αριθμών

Α ομάδα: 1, 2, 3, 4, …., 11, 12 και

Β ομάδα: 1, 2, 3, 4, …., 12, 13

α) Να χωρίσετε την ομάδα **Α** σε τρεις ομάδες οι οποίες να έχουν ίδιο άθροισμα των αριθμών που περιέχουν ίσο με **26** (πρέπει να χρησιμοποιήσετε όλους τους αριθμούς της ομάδας Α).

β) **Έ**χουμε μια ομάδα φυσικών αριθμών στην οποία ο **μεγαλύτερος** αριθμός είναι ίσος με το **άθροισμα** των **υπόλοιπων** αριθμών της ομάδας. Να εξετάσετε αν το άθροισμα όλων των αριθμών της ομάδας είναι **περιττός** ή **άρτιος** αριθμός.

γ) Να αποδείξετε ότι δεν μπορούμε να χωρίσουμε την ομάδα **Β** σε μικρότερες ομάδες ώστε ο **μεγαλύτερος** αριθμός **κάθε** μικρότερης ομάδας να ισούται με το άθροισμα των υπόλοιπων αριθμών της ομάδας αυτής.

Μονάδες 5

Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα και να δικαιολογήσετε όλες τις απαντήσεις σας

Σας ευχόμαστε καλή επιτυχία

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
$8^{ος}$ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
«Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ»
ΣΑΒΒΑΤΟ 20 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2018

ΘΕΜΑ $1^{ο}$

Ένας μαθητής έγραψε τέσσερα τεστ και πέτυχε μέσο όρο βαθμών 17. Τα τεστ βαθμολογούνται με ακέραιους αριθμούς στην κλίματα από 0 μέχρι 20.

Α) Ποιο είναι το άθροισμα των βαθμών στα τέσσερα τεστ;

Β) Ποια είναι η μικρότερη δυνατή βαθμολογία που μπορεί να γράψει ένας μαθητής σε οποιοδήποτε από τα τέσσερα τεστ;

Γ) Αν έχει γράψει 20 ακριβώς στα δύο από τα τεστ και στα άλλα δύο έχει τουλάχιστον 2 μονάδες διαφορά, να βρεθούν όλες οι δυνατές βαθμολογίες στα δύο τεστ.

ΘΕΜΑ $2^{ο}$

Σε έξι κουτιά θα τοποθετήσουμε σφαιρίδια ως εξής. Στο πρώτο κουτί βάζουμε έναν αριθμό χ σφαιριδίων και στα επόμενα με τη σειρά τοποθετούμε τον διπλάσιο αριθμό σφαιριδίων αυξημένο κατά ένα, σε σχέση με το προηγούμενο κουτί.

Α) Να γράψετε με τη βοήθεια του χ τον αριθμό των σφαιριδίων που υπάρχουν σε κάθε ένα κουτί και να δικαιολογήσετε ότι από το δεύτερο κουτί και μετά έχουμε πάντοτε αριθμό ίδιας μορφής άρτιο ή περιττό.

Β) Αν τοποθετήσουμε συνολικά, στα έξι κουτιά 687 σφαιρίδια, να βρείτε πόσα σφαιρίδια είχαμε τοποθετήσει στο πρώτο κουτί.

Γ) Να δείξετε ότι σε κάθε κουτί έχουμε τοποθετήσει περισσότερα σφαιρίδια, από το άθροισμα των σφαιριδίων που υπάρχουν σε όλα τα προηγούμενα κουτιά.

ΘΕΜΑ 3ο

Αν για τους μη μηδενικούς αριθμούς α, β, γ ισχύει $\frac{\alpha+\beta-\gamma}{\gamma}=\frac{\beta+\gamma-\alpha}{\alpha}=\frac{\gamma+\alpha-\beta}{\beta}$

Α) Να αποδείξετε ότι κάθε κλάσμα από αυτά ισούται με 1.

Β) Ξέροντας λοιπόν ότι $\frac{\alpha+\beta-\gamma}{\gamma}$ = 1, $\frac{\beta+\gamma-\alpha}{\alpha}$ = 1 και $\frac{\gamma+\alpha-\beta}{\beta}$ = 1 να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων α + β, β + γ, γ + α με τη βοήθεια των γ, α, β αντίστοιχα.

(δηλαδή το α + β με το γ, το β + γ με το α, το γ + α με το β)

Γ) Να βρείτε την τιμή του κλάσματος $K=\frac{(\alpha+\beta)\cdot(\beta+\gamma)\cdot(\gamma+\alpha)}{\alpha\cdot\beta\cdot\gamma}$.

ΘΕΜΑ 4ο

Θεωρούμε τα ισοσκελή τρίγωνα ΑΒΓ που έχουν πλευρές φυσικούς αριθμούς και περίμετρο 26.

Α) Υποθέτουμε ότι σε κάποιο από αυτά τα τρίγωνα, μπορούμε να βάλουμε πάνω στις ίσες πλευρές από 3 σημεία στην κάθε μια και στη βάση 4 σημεία έτσι ώστε και οι τρεις πλευρές να χωρισθούν σε ευθύγραμμα τμήματα που είναι όλα ίσα μεταξύ τους. Να βρεθούν τα μήκη των πλευρών του τριγώνου σε αυτή την περίπτωση.

Β) Αν στα ισοσκελή τρίγωνα με περίμετρο 26 και πλευρές φυσικούς αριθμούς, συμβολίσουμε με α το μήκος κάθε μιας από τις ίσες πλευρές και με β το μήκος της βάσης, να εξηγήσετε γιατί το β είναι πάντοτε ζυγός αριθμός.

Γ) Γνωρίζουμε ότι σε οποιοδήποτε τρίγωνο κάθε πλευρά του είναι μικρότερη από το άθροισμα των δύο άλλων.

Να βρεθούν πόσες διαφορετικές μορφές, ως προς τα μήκη των πλευρών, μπορεί να έχουν τα ισοσκελή τρίγωνα με περίμετρο 26 και πλευρές φυσικούς αριθμούς.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε όλα τα θέματα δίνοντας όλες τις απαραίτητες εξηγήσεις.
- Διάρκεια εξέτασης 3 ώρες

Έναρξη 9:00
Δυνατή Αποχώρηση 10:00
Λήξη 12:00

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΔΩΔΕΚΑΝΗΣΟΥ
$9^{ος}$ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ Α΄ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
"Ο ΙΠΠΑΡΧΟΣ"

Σάββατο, 19 Ιανουαρίου 2019

ΘΕΜΑ $1^{ο}$

i. Να βρείτε τον μεγαλύτερο μονοψήφιο φυσικό αριθμό, ο οποίος μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών. Να γράψετε τον αριθμό που βρήκατε ως άθροισμα δυο διαδοχικών φυσικών αριθμών.

Μονάδες 2

ii. Να βρείτε τον μεγαλύτερο διψήφιο φυσικό αριθμό, ο οποίος μπορεί να γραφτεί ως άθροισμα δύο διαδοχικών φυσικών αριθμών, ως άθροισμα τριών διαδοχικών αριθμών και ως άθροισμα πέντε διαδοχικών αριθμών. Να γράψετε τον αριθμό που βρήκατε ως άθροισμα πέντε διαδοχικών αριθμών.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ $2^{ο}$

Τέσσερις φίλοι, ο Αντώνης, ο Βασίλης, ο Γιάννης και ο Διονύσης αποφάσισαν να αποταμιεύσουν χρήματα για να τα αξιοποιήσουν στις διακοπές τους. Το ποσό που συγκέντρωσαν και οι τέσσερις φίλοι μαζί ήταν συνολικά 216€.
Την πρώτη ημέρα των διακοπών οι τέσσερις φίλοι ξόδεψαν τα $\frac{3}{4}$ των χρημάτων του Αντώνη και τους έμειναν 174 €. Τη δεύτερη ημέρα των διακοπών οι τέσσερις φίλοι ξόδεψαν τα $\frac{5}{6}$ των χρημάτων του Βασίλη και τους έμειναν 134 €. Την τρίτη ημέρα των διακοπών οι τέσσερις φίλοι ξόδεψαν το 20% των χρημάτων του Γιάννη και τους έμειναν 122 €. Την τέταρτη ημέρα των διακοπών σχεδίαζαν να κάνουν μια ημερήσια εκδρομή με λεωφορείο αλλά διαπίστωσαν ότι δεν είχαν αρκετά χρήματα.

i. Να βρείτε πόσα χρήματα είχε αποταμιεύσει αρχικά κάθενας από τους τέσσερις φίλους.

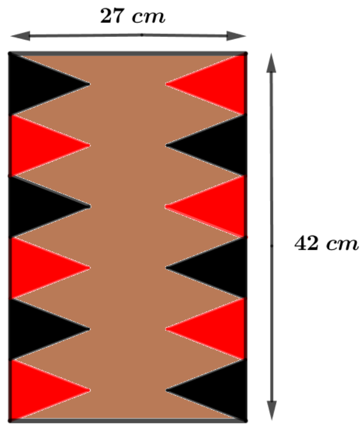
Μονάδες 2

ii. Αν το κόστος της ημερήσιας εκδρομής με λεωφορείο είναι $32,5$ € για κάθε άτομο, να βρείτε ποιο μέρος των χρημάτων του Βασίλη θα μπορούσαν να ξοδέψουν τη δεύτερη ημέρα ώστε να τους μείνουν αρκετά χρήματα για την ημερήσια εκδρομή.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ 3ο

Δύο φίλοι αποφάσισαν να παίξουν το επιτραπέζιο παιχνίδι τάβλι και γι'αυτό σχεδίασαν δύο ίσες ορθογώνιες επιφάνειες, όπως αυτή στο διπλανό σχήμα. Το μήκος του ορθογωνίου είναι 42 cm και το πλάτος 27 cm. Σε κάθε ορθογώνιο υπάρχουν ίσα, ισοσκελή τρίγωνα με ύψος ίσο με το $\frac{1}{3}$ του πλάτους του ορθογωνίου. Τα τρίγωνα αυτά έχουν εναλλάξ κόκκινο ή μαύρο χρώμα, ενώ η υπόλοιπη επιφάνεια του ορθογωνίου έχει καφέ χρώμα. Να βρείτε τι ποσοστό της επιφάνειας του ορθογωνίου έχει



i. κόκκινο χρώμα

ii. καφέ χρώμα.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ 4ο

Έχουμε τρεις φυσικούς αριθμούς α, β και γ, οι οποίοι είναι μεγαλύτεροι από το 0 ενώ ο α είναι μεγαλύτερος από το 1. Αν διαιρέσουμε τον αριθμό β με τον αριθμό α, θα βρούμε πηλίκο 2 και υπόλοιπο 1. Αν διαιρέσουμε τον αριθμό γ με τον αριθμό α, θα βρούμε πηλίκο 3 και υπόλοιπο 2.

i. Να δείξετε ότι ισχύει $\alpha < \beta < \gamma$.

Μονάδα 1

ii. Να δείξετε ότι ο αριθμός $\alpha + \beta + \gamma$ διαιρείται με το 3 και ότι ισχύει $\alpha + \beta + \gamma \geq 9$.

Μονάδες 2

iii. Αν, επιπλέον, γνωρίζουμε ότι ισχύει $\alpha + \beta + \gamma \leq 21$, να βρείτε τους αριθμούς α, β και γ.

Μονάδες 2

Καλή τύχη!