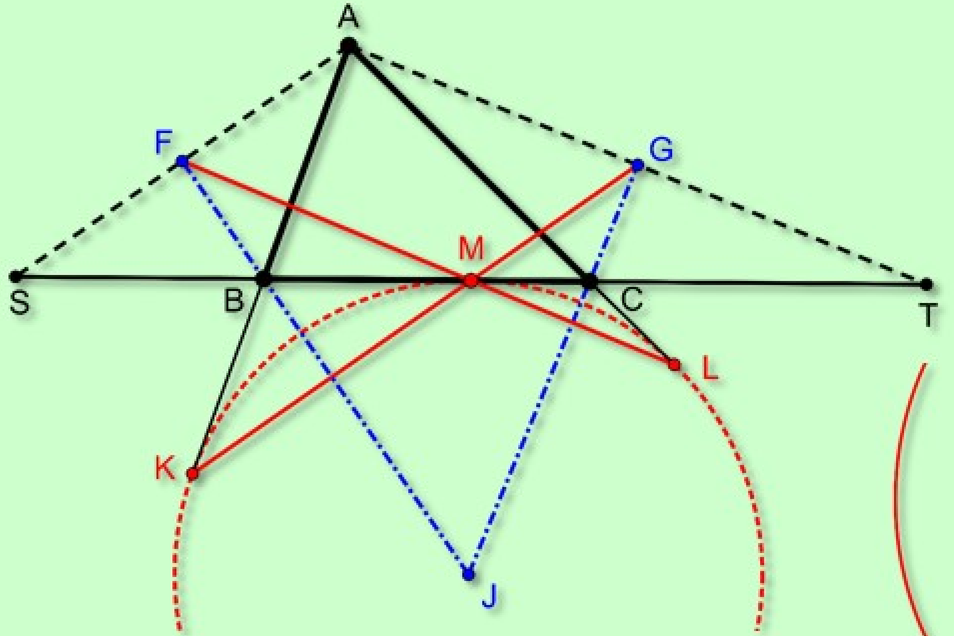
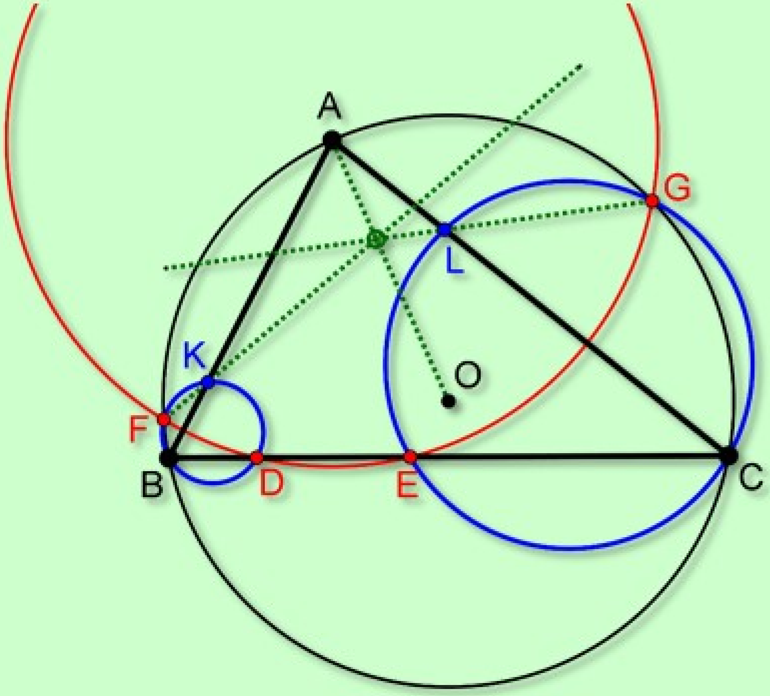
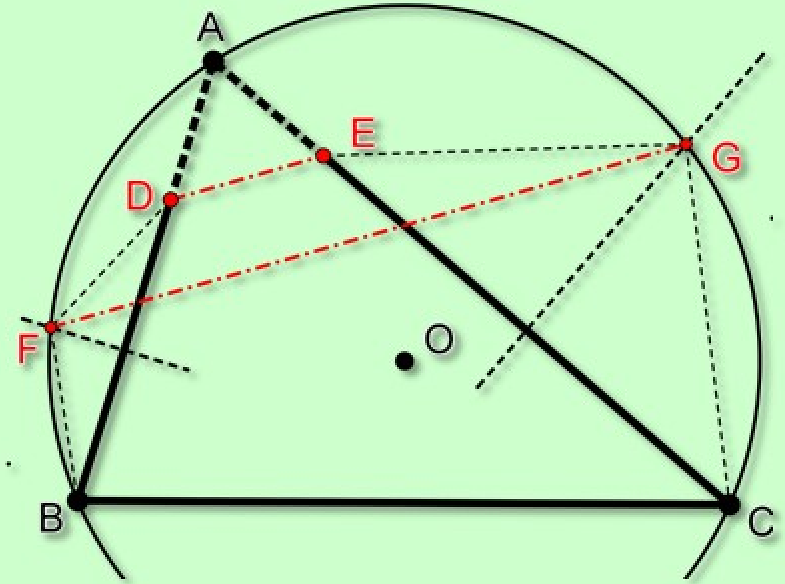
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ 6

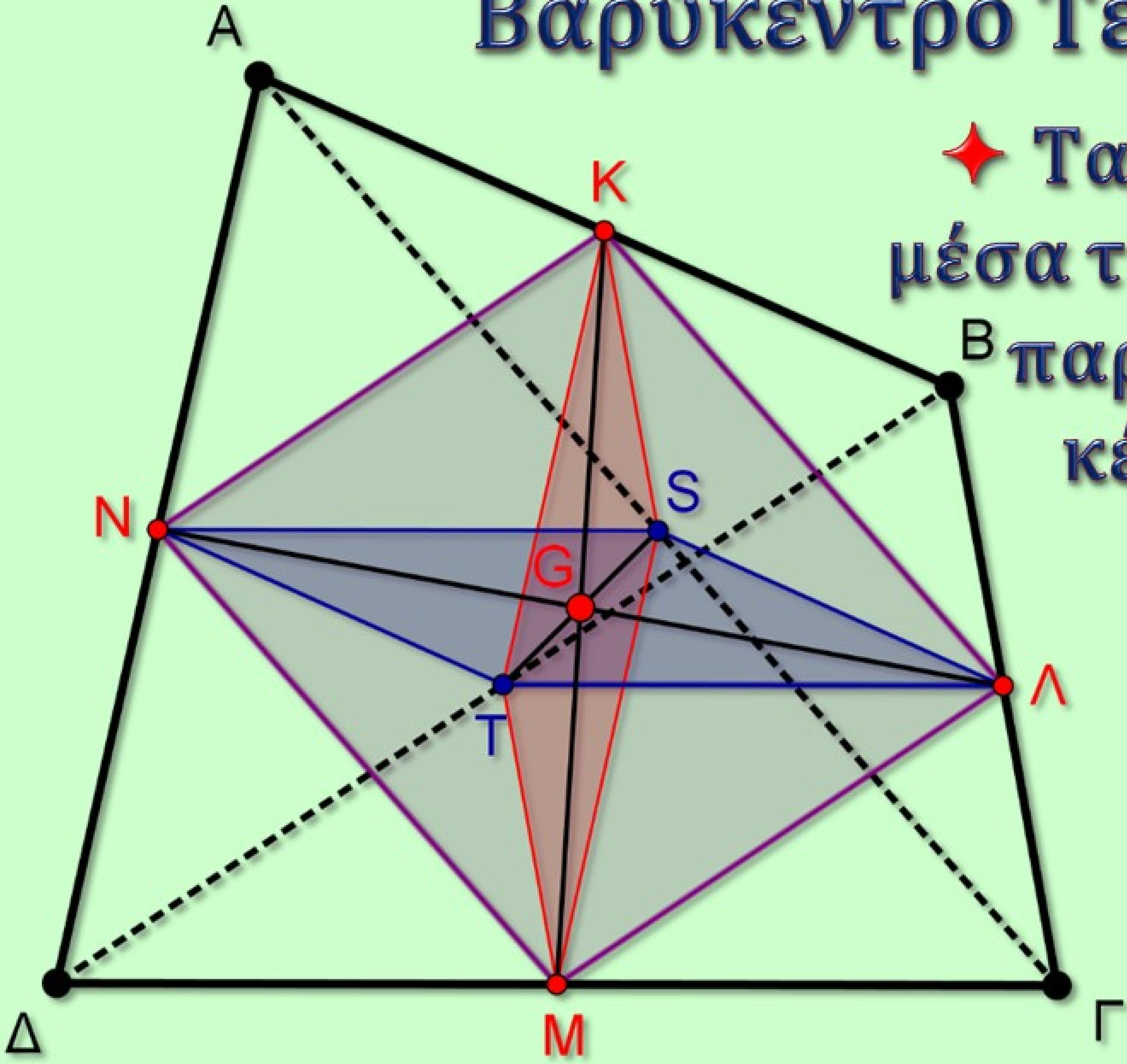






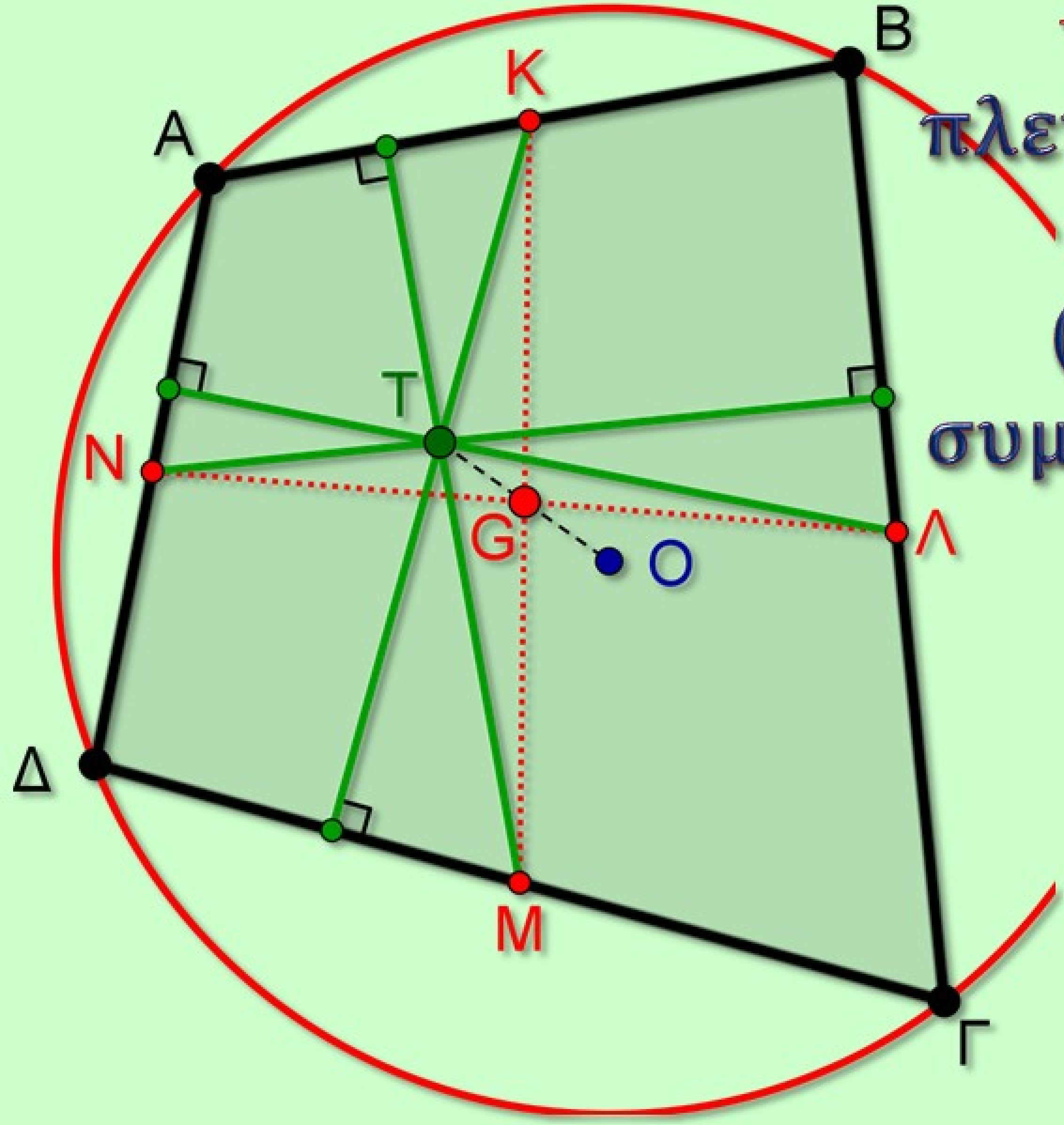
Βαγγέλης Ψύχας

Βαρύκεντρο Τετραπλεύρου

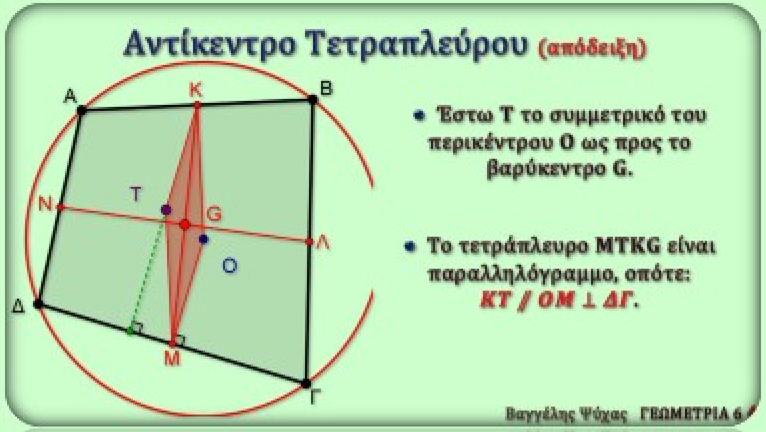


✦ Τα μέσα των πλευρών και τα μέσα των διαγωνίων, ορίζουν τρία παραλληλόγραμμα με κοινό κέντρο (**βαρύκεντρο** του τετραπλεύρου).

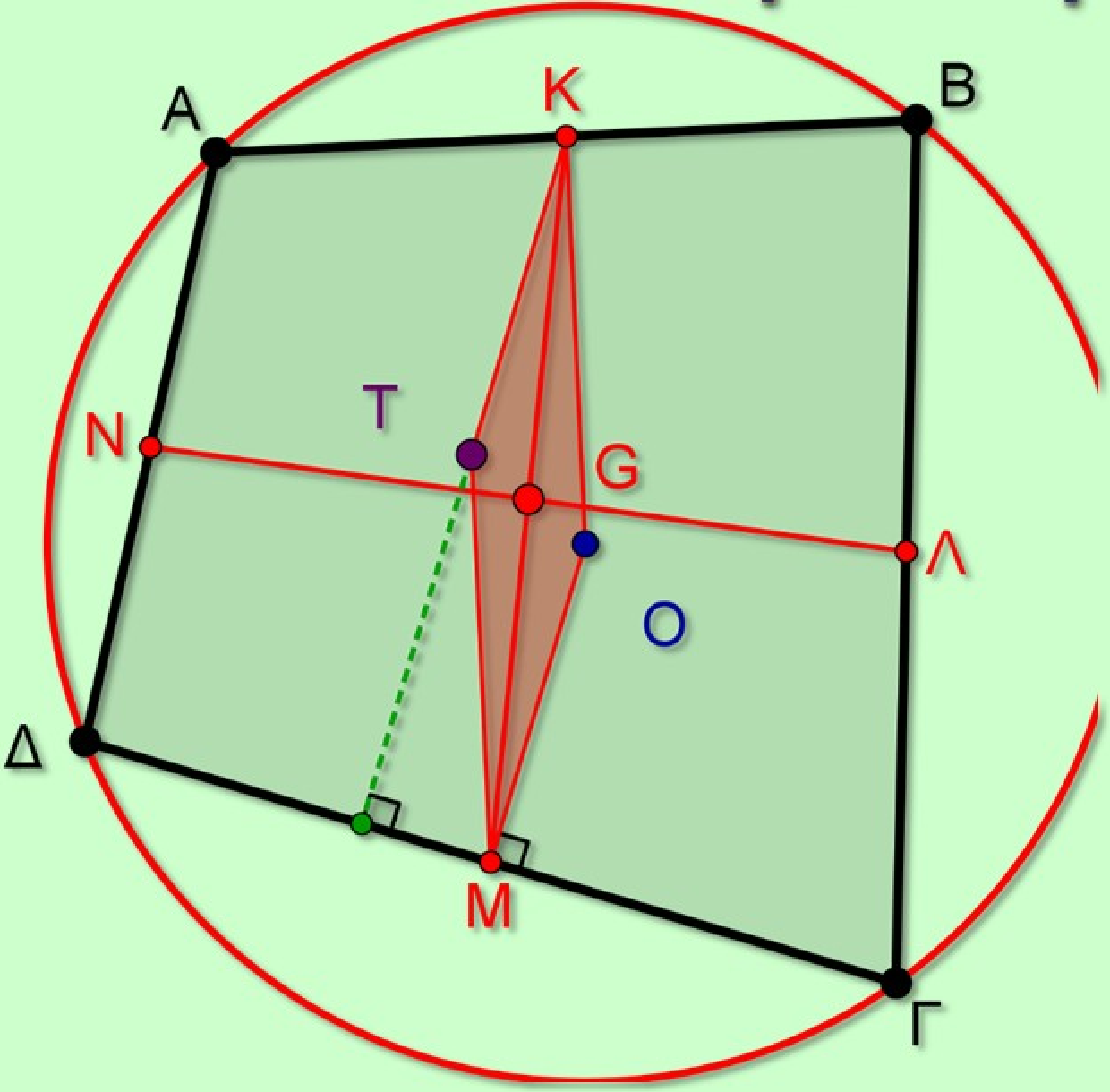
Αντίκεντρο Τετραπλεύρου



✦ Οι κάθετες από τα μέσα των πλευρών (προς τις απέναντι πλευρές) περνάνε από το ίδιο σημείο (**αντίκεντρο**), το οποίο είναι το συμμετρικό του περικέντρου ως προς το βαρύκεντρο.



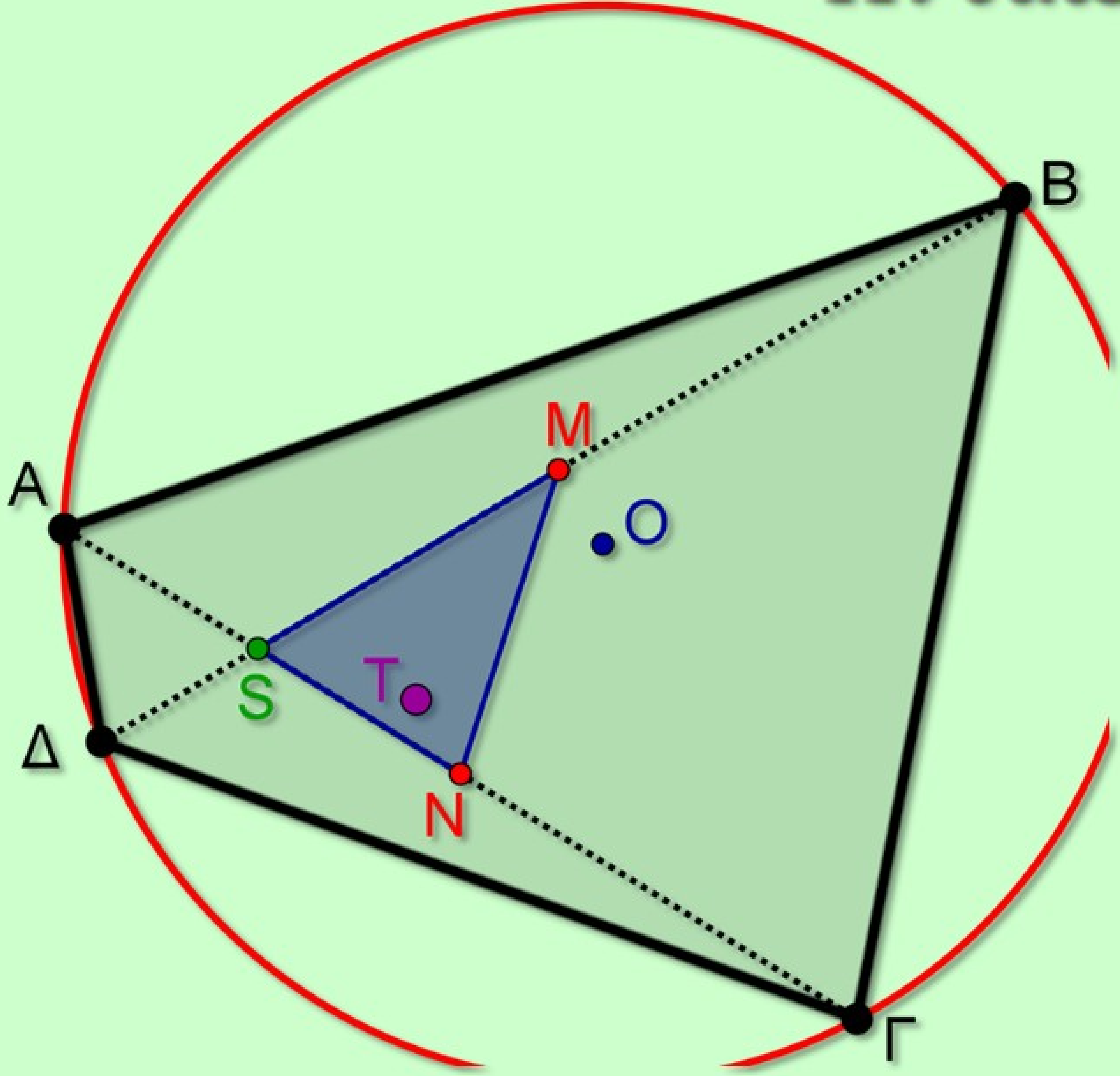
Αντίκεντρο Τετραπλεύρου (απόδειξη)



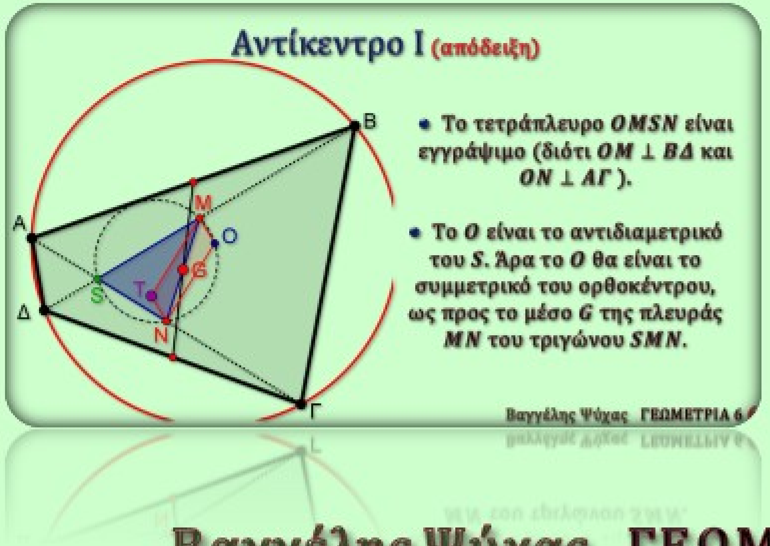
- Έστω Τ το συμμετρικό του περικέντρου Ο ως προς το βαρύκεντρο G.

- Το τετράπλευρο ΜΤΚG είναι παραλληλόγραμμο, οπότε: ***ΚΤ // ΟΜ ⊥ ΔΓ***.

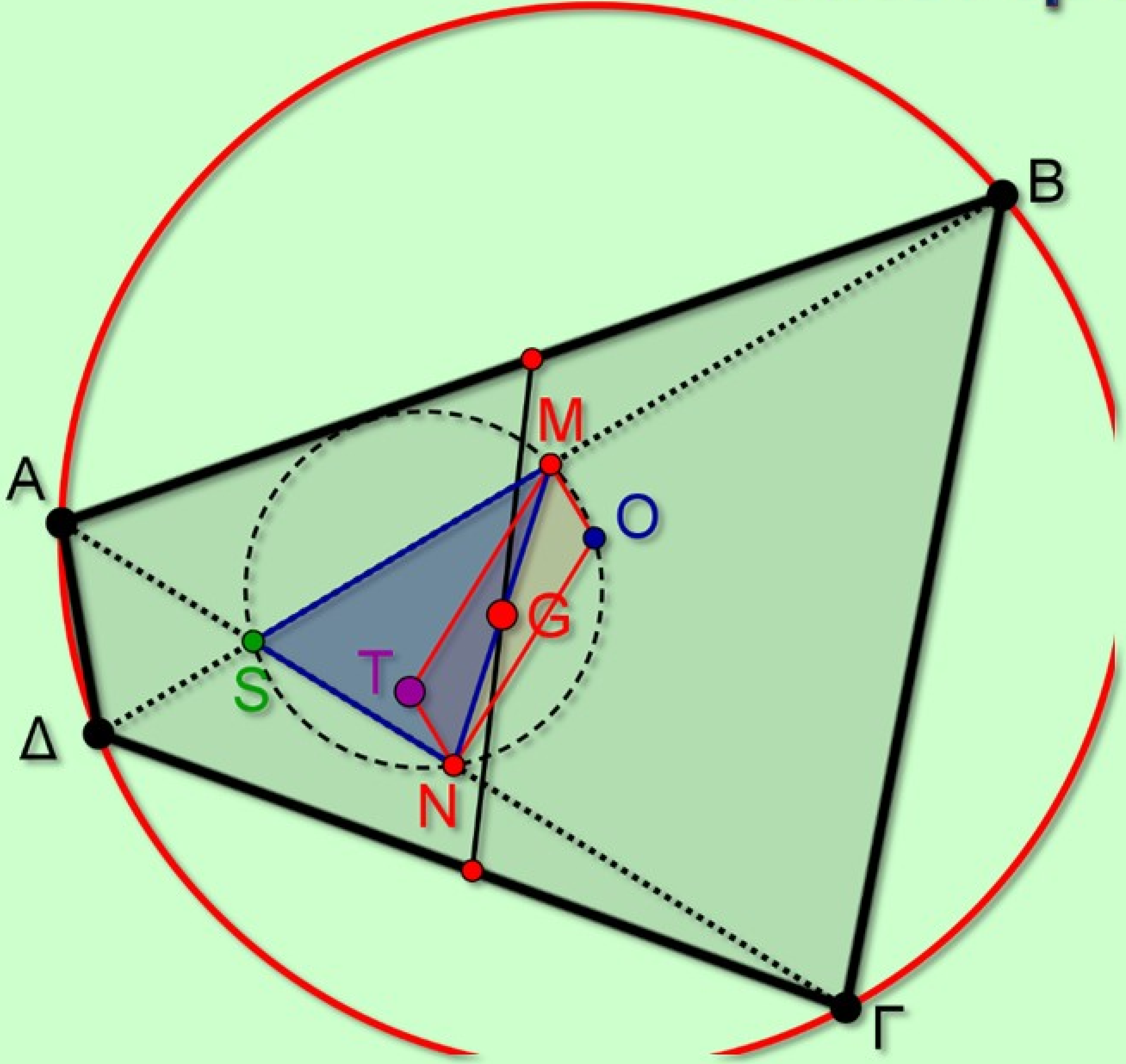
Αντίκεντρο Ι



✦ Το αντίκεντρο του τετραπλεύρου είναι ορθόκεντρο του τριγώνου **SMN**.

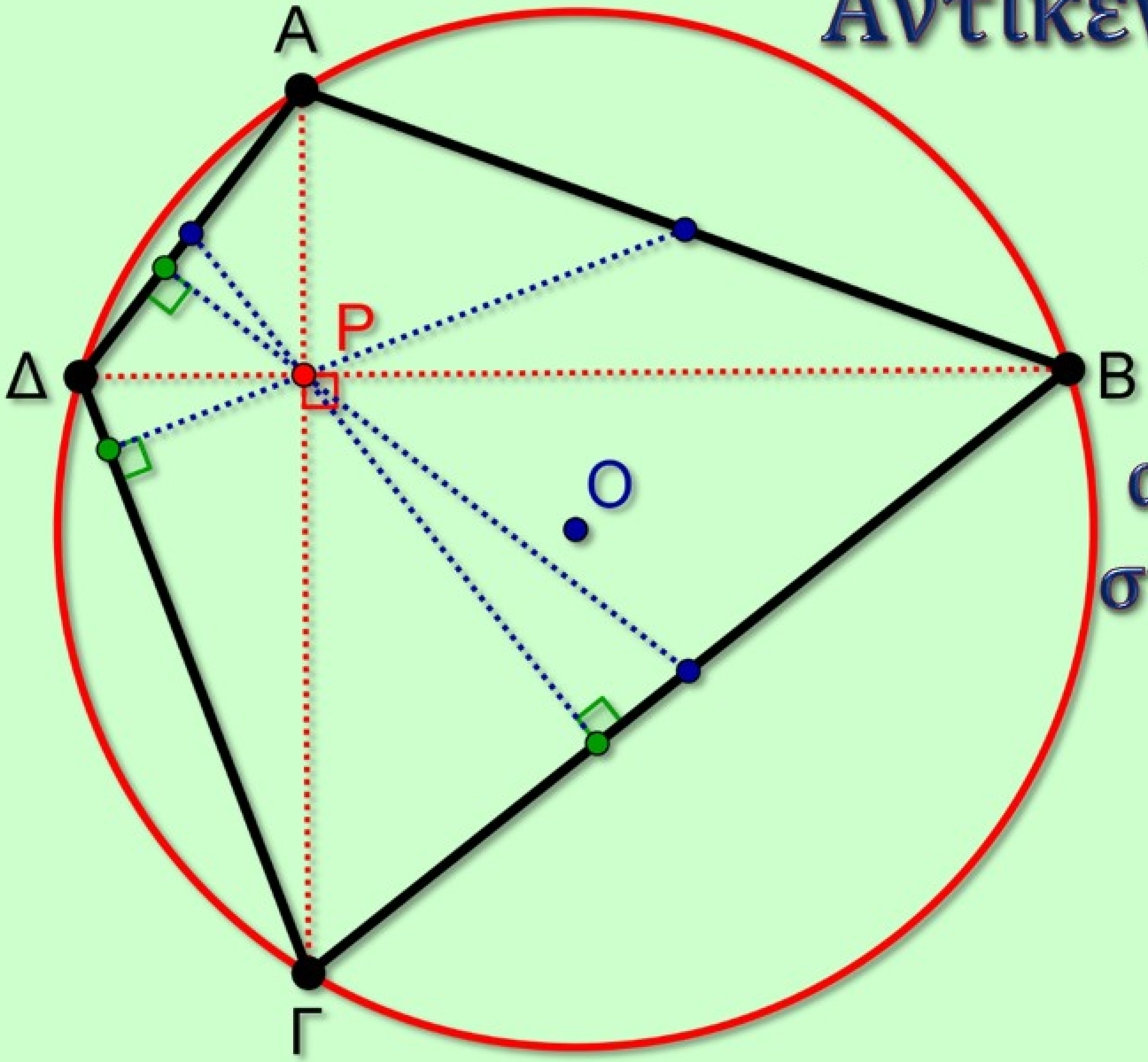


Αντίκεντρο Ι (απόδειξη)

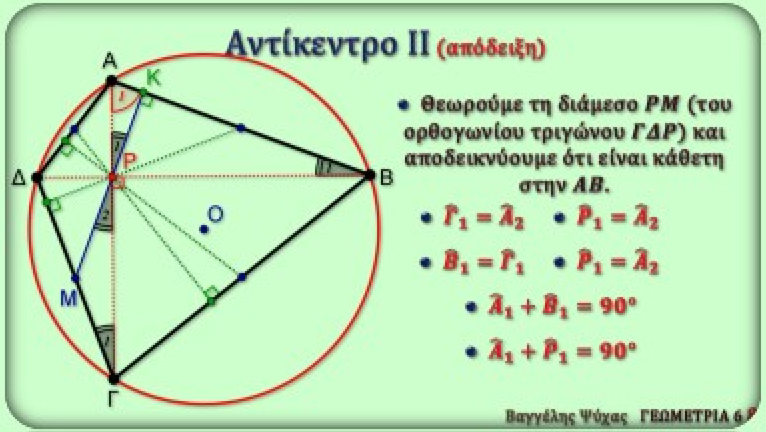


- Το τετράπλευρο $OMSN$ είναι εγγράψιμο (διότι $OM \perp B\Delta$ και $ON \perp A\Gamma$).
- Το O είναι το αντιδιαμετρικό του S. Άρα το O θα είναι το συμμετρικό του ορθοκέντρου, ως προς το μέσο G της πλευράς MN του τριγώνου SMN.

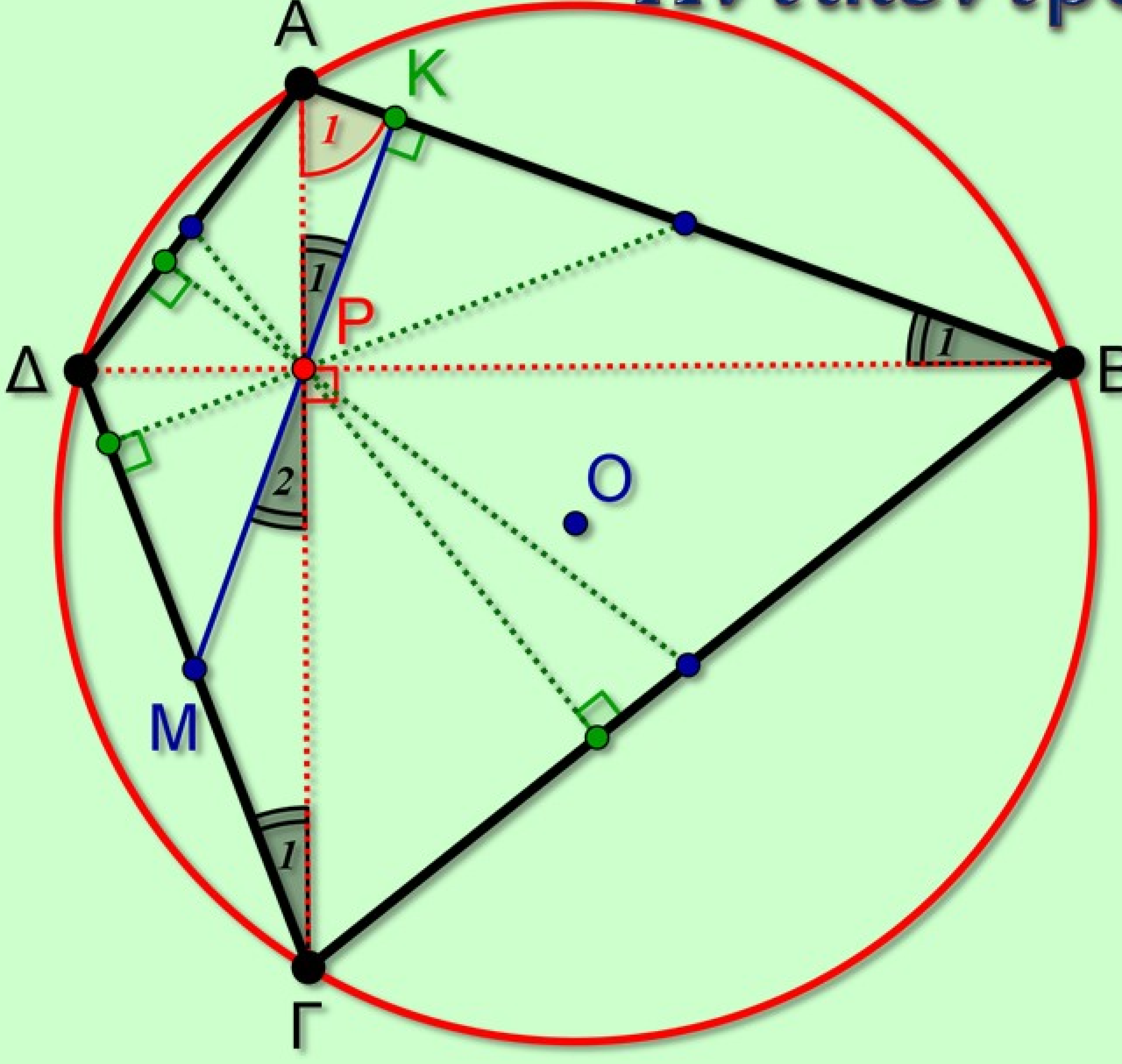
Αντίκεντρο ΙΙ



✦ Αν σε εγγεγραμμένο τετράπλευρο, οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα, τότε το αντίκεντρο ταυτίζεται με το σημείο τομής των διαγωνίων.

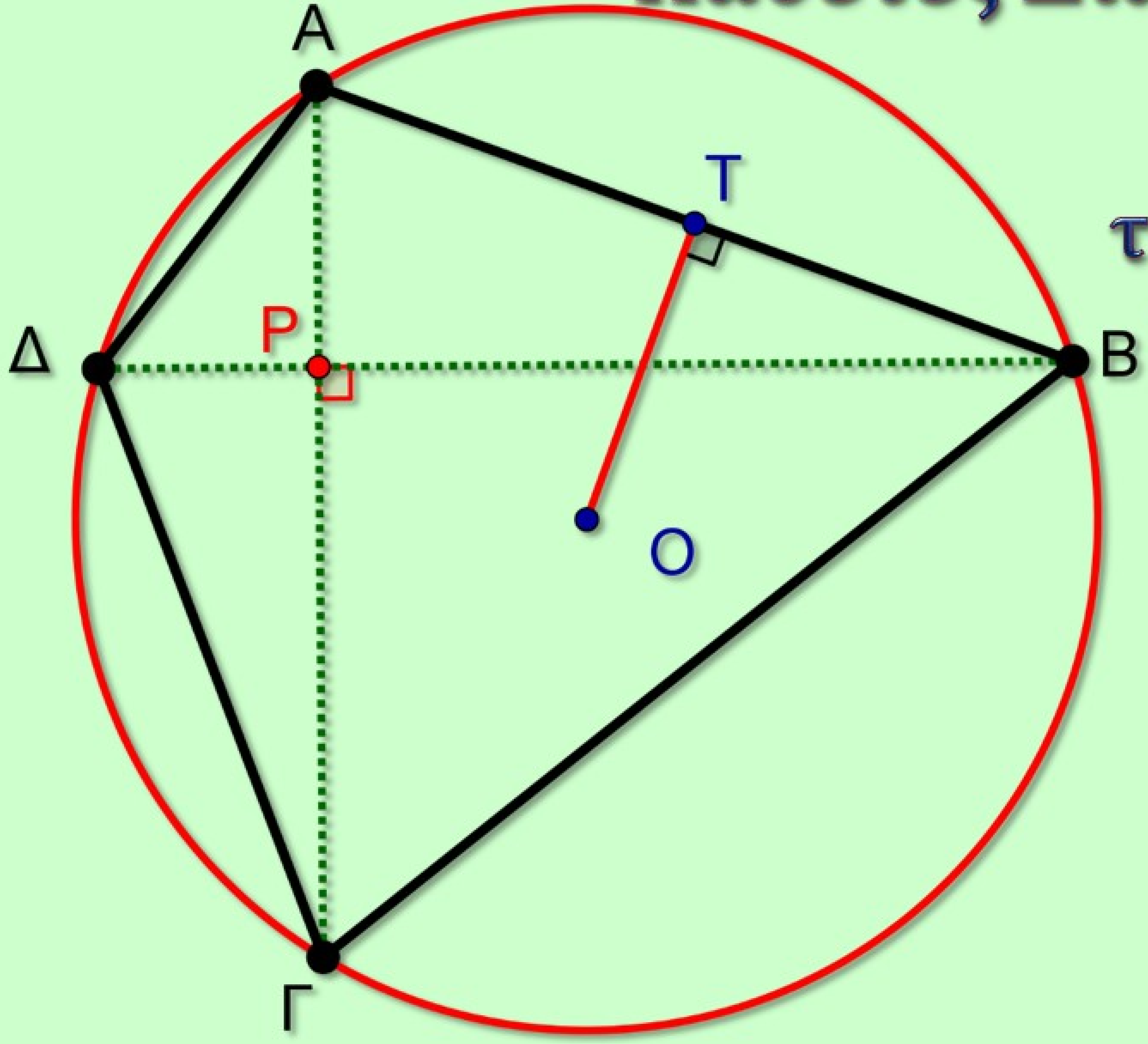


Αντίκεντρο ΙΙ (απόδειξη)

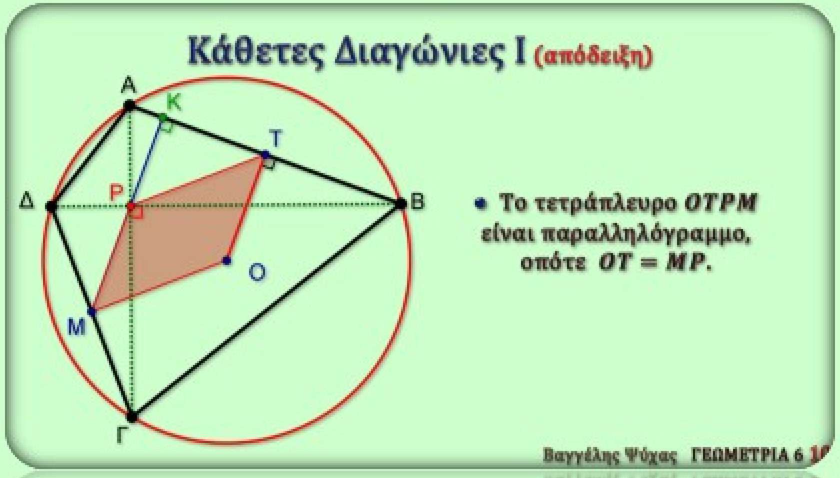


- Θεωρούμε τη διάμεσο PM (του ορθογωνίου τριγώνου $\Gamma\Delta P$) και αποδεικνύουμε ότι είναι κάθετη στην AB.
- $\widehat{\Gamma}_1 = \widehat{A}_2$
- $\widehat{P}_1 = \widehat{A}_2$
- $\widehat{B}_1 = \widehat{\Gamma}_1$
- $\widehat{P}_1 = \widehat{A}_2$
- $\widehat{A}_1 + \widehat{B}_1 = 90°$
- $\widehat{A}_1 + \widehat{P}_1 = 90°$

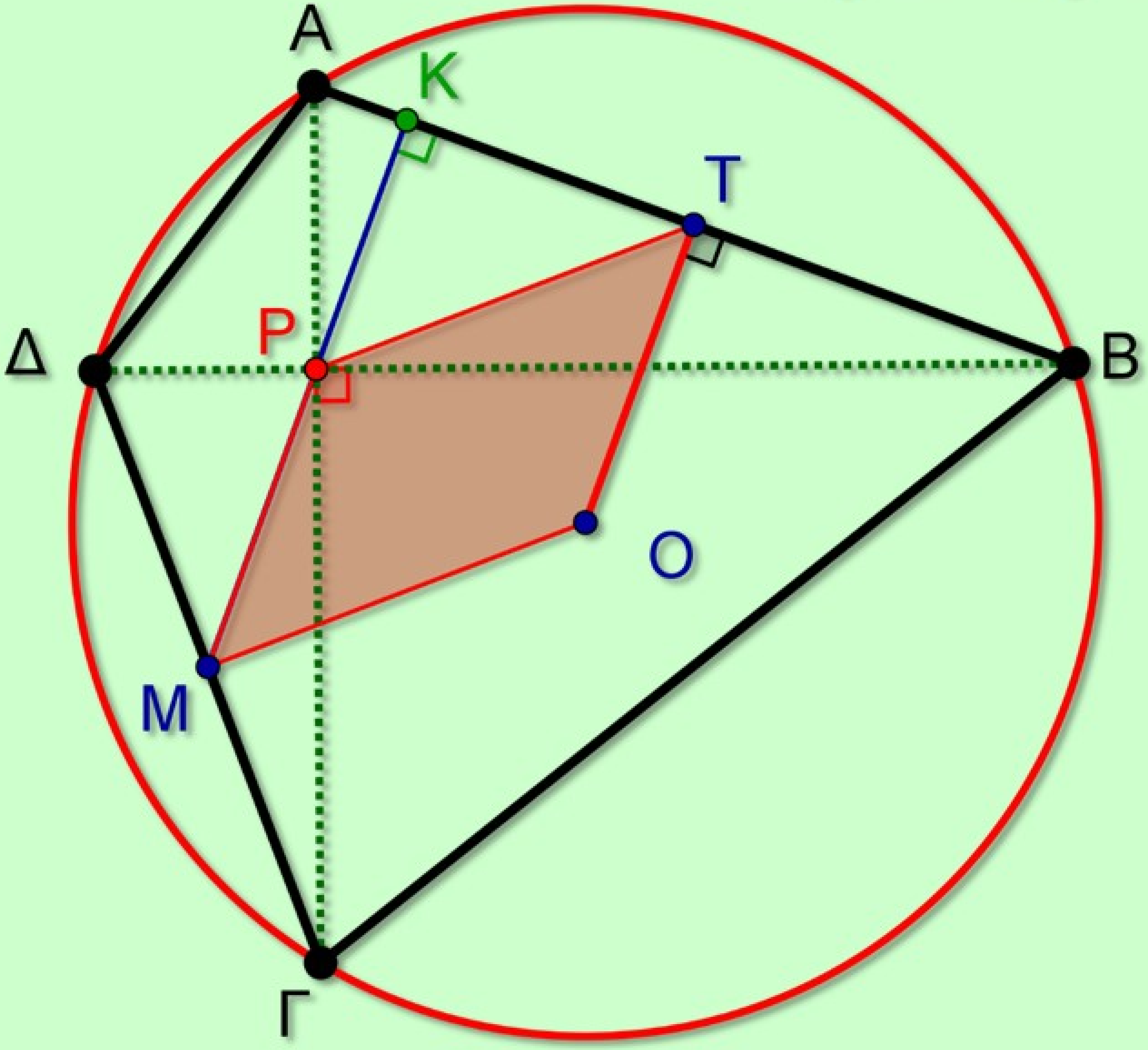
Κάθετες Διαγώνιες Ι



✦ **Αν σε εγγεγραμμένο τετράπλευρο, οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα, τότε:** $\boldsymbol{\Delta\Gamma = 2OT}$ **.**



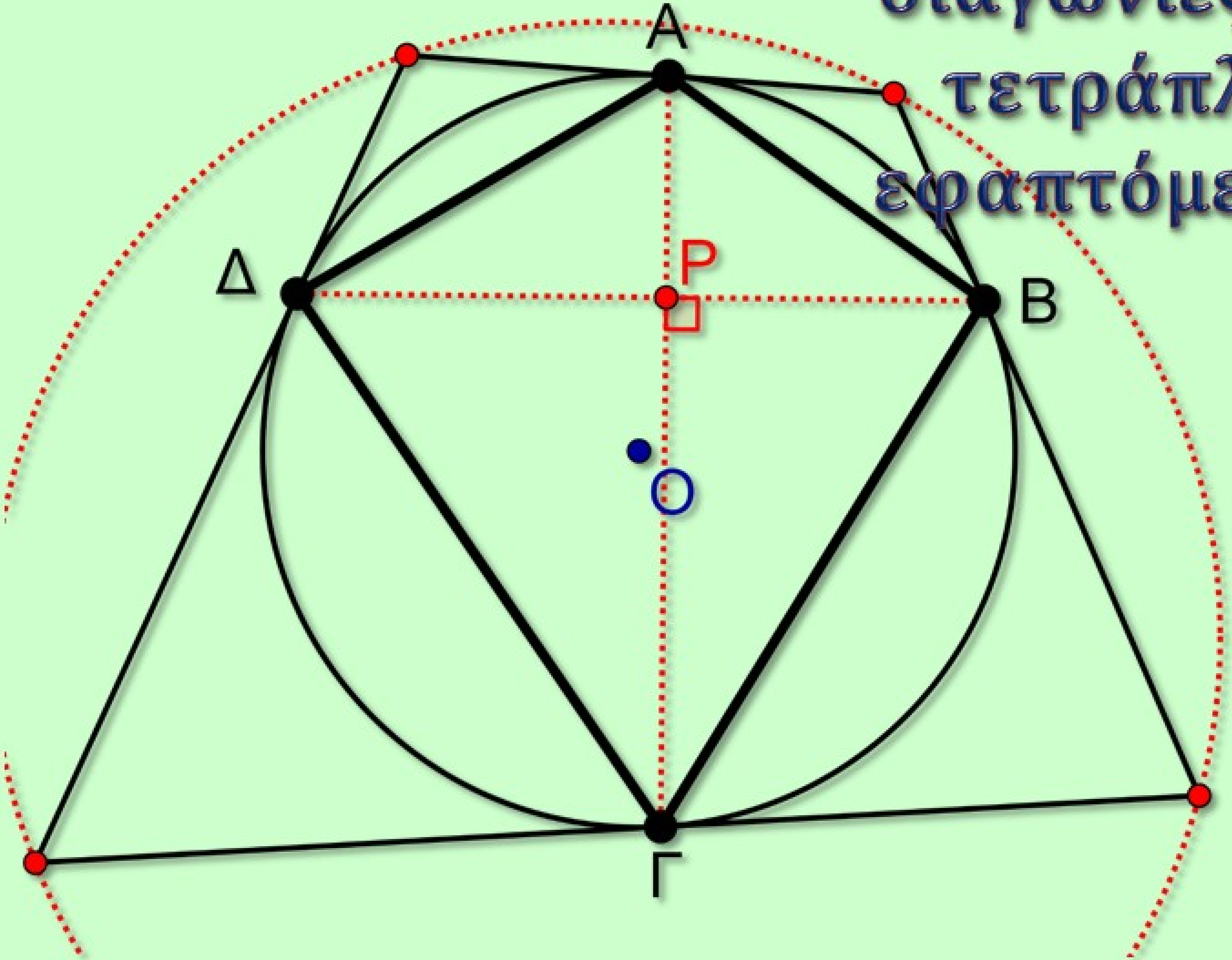
Κάθετες Διαγώνιες Ι (απόδειξη)

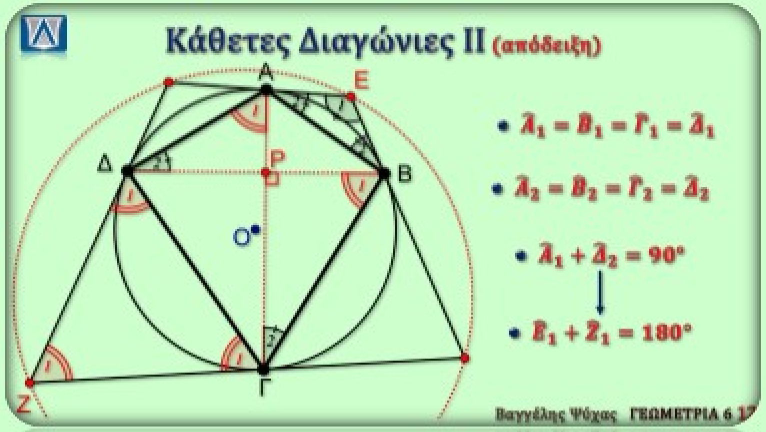


- Το τετράπλευρο $OTPM$ είναι παραλληλόγραμμο, οπότε $OT = MP$.

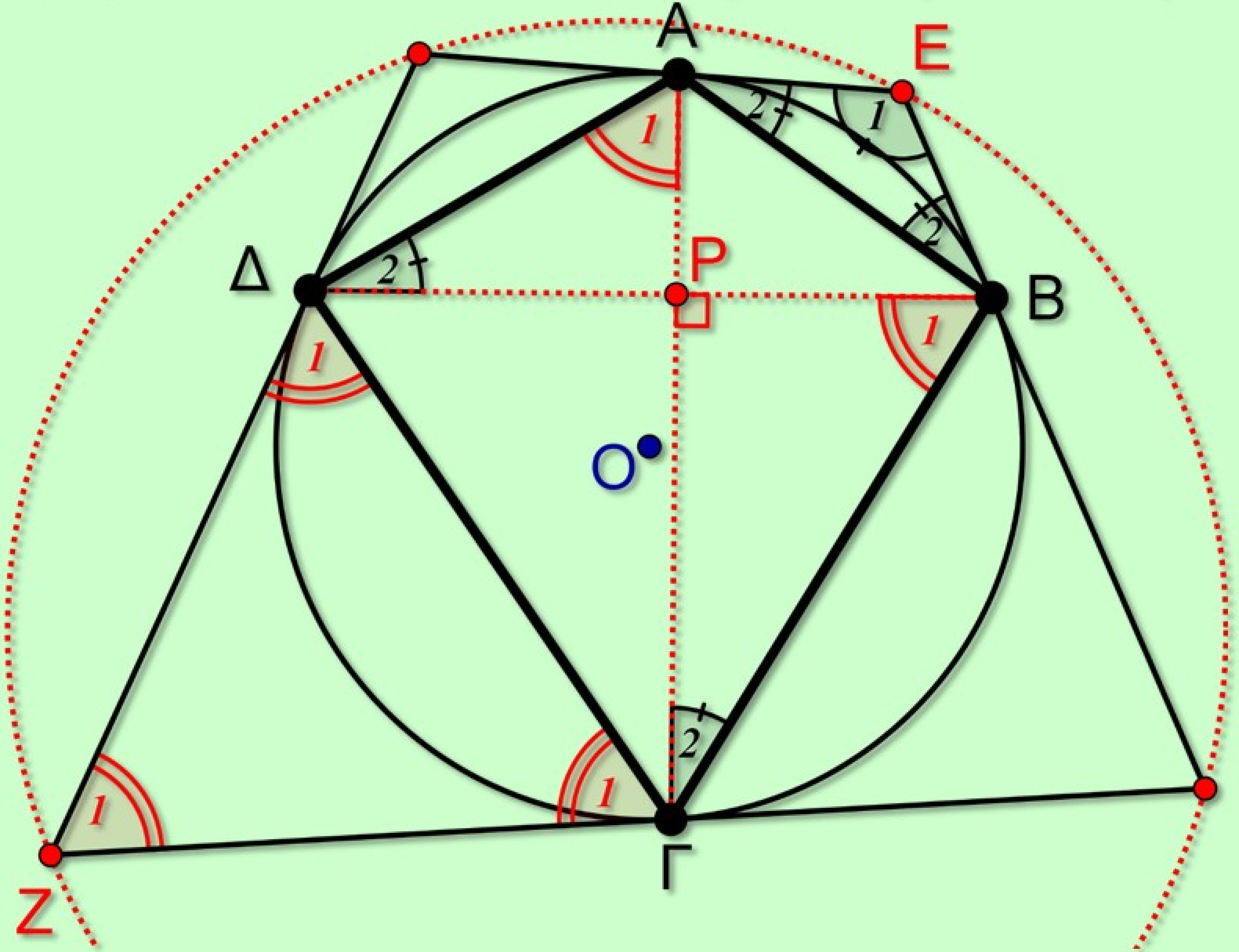
Κάθετες Διαγώνιες ΙΙ

✦ Αν σε εγγεγραμμένο τετράπλευρο, οι διαγώνιες τέμνονται κάθετα, τότε το τετράπλευρο που δημιουργούν οι εφαπτόμενες στις κορυφές του, είναι εγγράψιμο.





Κάθετες Διαγώνιες ΙΙ (απόδειξη)



- $\widehat{A}_1 = \widehat{B}_1 = \widehat{\Gamma}_1 = \widehat{\Delta}_1$
- $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2 = \widehat{\Gamma}_2 = \widehat{\Delta}_2$
- $\widehat{A}_1 + \widehat{\Delta}_2 = 90°$

$\downarrow$

- $\widehat{E}_1 + \widehat{Z}_1 = 180°$