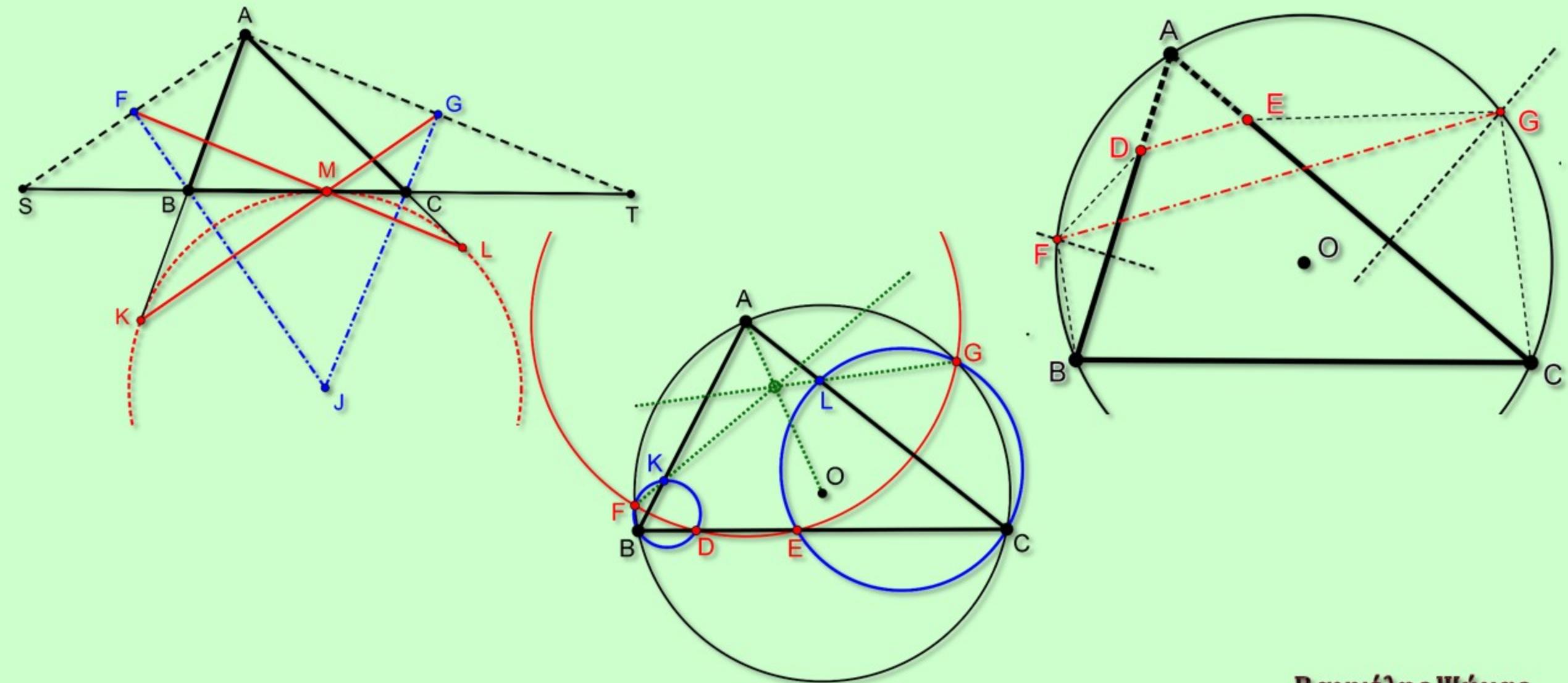


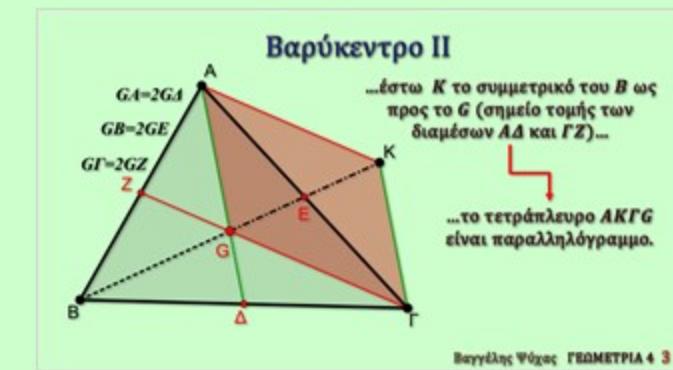
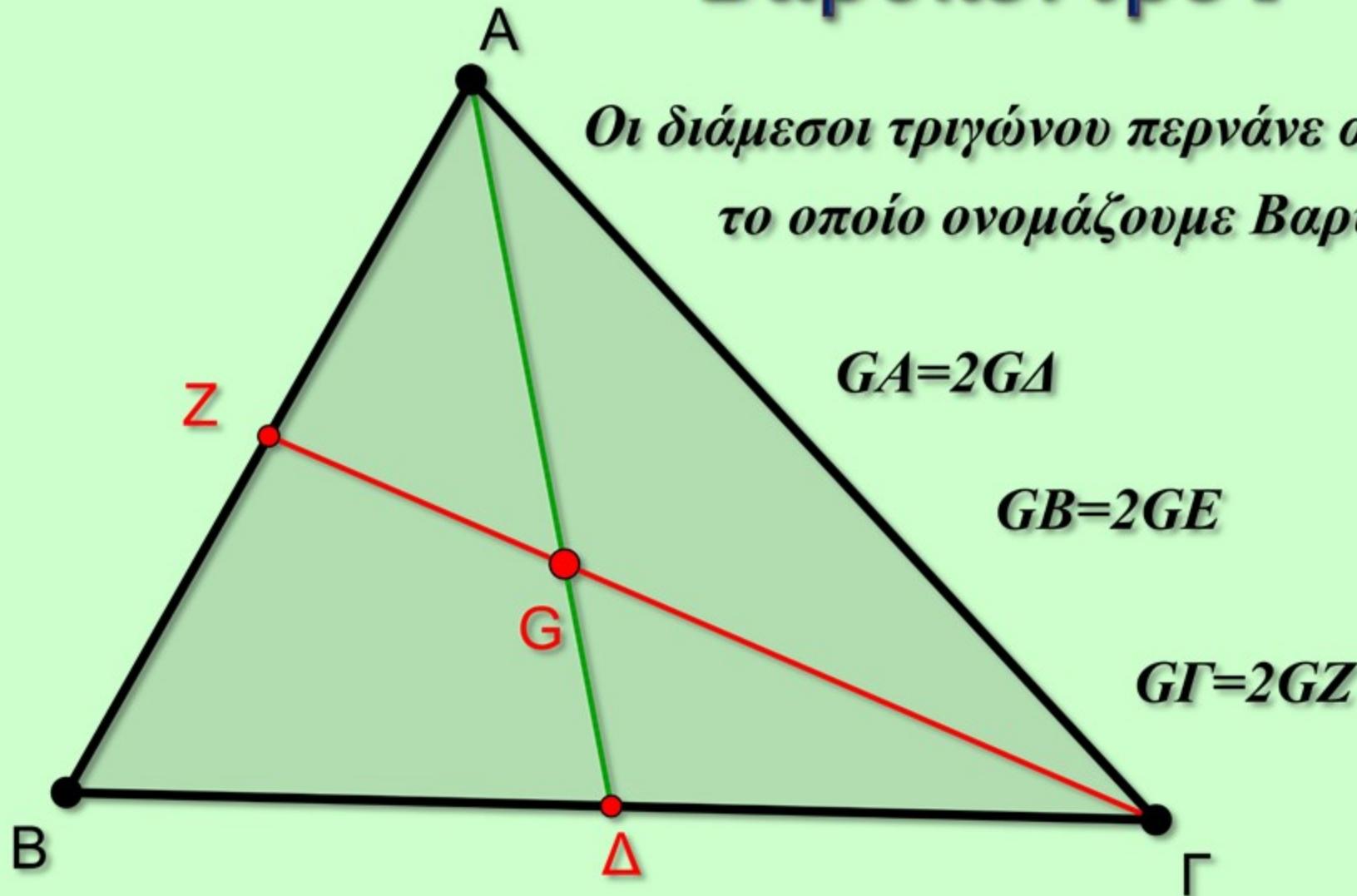
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ 4



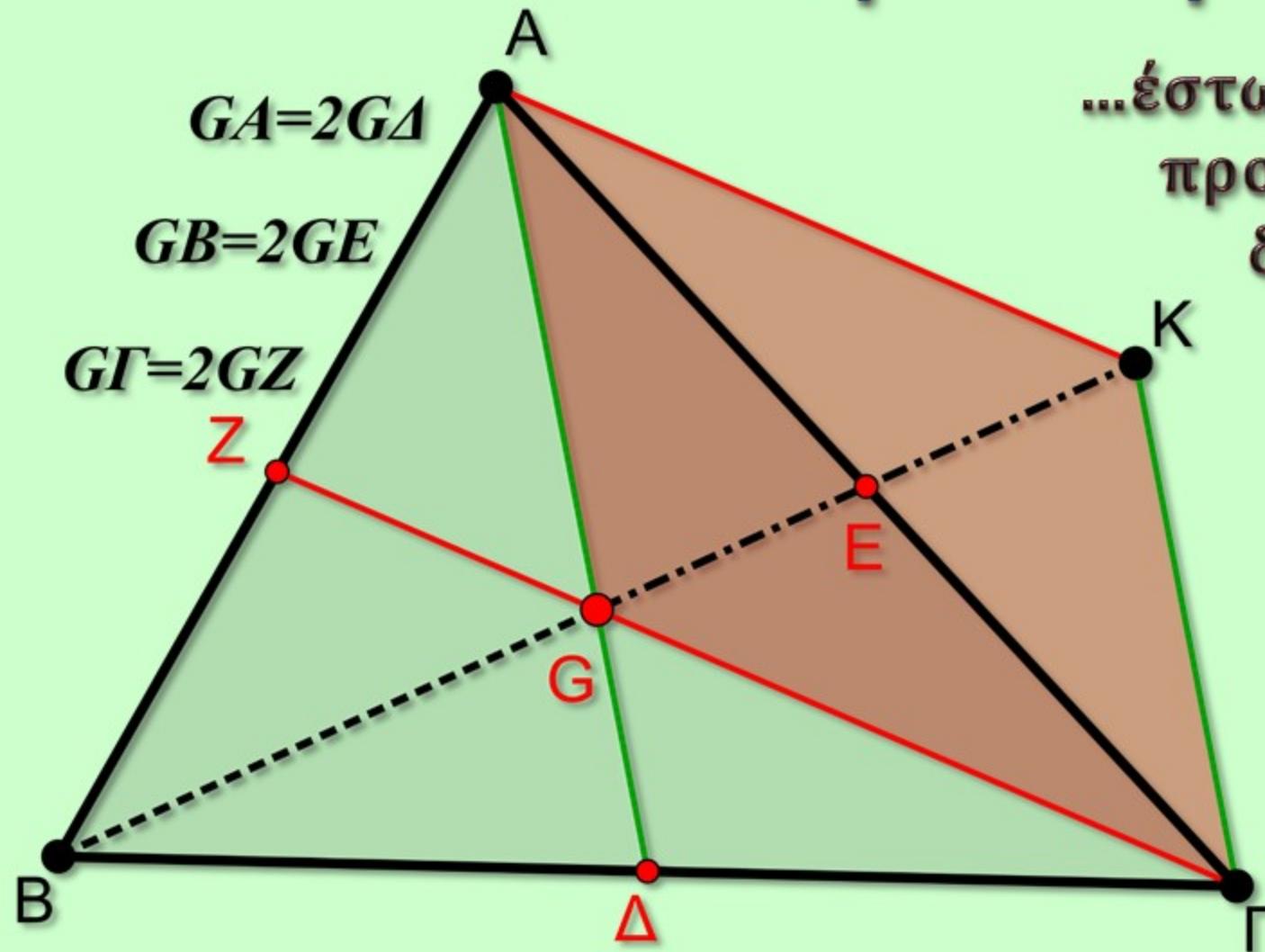
Βαγγέλης Ψύχας

Βαρύκεντρο I

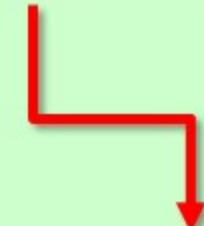
Οι διάμεσοι τριγώνου περνάνε από το ίδιο σημείο,
το οποίο ονομάζουμε Βαρύκεντρο.



Βαρύκεντρο II



...έστω K το συμμετρικό του B ως προς το G (σημείο τομής των διαμέσων AD και GR)...



...το τετράπλευρο $AK\Gamma G$ είναι παραλληλόγραμμο.

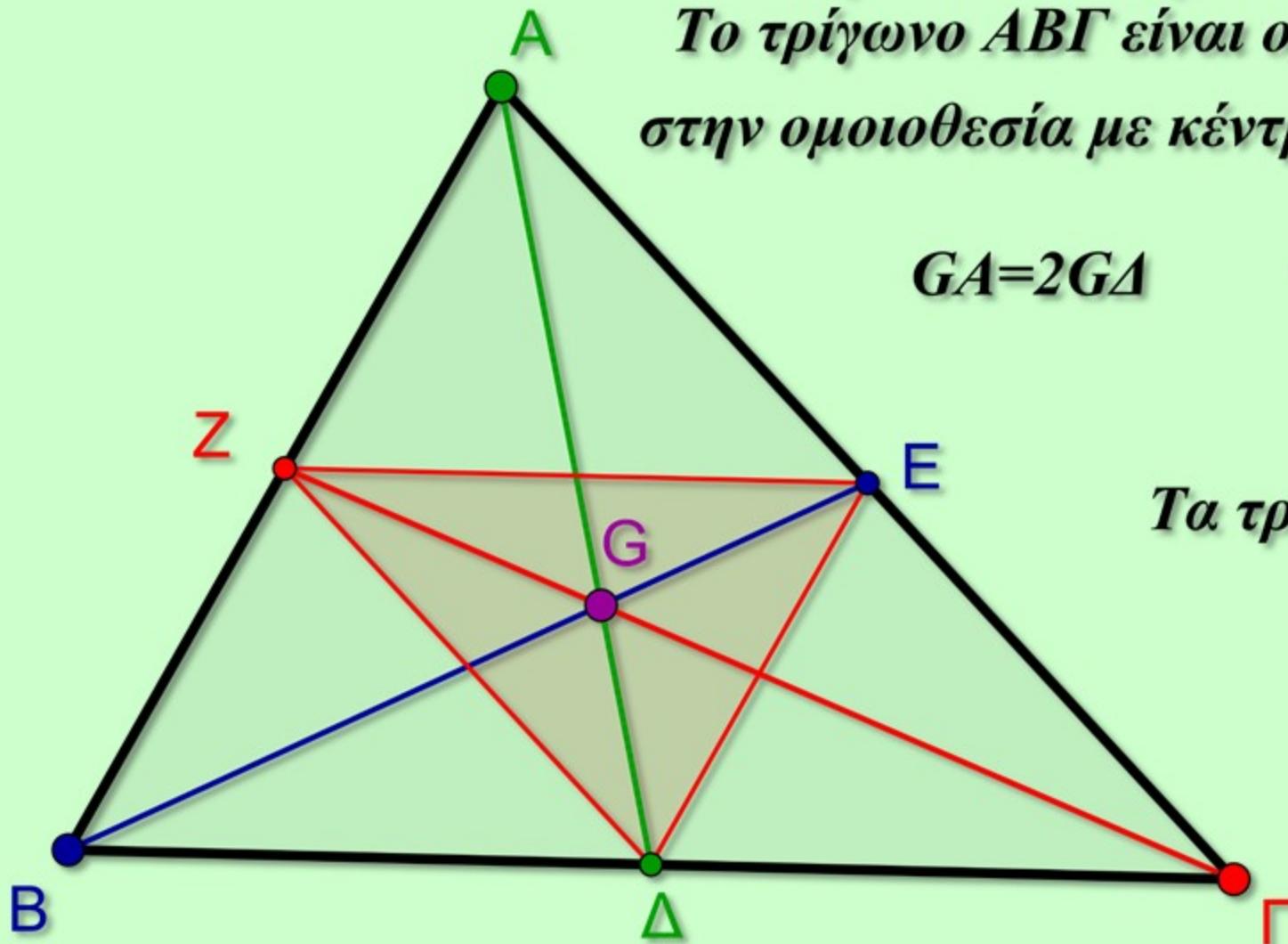
Βαρύκεντρο III

Το τρίγωνο $ABΓ$ είναι ομοιόθετο του τριγώνου $ΔEZ$ στην ομοιοθεσία με κέντρο το βαρύκεντρο G και λόγο 2.

$$GA=2GD$$

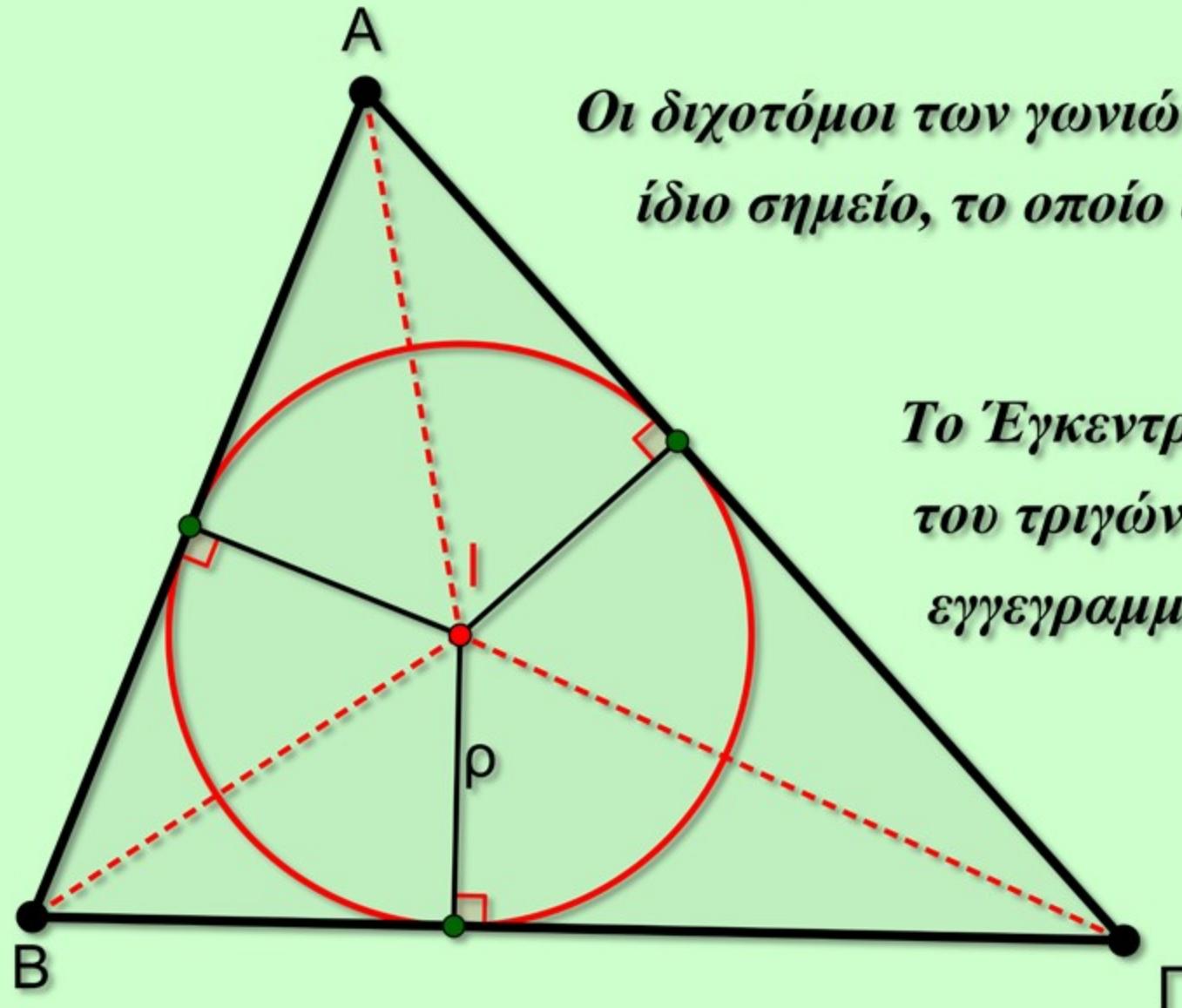
$$GB=2GE$$

$$GI=2GZ$$



Τα τρίγωνα $ABΓ$ και $ΔEZ$ έχουν το ίδιο βαρύκεντρο.

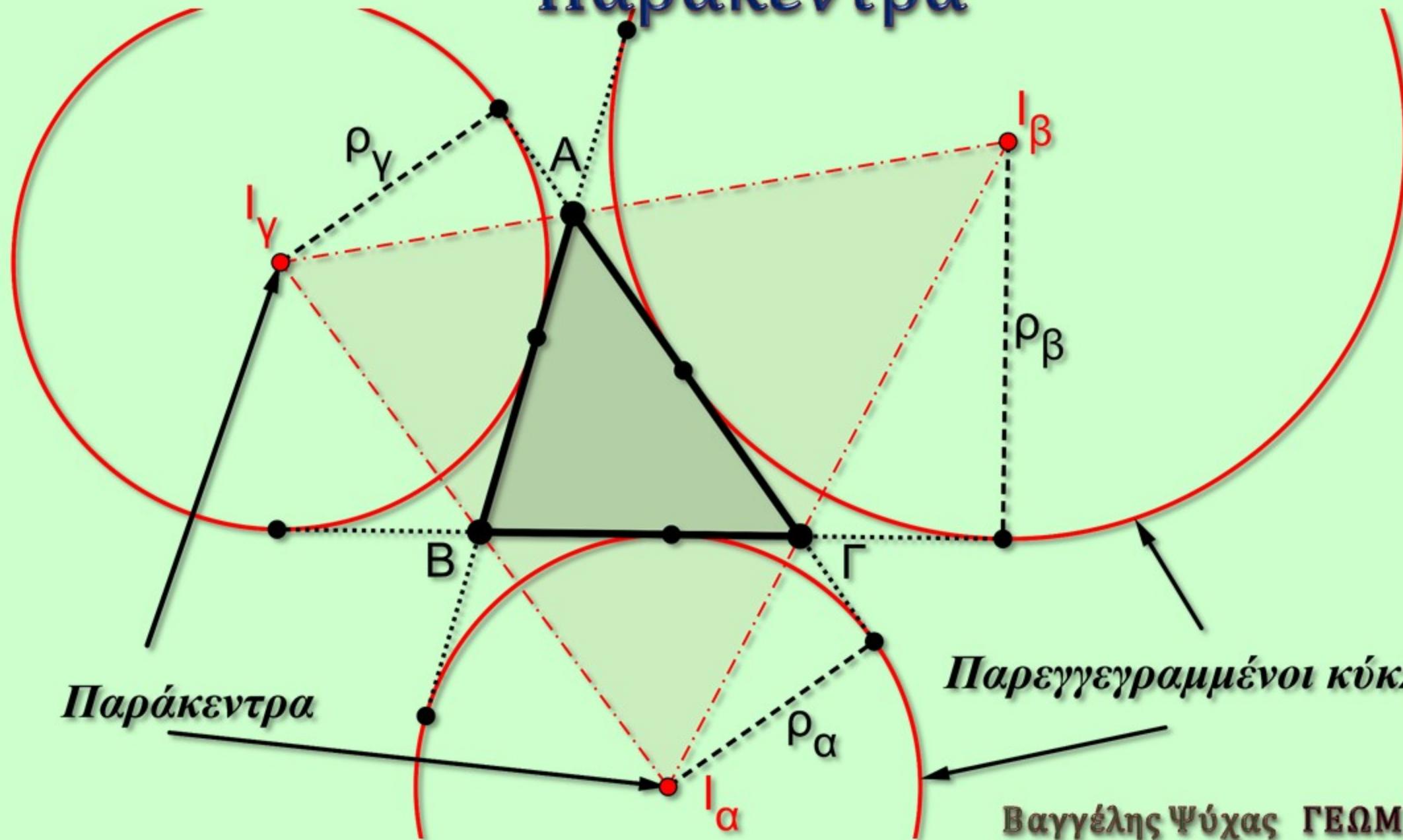
Έγκεντρο Ι



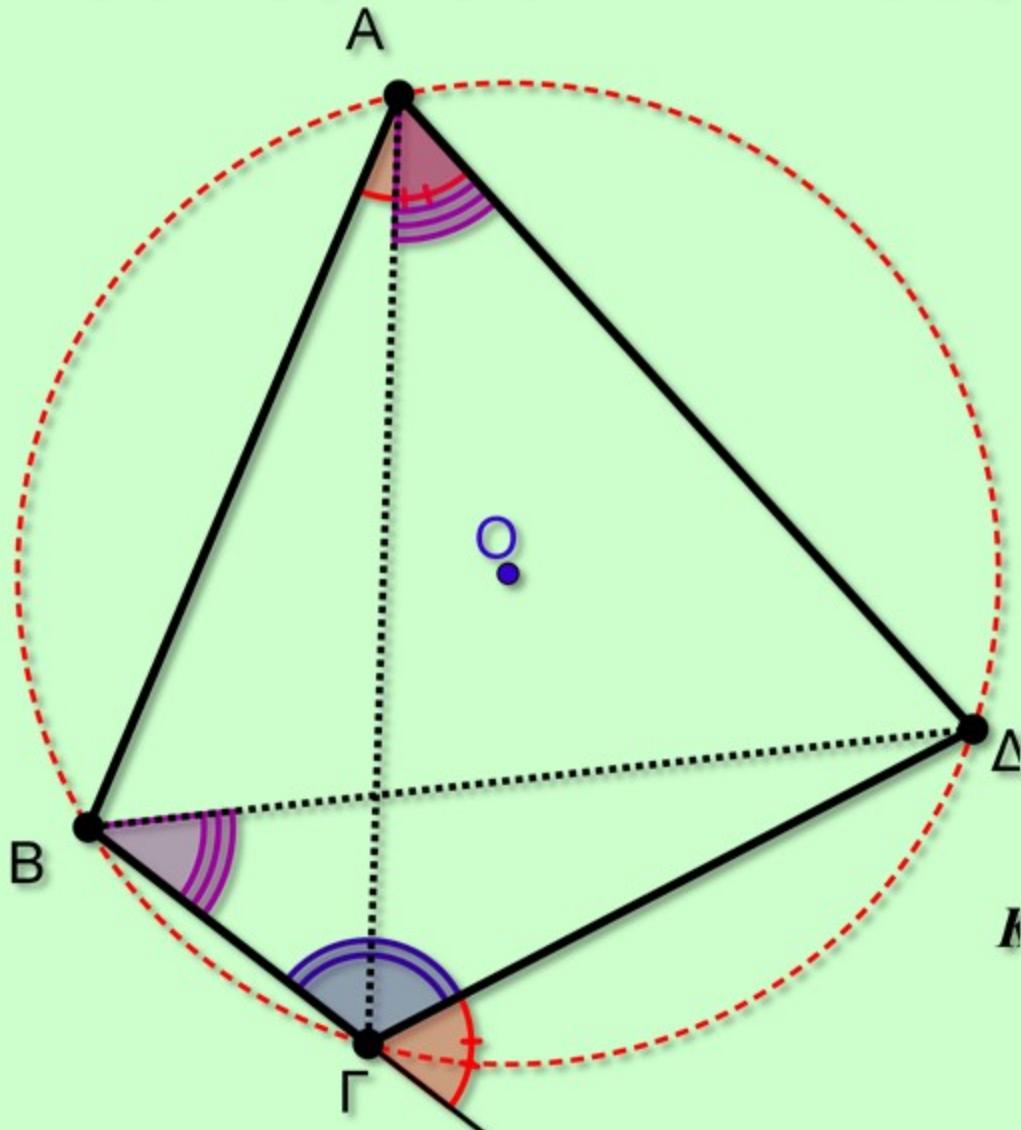
Οι διχοτόμοι των γωνιών τριγώνου περνάνε από το ίδιο σημείο, το οποίο ονομάζουμε Έγκεντρο.

Το Έγκεντρο, ισαπέχει από τις πλευρές του τριγώνου και είναι το κέντρο του εγγεγραμμένου στο τρίγωνο κύκλου.

Παράκεντρα



Εγγεγραμμένο-Εγγράψιμο Τετράπλευρο

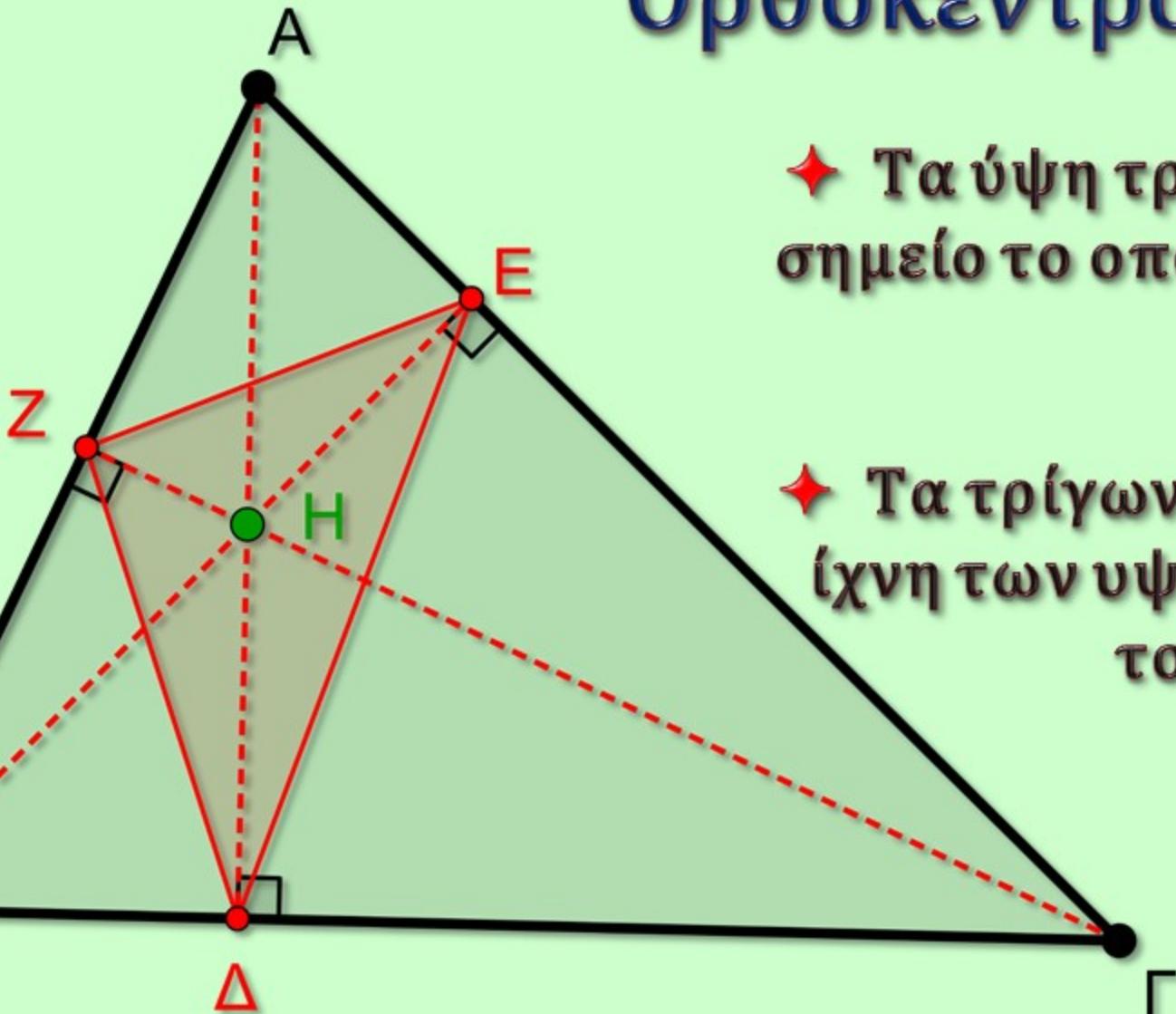


*Οι απέναντι γωνίες
είναι παραπληρωματικές.*

*Κάθε πλευρά φαίνεται από τις
απέναντι κορυφές με ίσες γωνίες.*

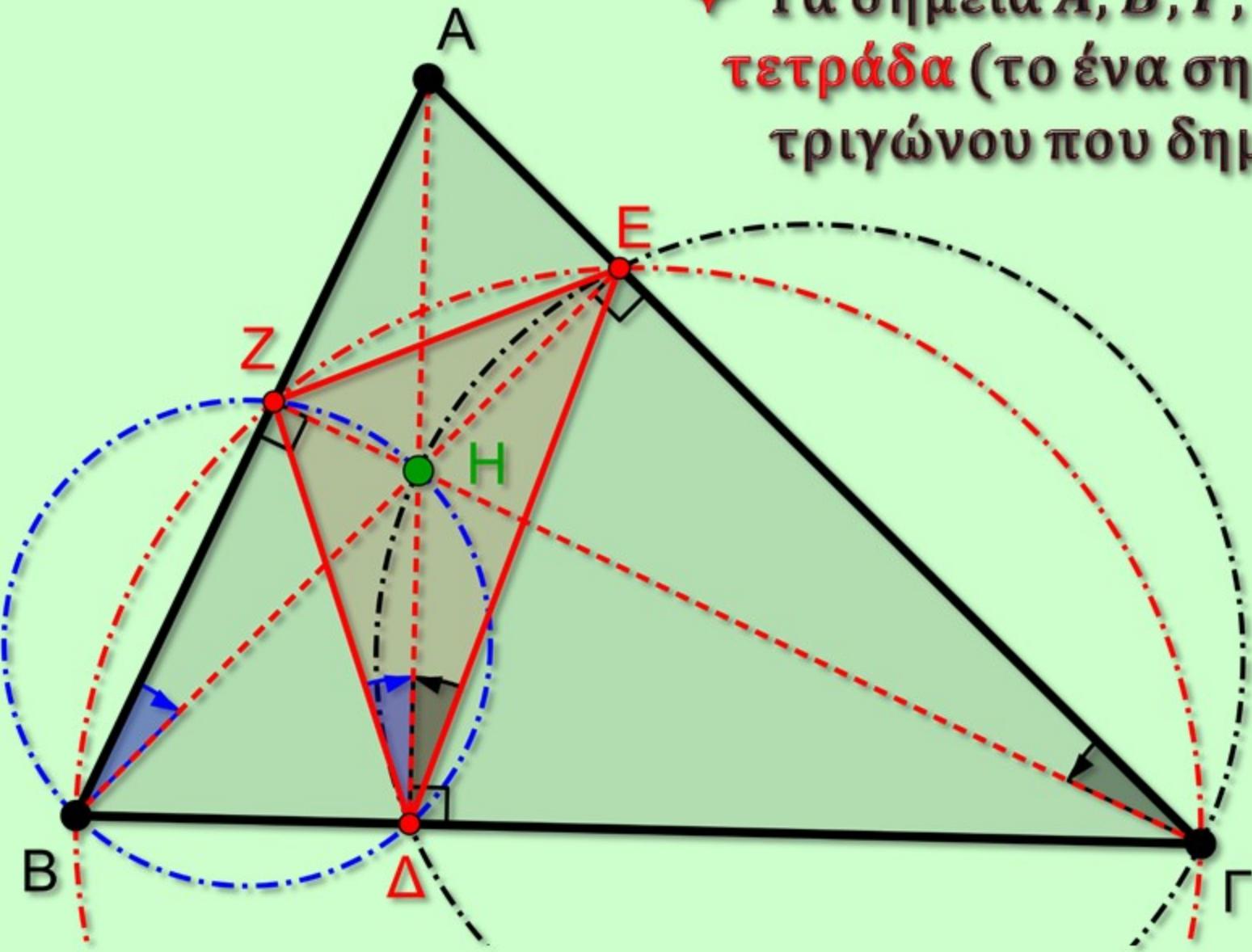
*Κάθε εξωτερική γωνία ισούται
με την απέναντι εσωτερική.*

Ορθόκεντρο I



- ◆ Τα ύψη τριγώνου περνάνε από τα ίδια σημεία τα οποία ονομάζουμε **ορθόκεντρο**.
- ◆ Τα τρίγωνο $\Delta E Z \Delta$ (που έχει κορυφές τα ίχνη των υψών), το ονομάζουμε **ορθικό** του τριγώνου ABC .

Ορθόκεντρο II

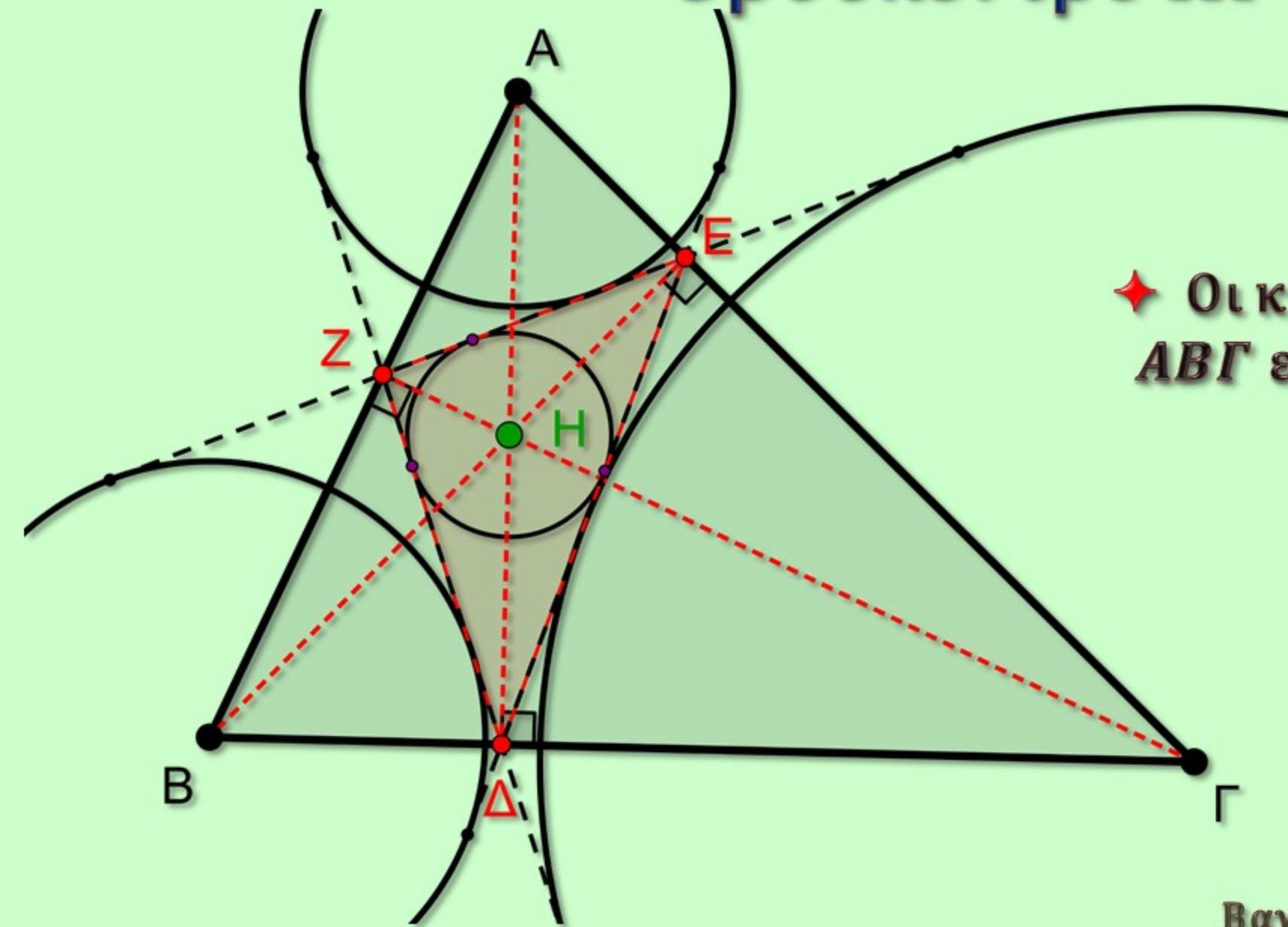


◆ Τα σημεία A, B, Γ, H αποτελούν **ορθοκεντρική τετράδα** (το ένα σημείο είναι ορθόκεντρο του τριγώνου που δημιουργούν τα άλλα τρία).

◆ Τα ύψη διχοτομούν τις γωνίες του ορθικού.

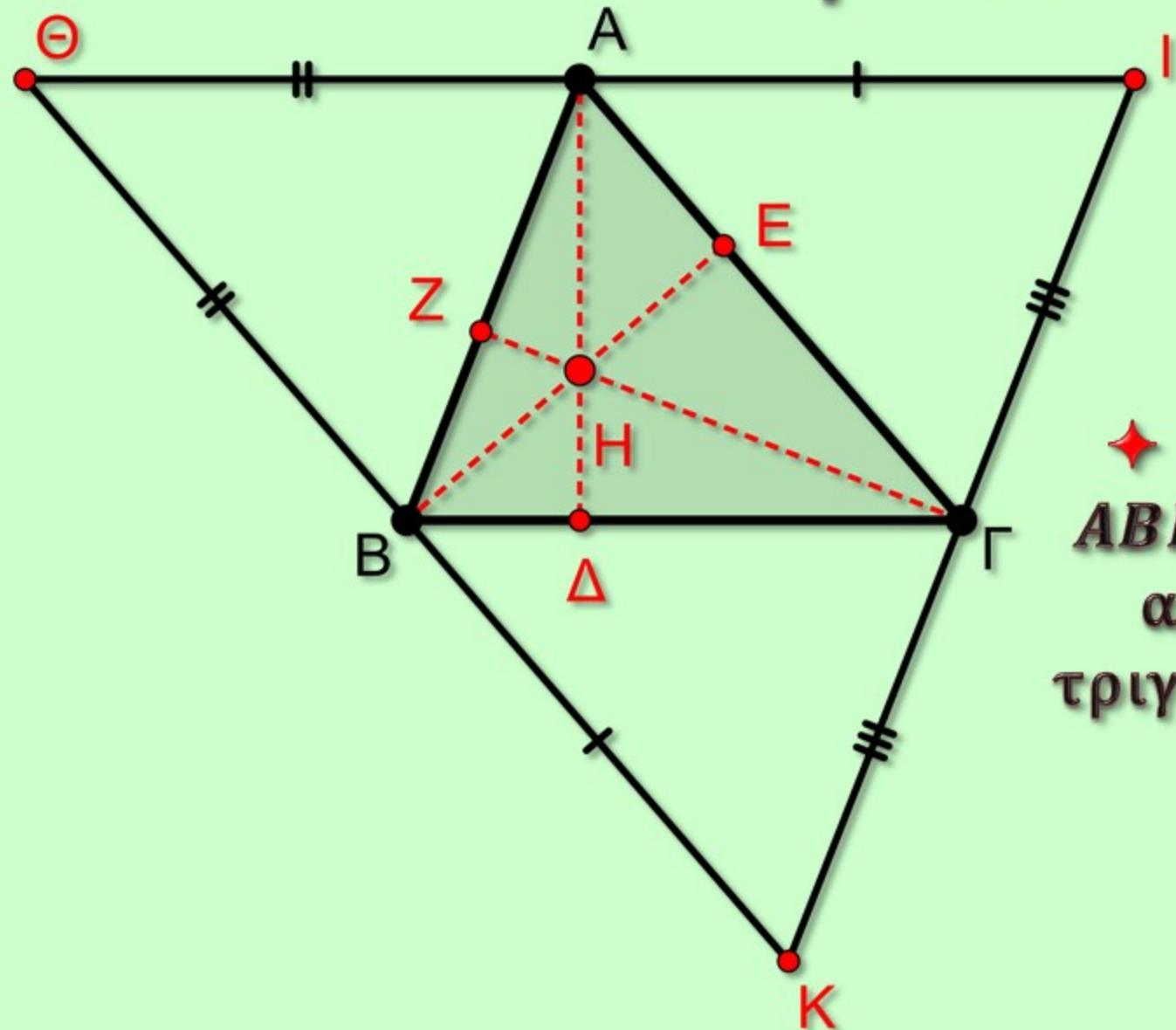
◆ Το ορθόκεντρο του ABC είναι έγκεντρο του ορθικού ΔEZ .

Ορθόκεντρο III

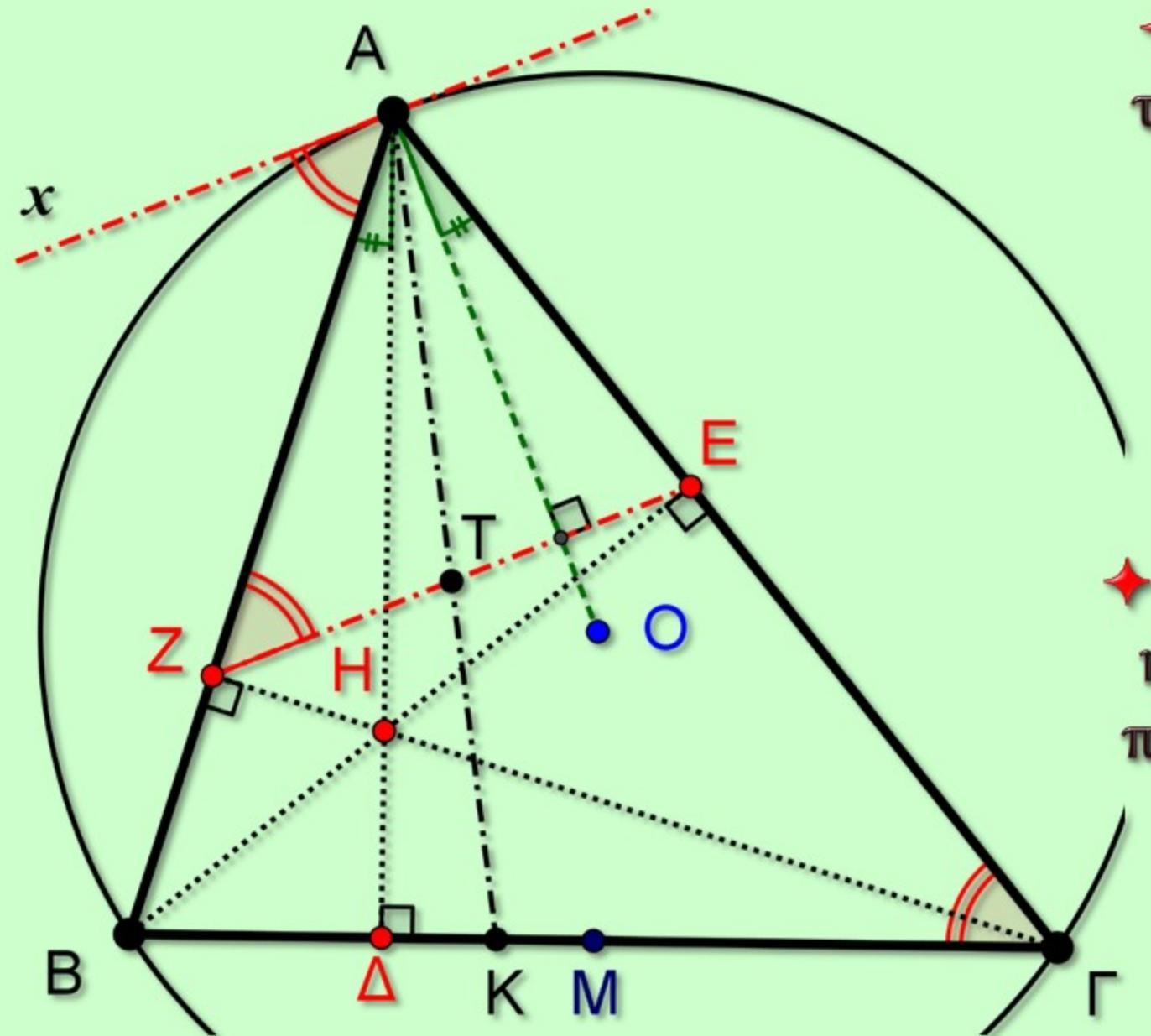


◆ Οι κορυφές του τριγώνου
 ABG είναι παράκεντρα του
ορθικού ΔEZ .

Ορθόκεντρο IV



◆ Από τις κορυφές του τριγώνου $AB\Gamma$ φέρνουμε παράλληλες προς τις απέναντι πλευρές ... τα ύψη του τριγώνου $AB\Gamma$ είναι μεσοκάθετες του τριγώνου $IK\theta$.



- ◆ Οι κάθετες από τις κορυφές τριγώνου προς τις πλευρές του ορθικού του, περνάνε από το περίκεντρο του τριγώνου.
- ◆ Η EZ είναι αντιπαράλληλη της BG .
- ◆ Αν T είναι το μέσο της EZ , τότε η AT είναι η συμμετροδιάμεσος που αντιστοιχεί στην κορυφή A .
- ◆ AD, AO ισογώνιες.