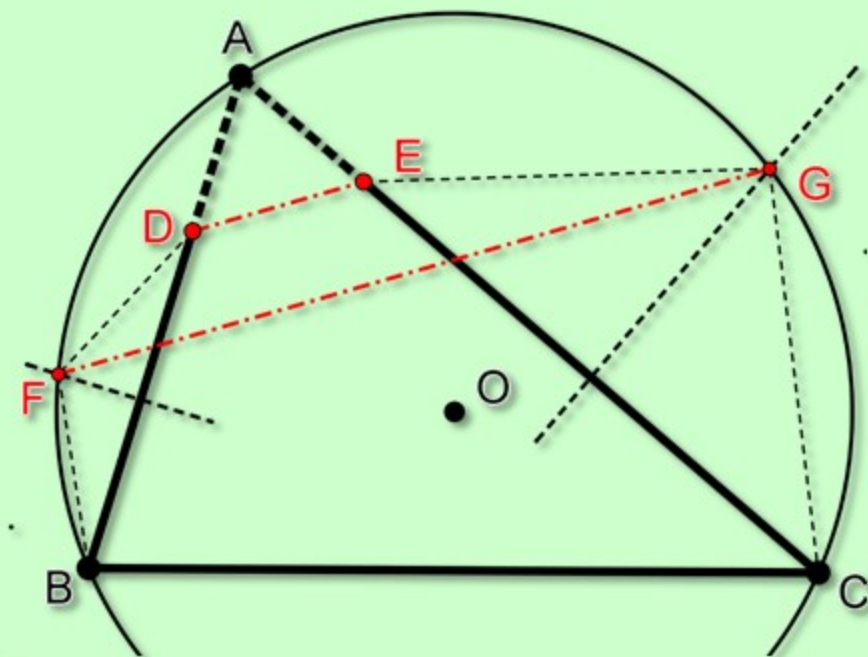
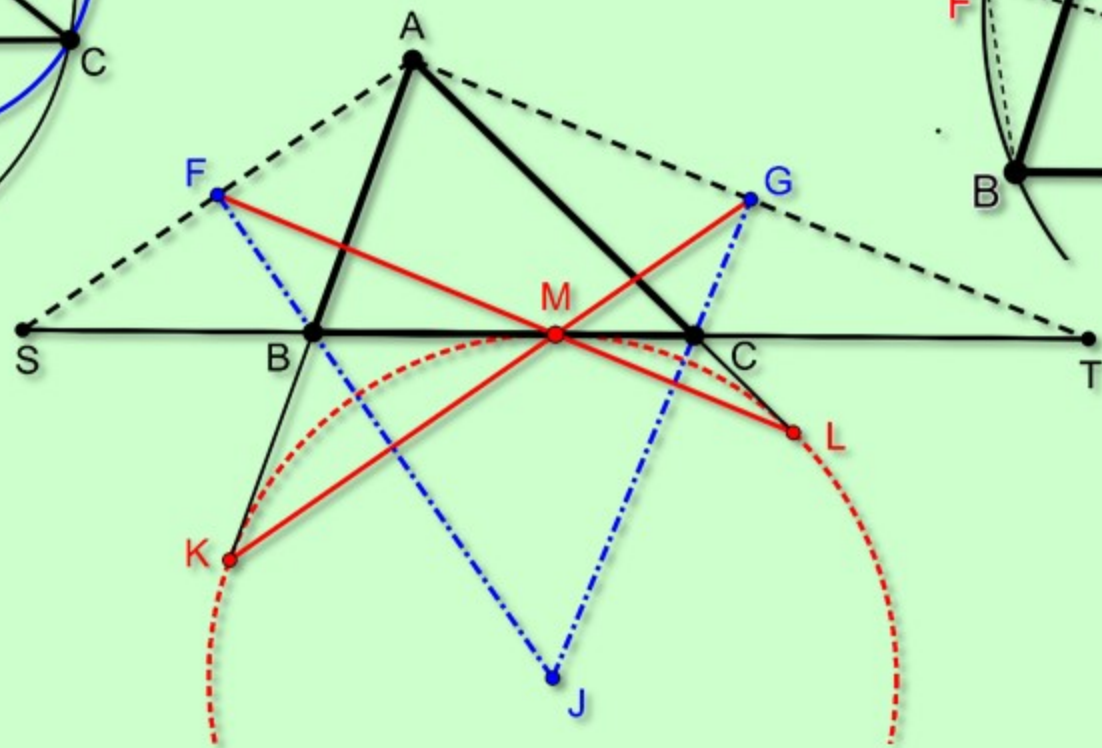
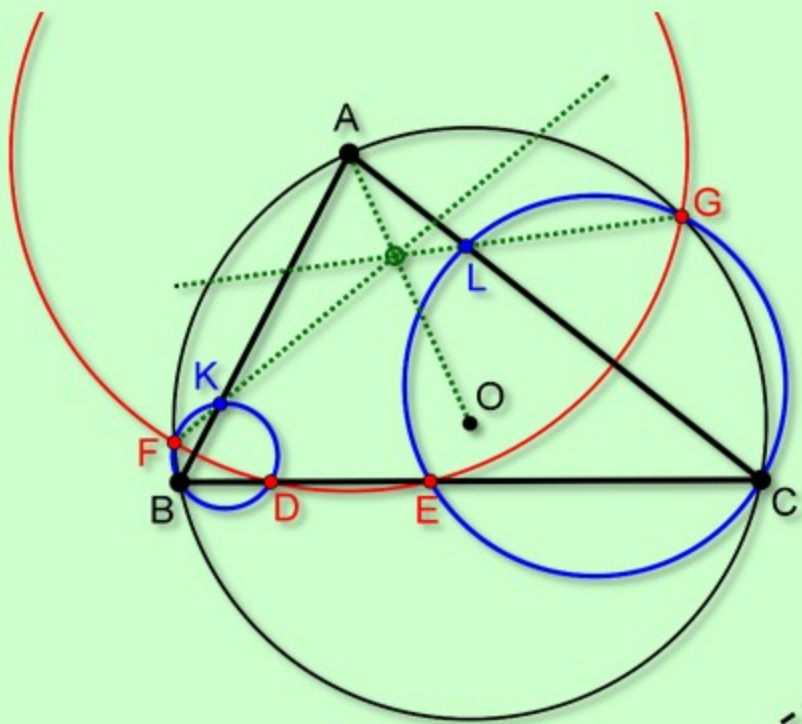


ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ 1



Αρχικές Έννοιες

Σημείο

A ●

- Οι έννοιες **Σημείο**, **Ευθεία** και **Επίπεδο** είναι πρωταρχικές και δεν ορίζονται...



...αποτελούν τα “δομικά υλικά”, με τα οποία “κτίζεται” η Γεωμετρία.

Αξιώματα

*Τα Αξιώματα καθορίζουν τη σχέση των αρχικών
'δομικών' εννοιών της γεωμετρίας.*

- ★ *Δύο (διαφορετικά μεταξύ τους) σημεία,
ορίζουν μία και μόνο ευθεία, που τα περιέχει.*
- ★ *Υπάρχουν τρία τουλάχιστον σημεία (διαφορετικά μεταξύ τους),
που δεν ανήκουν στην ίδια ευθεία.*
- ★ *Τρία (διαφορετικά μεταξύ τους) σημεία,
ορίζουν ένα και μόνο επίπεδο, που τα περιέχει.*

Ευθύγραμμο Τμήματα



- ★ Το ευθύγραμμο τμήμα αποτελείται από δύο διαφορετικά σημεία μιας ευθείας και όλα τα σημεία της που βρίσκονται ανάμεσά τους.
- ★ Για να προσθέσουμε δύο ευθύγραμμα τμήματα, τα μεταφέρουμε επάνω στην ίδια ευθεία (το ένα δίπλα στο άλλο).



Ευθύγραμμα Τμήματα



★ Να εκφράσετε τα ευθύγραμμα τμήματα
(που ορίζουν τα σημεία A, B, Γ),
ως άθροισμα ή διαφορά δύο τμημάτων.

$$A\Gamma = AB + B\Gamma$$

$$AB = A\Gamma - B\Gamma$$

$$B\Gamma = A\Gamma - AB$$

Ευθύγραμμα Τμήματα



★ Αν M μέσο του AB και O τυχόν σημείο (εκτός του AB)
αποδείξτε ότι: $2 \cdot OM = OA + OB$.

$$\left. \begin{array}{l} OA = OM - MA \\ OB = OM + MB \end{array} \right\} \Rightarrow OA + OB = 2 \cdot OM$$

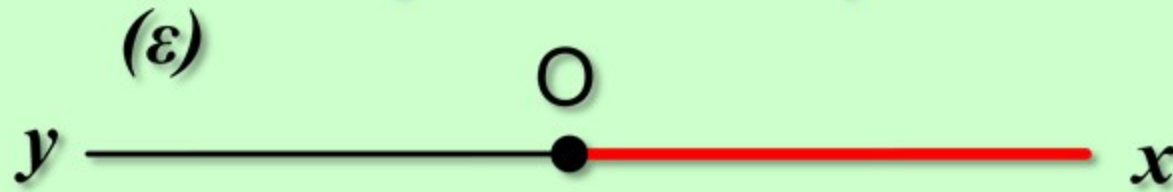
Ευθύγραμμα Τμήματα



★ Αν M μέσο του AB και O τυχόν σημείο (εντός του MA)
αποδείξτε ότι: $2 \cdot OM = OB - OA$.

$$\left. \begin{array}{l} OA = MA - OM \\ OB = OM + MB \end{array} \right\} \Rightarrow OB - OA = 2 \cdot OM$$

Ημιευθείες



★ Το σημείο O και τα σημεία της ευθείας (ε) που ανήκουν προς το ίδιο μέρος του O , ορίζουν τις ημιευθείες Ox και Oy .

★ Οι ημιευθείες Ox και Oy λέγονται, 'αντικείμενες'.



- ▶ Η ημιευθεία Ax περιέχει την ημιευθεία Bx .
- ▶ Η ημιευθεία By περιέχει την ημιευθεία Ay .

Γωνία-Διχοτόμος

Γωνία (κυρτή-μη κυρτή)

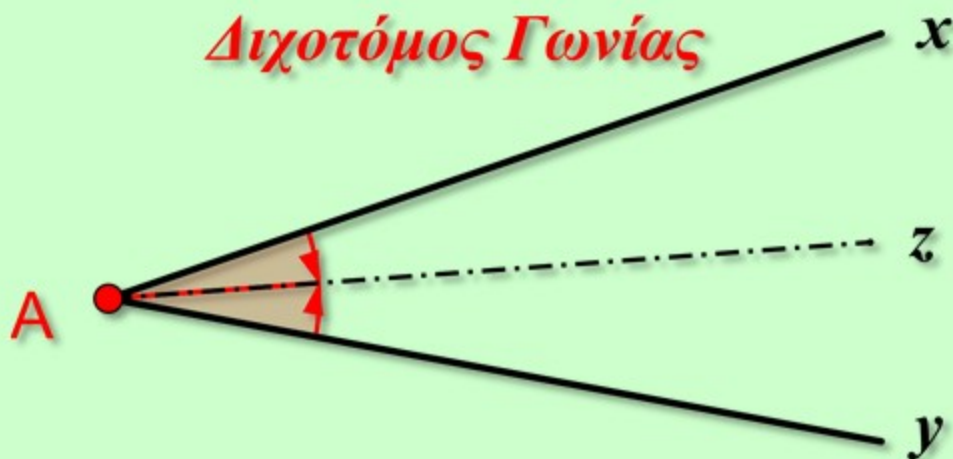
Δύο ημιευθείες με κοινή αρχή, ορίζουν μία κυρτή και μία μη κυρτή γωνία.

Μη κυρτή



Ox, Oy : Πλευρές O : Κορυφή

Διχοτόμος Γωνίας



Διχοτόμος γωνίας είναι η ημιευθεία με αρχή τη κορυφή της, που χωρίζει τη γωνία σε δύο ίσες γωνίες.

$$x\hat{A}z = z\hat{A}y$$

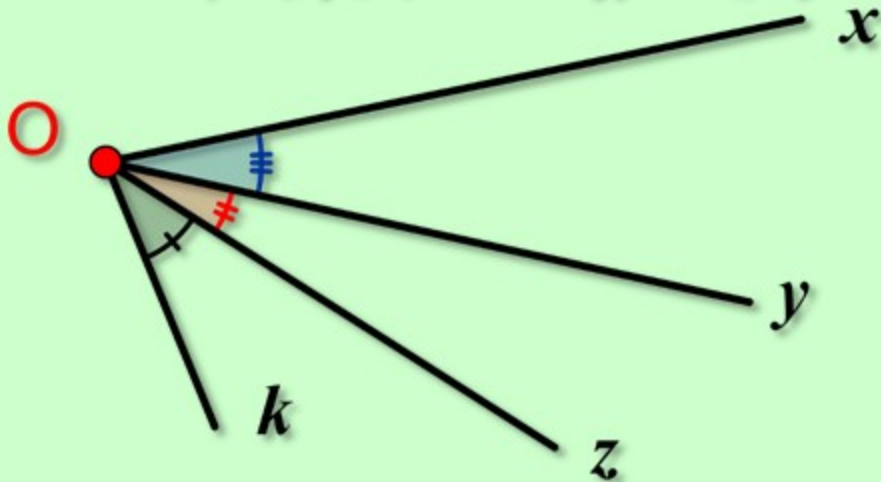
Διαδοχικές - Κατά Κορυφή Γωνίες

Κατά κορυφήν γωνίες.



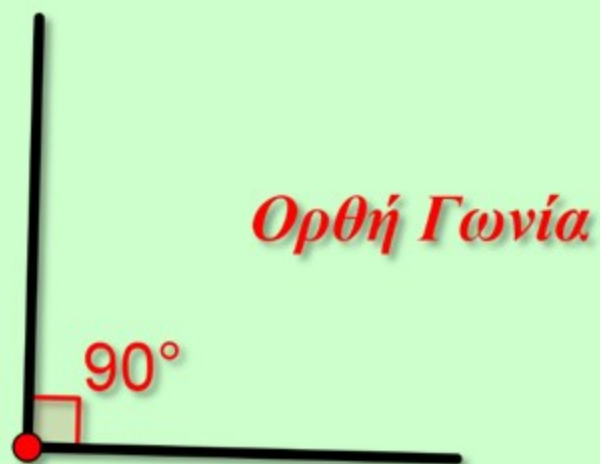
Οι πλευρές της μίας γωνίας, είναι ημιευθείες
αντικείμενες των πλευρών της άλλης.

Εφεξής (Διαδοχικές) γωνίες.

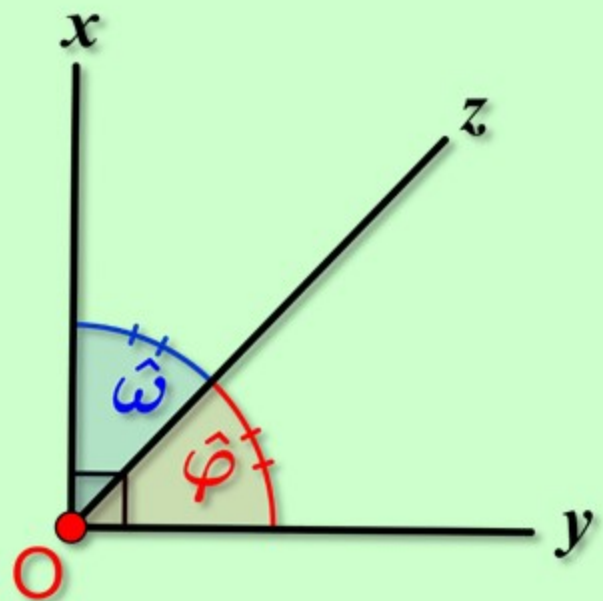


Μία κοινή πλευρά και οι μη κοινές πλευρές,
εκατέρωθεν της κοινής.

Είδη Γωνιών

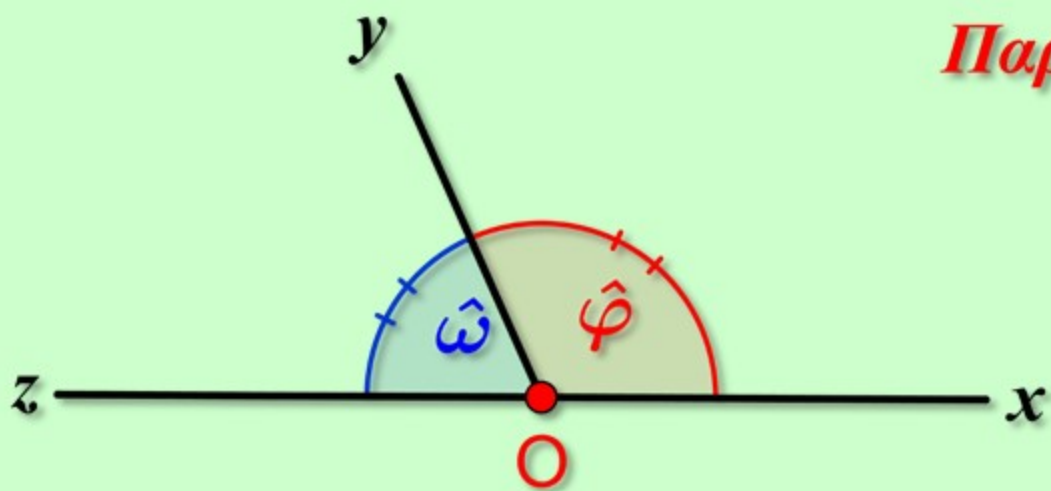


Συμπληρωματικές - Παραπληρωματικές Γωνίες



Συμπληρωματικές Γωνίες

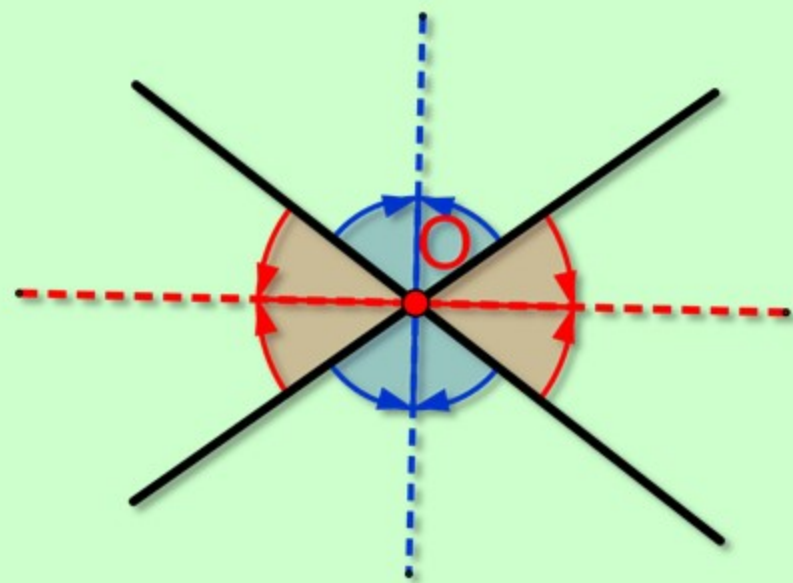
$$\hat{\omega} + \hat{\varphi} = 90^\circ$$



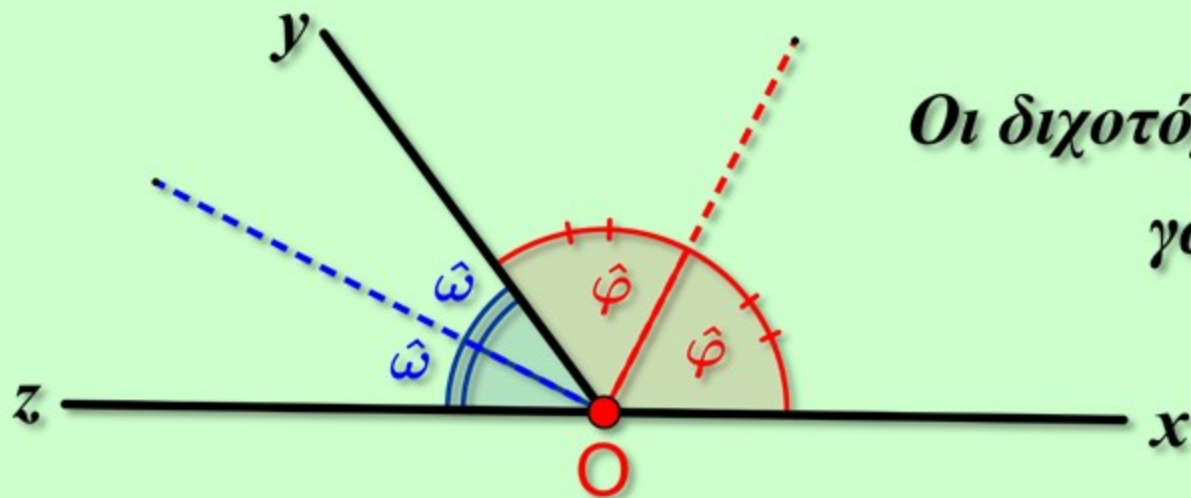
Παραπληρωματικές Γωνίες

$$\hat{\omega} + \hat{\varphi} = 180^\circ$$

Διχοτόμοι Γωνιών



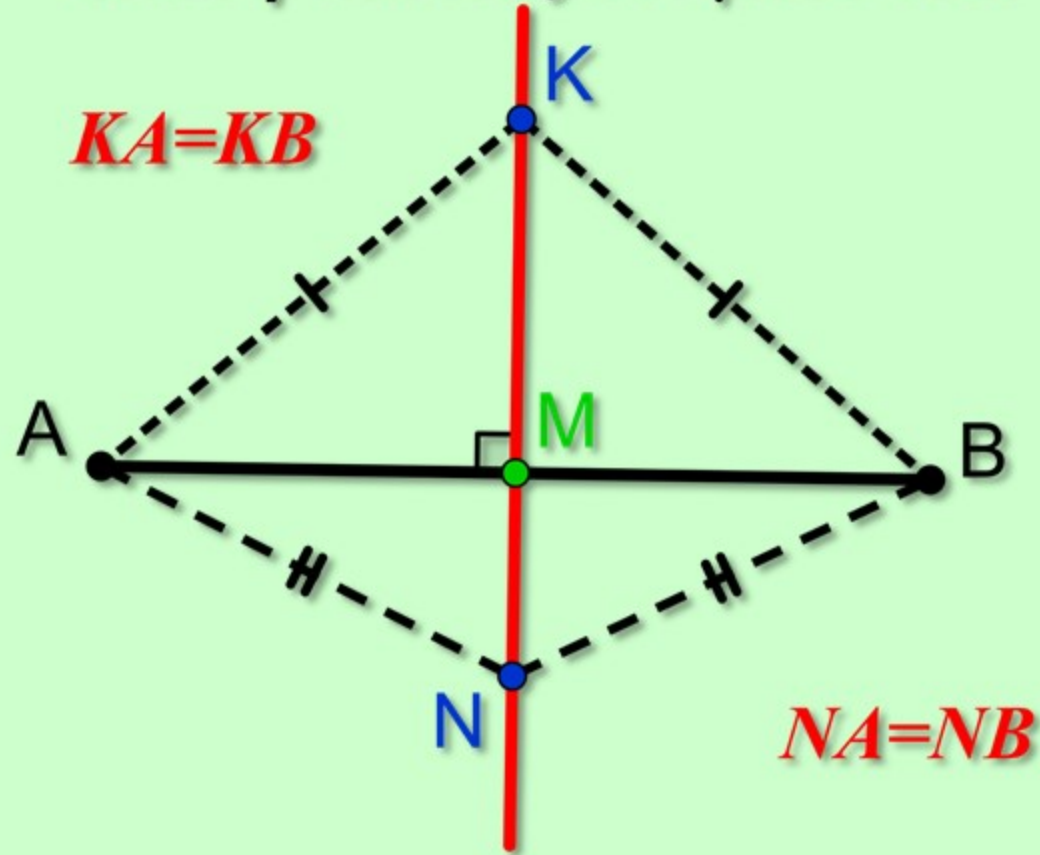
Οι διχοτόμοι κατά κορυφή γωνιών, είναι αντικείμενες ημιευθείες.



Οι διχοτόμοι δύο εφεξής και παραπληρωματικών γωνιών, είναι κάθετες μεταξύ τους.

Μεσοκάθετος

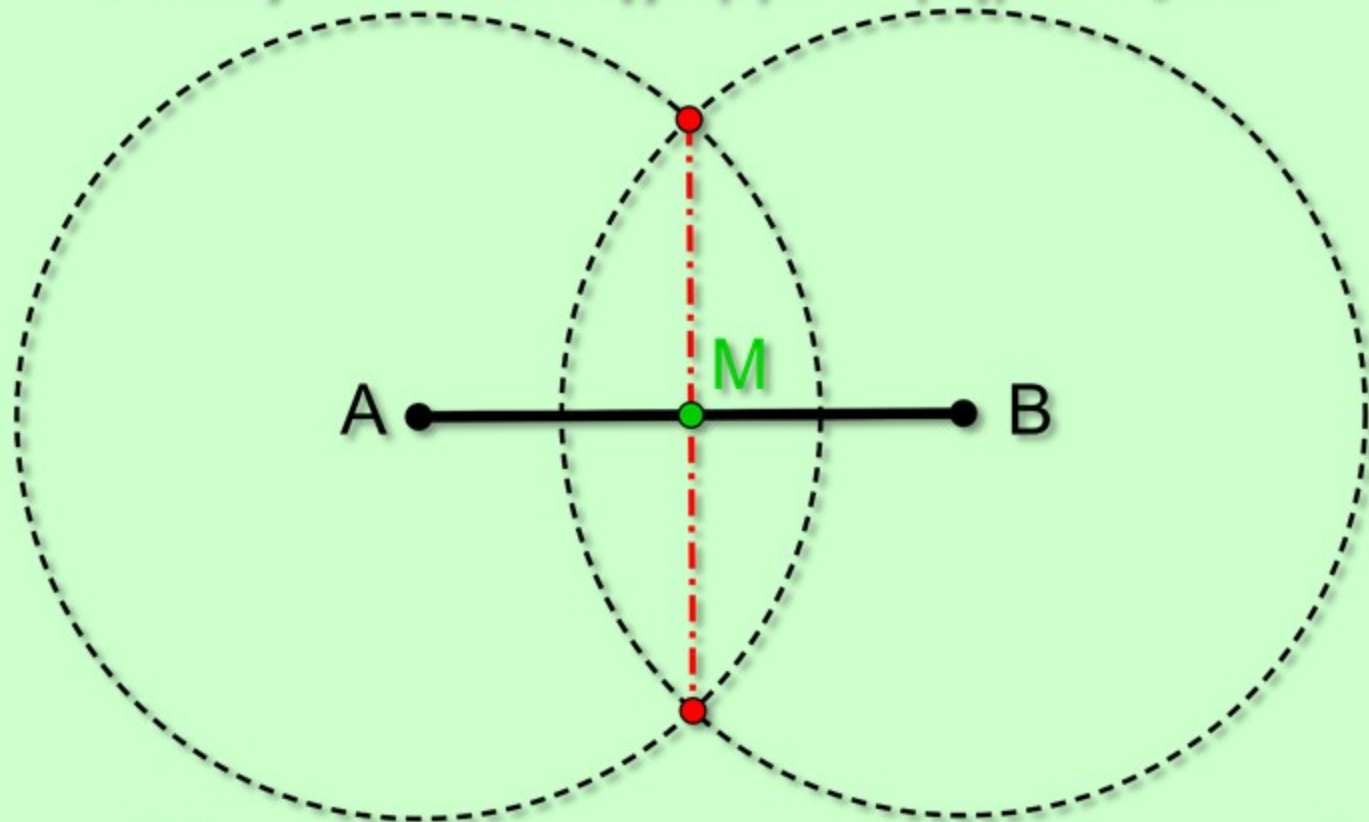
Μεσοκάθετος ευθυγράμμου τμήματος,
είναι η κάθετος στο μέσο του.



Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου, ισαπέχει από τα άκρα.

Κατασκευή Μεσοκάθετου

Γράφουμε δύο ίσους τεμνόμενους κύκλους με κέντρα
τα άκρα του ευθυγράμμου τμήματος...



... η ευθεία που ορίζουν τα σημεία τομής των κύκλων,
είναι η μεσοκάθετος.

Κύκλος

★ Κύκλος με κέντρο O και ακτίνα R , είναι το σύνολο των σημείων που απέχουν απόσταση R από το O και ανήκουν σε επίπεδο που περιέχει το O .

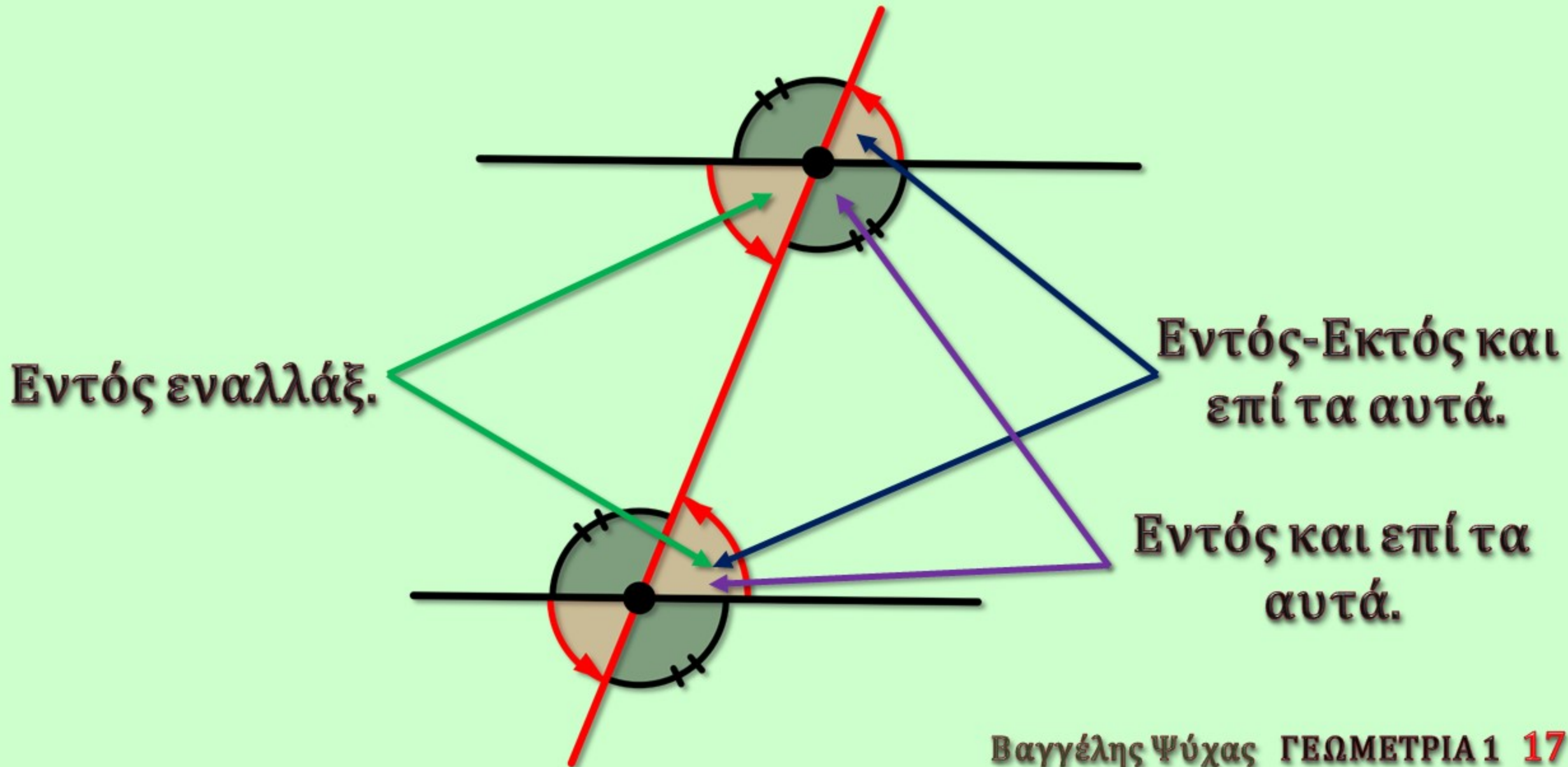


▶ Σε ίσες χορδές αντιστοιχούν ίσα αποστήματα και σε ίσα αποστήματα, ίσες χορδές.
(στον ίδιο ή σε ίσους κύκλους)

▶ Τα σημεία Γ και Δ , λέγονται αντιδιαμετρικά.

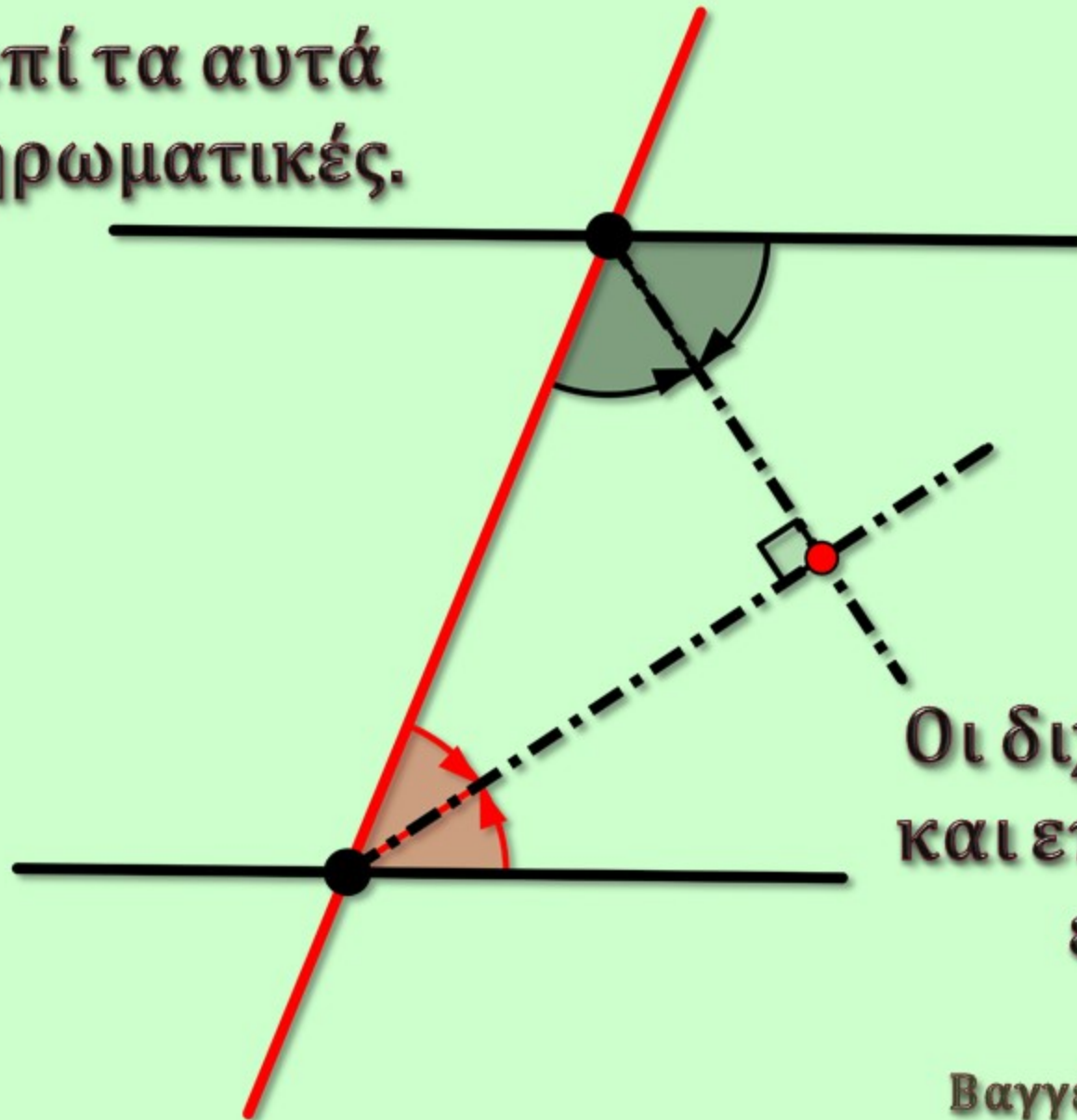
▶ Δύο σημεία του κύκλου (που δεν είναι αντιδιαμετρικά), ορίζουν ένα μικρό και ένα μεγάλο τόξο.

Τέμνουσα Παραλλήλων



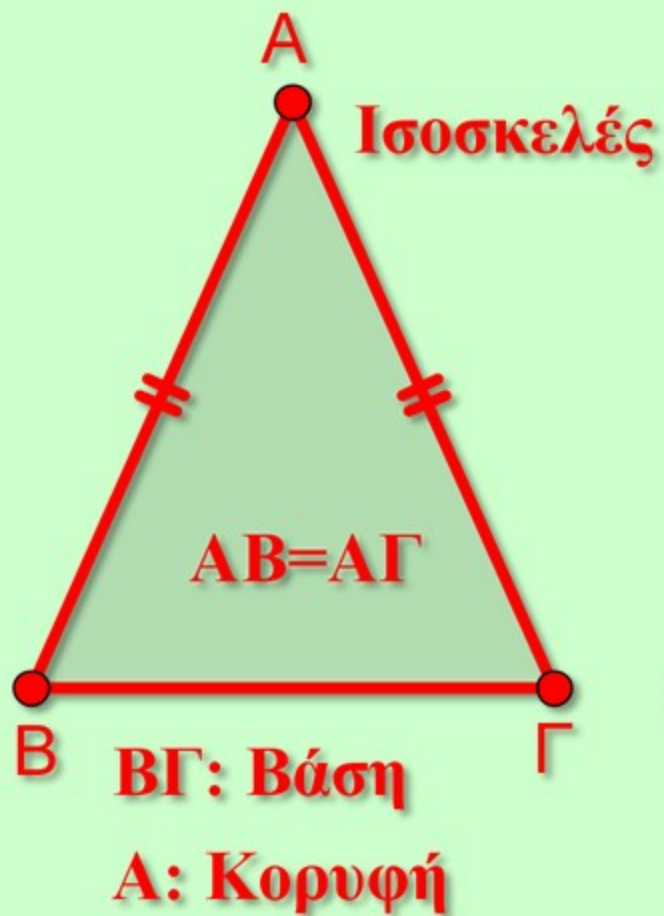
Διχοτόμοι Εντός και επί τα αυτά

Οι εντός και επί τα αυτά
είναι παραπληρωματικές.

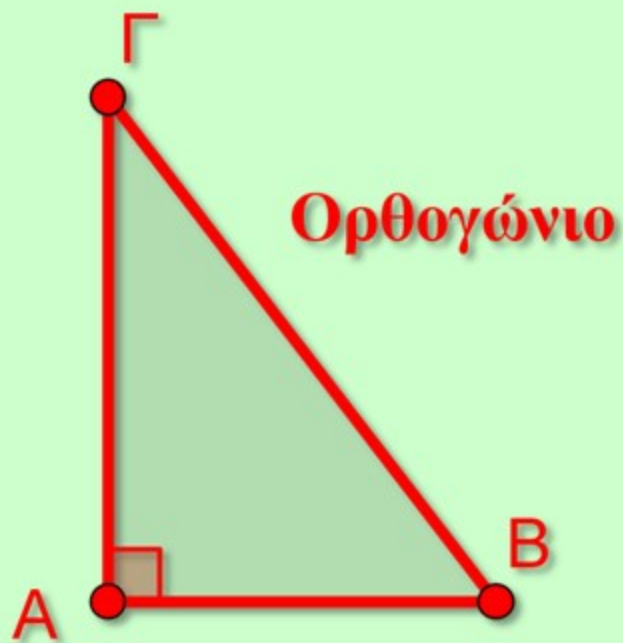


Οι διχοτόμοι των εντός
και επί τα αυτά γωνιών
είναι κάθετες.

Είδη Τριγώνων



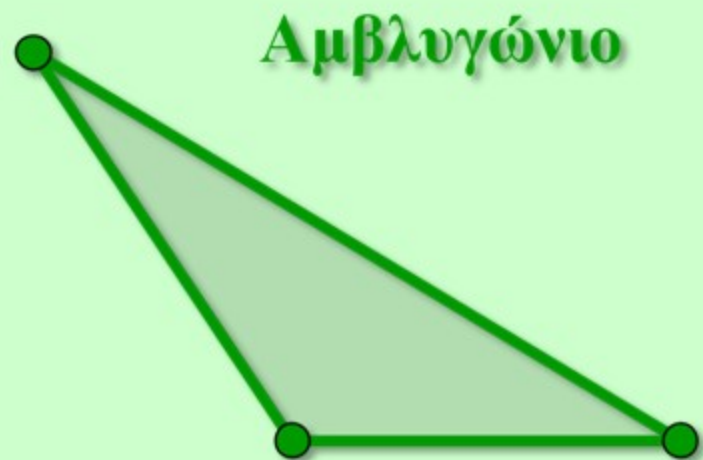
Είδη Τριγώνων



Ορθογώνιο

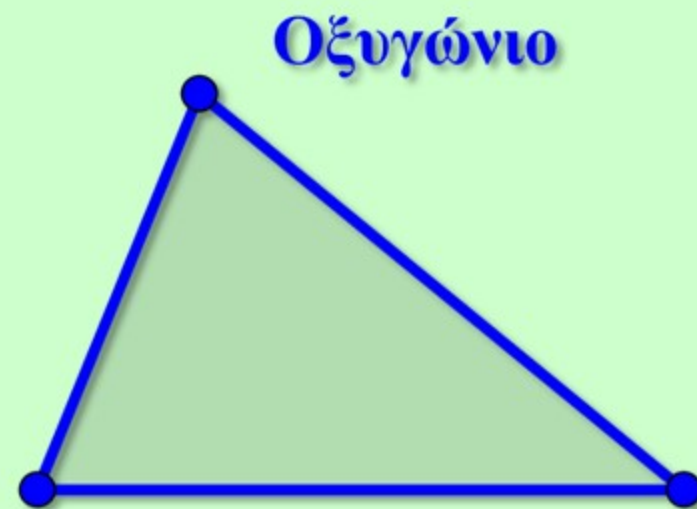
ΒΓ: Υποτείνουσα

ΑΒ, ΑΓ: Κάθετες



Αμβλυγώνιο

Μία Γωνία Αμβλεία



Οξυγώνιο

Γωνίες Οξείες