

## ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ (ΑΚΡΟΤΑΤΑ - ΡΥΘΜΟΣ ΜΕΤΑΒΟΛΗΣ)

1. Ο W. Estes έχει ασχοληθεί με την καμπύλη εκμάθησης ενός πειραματόζωου. Το πειραματόζωο μέσα σε έναν ελεγχόμενο χώρο έπρεπε να επιλέξει τον κατάλληλο μοχλό ώστε να πάρει το φαγητό του. Με την πάροδο του χρόνου ο αριθμός των σωστών επιλογών  $r$  (σε μια εβδομάδα) βρέθηκε ότι δίνεται από τον τύπο

$$r(t) = \frac{13}{1 + 25e^{-0,24t}} \quad (t \text{ εβδομάδες εκπαίδευσης}).$$

α) Να εξετάσετε αν το πειραματόζωο θα βελτιώνει συνεχώς τις επιδόσεις του.

β) Τι θα συμβεί αν το πείραμα συνεχιστεί για μεγάλο χρονικό διάστημα;

2. Ένας γεωργός προσθέτει  $x$  μονάδες λιπάσματος σε μία αγροτική καλλιέργεια και συλλέγει  $g(x)$  μονάδες του παραγόμενου προϊόντος. Αν  $g(x) = M_0 + M(1 - e^{-\mu x})$ ,  $x \geq 0$ , όπου  $M_0$ ,  $M$ ,  $\mu$  είναι θετικές σταθερές, να εκφράσετε το ρυθμό μεταβολής του παραγομένου προϊόντος ως συνάρτηση της  $g(x)$ . Ποια είναι η σημασία της σταθεράς  $M_0$ ;

3. Το βάρος  $B$  σε γραμμάρια ενός θηλυκού ποντικιού ύστερα από  $t$  εβδομάδες δίνεται προσεγγιστικά από τη συνάρτηση  $B(t) = 1 + \frac{1}{4}(t+2)^2$ , όπου  $t \leq 8$ . Να βρείτε το ρυθμό ανάπτυξης του ποντικιού με την πάροδο:

i)  $t$  εβδομάδων και

ii) 1, 2 και 8 εβδομάδων.

4. Η ποσότητα ενός αντιβιοτικού που έχει απορροφηθεί από τον ανθρώπινο οργανισμό τη χρονική στιγμή  $t$ , όπου  $t \geq 0$  δίνεται από τον τύπο

$$f(t) = 6 \cdot 2^{-\frac{t}{250}}.$$

Να βρείτε τη χρονική στιγμή  $t$  κατά την οποία ο ρυθμός απορρόφησης του αντιβιοτικού είναι ίσος με το  $1/256$  του ρυθμού απορρόφησης κατά τη στιγμή  $t_0=0$ .

5. Μία ώρα μετά τη λήψη  $x$  mgf ενός αντιπυρετικού, η μείωση της θερμοκρασίας ενός ασθενούς δίνεται από τη συνάρτηση  $T(x) = x^2 - \frac{x^3}{4}$ ,  $0 < x < 3$ .

Να βρείτε ποια πρέπει να είναι η δόση του αντιπυρετικού, ώστε ο **ρυθμός μεταβολής** της μείωσης της θερμοκρασίας ως προς  $x$ , να γίνει μέγιστος.

6. Η ενέργεια που καταναλώνει ένας μικροοργανισμός που κινείται μέσα στο αίμα ενός ασθενούς με ταχύτητα  $v$ , προσεγγίζεται από τον τύπο της συνάρτησης:

$$E(v) = \frac{1}{2} [2(v-35)^2 + 750]$$

- i. Με ποια ταχύτητα πρέπει να κινηθεί, για να καταναλώσει τη μικρότερη ενέργεια;
  - ii. Πόση είναι η ελάχιστη ενέργεια;
7. Σε έναν υποτασικό ασθενή με αρχική πίεση  $\Pi_0$  χορηγούνται δύο διαφορετικά φάρμακα για την υπόταση σε διαφορετικές ημερομηνίες, των οποίων οι δράσεις καθορίζονται από τις συναρτήσεις:

$$\Pi_1(t) = \Pi_0 + t e^{-t} \text{ όπου } t \text{ ο χρόνος δράσης και } \Pi_1 \text{ η πίεση.}$$

$$\Pi_2(t) = \Pi_0 + t^2 e^{-t} \text{ όπου } t \text{ ο χρόνος δράσης και } \Pi_2 \text{ η πίεση.}$$

Να βρείτε:

- α) Σε πόση ώρα το κάθε φάρμακο φτάνει στη μέγιστη απόδοσή του.
  - β) Ποιο είναι το πιο αποτελεσματικό όσον αφορά την άνοδο της πίεσης.
8. Φάρμακο χορηγείται σε ασθενή και η συνάρτηση  $f(t)$  περιγράφει την συγκέντρωση του φάρμακου στο σώμα του μετά από χρόνο  $t \geq 0$ . Αν ο ρυθμός μεταβολής της  $f(t)$  είναι  $\frac{8}{t+1} - 2$  τότε:

- α) Να βρείτε την  $f(t)$

β) Σε ποια χρονική στιγμή  $t$  μετά την χορήγηση του φάρμακου η συγκέντρωση είναι μέγιστη;

γ) Να δείξετε ότι κατά την στιγμή  $t=8$  υπάρχει ακόμα επίδραση του φάρμακου, ενώ πριν τη στιγμή  $t=10$  η επίδραση έχει μηδενιστεί.

( $\ln 11 \approx 2,4$ )