

Η μέθοδος των αντίθετων συντελεστών σε ένα γραμμικό σύστημα

2 εξισώσεων με 2 αγνώστους

Παράδειγμα 1.

Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 & (1) \\ 3x - 5y = 8 & (2) \end{cases}$$

Απάντηση

- Αποφασίζω ποιον άγνωστο θα απαλείψω με τους αντίθετους συντελεστές. Και έστω ότι αυτός είναι ο y

- Πολλαπλασιάζω την (1) με τον συντελεστή του y στην (2).

Και ταυτόχρονα πολλαπλασιάζω την (2) με τον **αντίθετο** του συντελεστή στην (1)

Προσέχω να πολλαπλασιάσω **όλους** τους όρους κάθε εξίσωσης με τον κατάλληλο συντελεστή

$$\begin{cases} 2x - 3y = 5 & | \cdot (-5) \\ 3x - 5y = 8 & | \cdot (+3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -10x + 15y = -25 \\ 9x - 15y = 24 \end{cases}$$

- Προσθέτω κατά μέλη τις δύο εξισώσεις και μένει μόνο ο x αφού ο y εξαφανίζεται.

Και λύνω αυτήν την εξίσωση για να βρω το x

$$\begin{cases} -10x + 15y = -25 \\ 9x - 15y = 24 \\ + \hline -1x + 0y = -1 \Rightarrow -x = -1 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

- Αντικαθιστώ στην (1) (ή την (2)) την τιμή του x που έχω βρει και έτσι υπολογίζω και το y

$$(1): 2 \cdot 1 - 3y = 5 \Leftrightarrow 2 - 3y = 5 \Leftrightarrow -3y = 5 - 2 \Leftrightarrow -3y = 3 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{3} = -1$$

- Άρα η λύση του συστήματος είναι :

$$(x, y) = (1, -1)$$

Παρόμοια άλυτη 1.

Να λύσετε το σύστημα

$$\begin{cases} x + 3y = 2 & (1) \\ 3x - 6y = 1 & (2) \end{cases}$$

με την μέθοδο των αντίθετων συντελεστών, με απαλοιφή του x .

$$\text{Απάντηση: } (x, y) = \left(1, \frac{1}{3}\right)$$

Παράδειγμα 2.

Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$\begin{cases} 3x + 2y = 15 & (1) \\ 2x - y = 3 & (2) \end{cases}$$

i. Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

ii. Να βρείτε το κοινό σημείο των ευθειών:

$$(\varepsilon_1): 3x + 2y = 15 \quad \text{και} \quad (\varepsilon_2): y = 2x - 3$$

Απάντηση

i. Θα κάνω απαλοιφή του y

$$\begin{cases} 3x + 2y = 15 & | \cdot 1 \\ 2x - y = 3 & | \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 15 \\ 4x - 2y = 6 \\ \hline + \end{cases}$$
$$7x + 0y = 21 \Leftrightarrow 7x = 21 \Leftrightarrow x = \frac{21}{7} = 3$$

Αντικαθιστώ στην (1) το x

$$3 \cdot 3 + 2y = 15 \Leftrightarrow 9 + 2y = 15 \Leftrightarrow 2y = 15 - 9 \Leftrightarrow 2y = 6 \Leftrightarrow y = \frac{6}{2} = 3$$

Λύση: $(x, y) = (3, 3)$

ii. Εάν χωρίσω και στην 2^η ευθεία γνωστούς από αγνώστους αυτή γράφεται:

$$y = 2x - 3 \Leftrightarrow y - 2x = -3 \xleftrightarrow{\text{αλλάζω πρόσημα}} 2x - y = 3$$

Παρατηρώ ότι οι δύο ευθείες είναι οι δύο εξισώσεις του συστήματος που έλυσα. Άρα το κοινό σημείο τους έχει τις συντεταγμένες της λύσης που βρήκα, δηλαδή είναι το σημείο $A(3, 3)$

Παρόμοια άλυτη 2.

Δίνεται το γραμμικό σύστημα

$$\begin{cases} 3x + 2y = 8 & (1) \\ 2x - y = 3 & (2) \end{cases}$$

i. Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

ii. Να βρείτε το κοινό σημείο των ευθειών:

$$(\varepsilon_1): 2y = 8 - 3x \quad \text{και} \quad (\varepsilon_2): 2x = y + 3$$

Απάντηση:

Λύση: $(x, y) = (2, 1)$, κοινό σημείο $A(2, 1)$