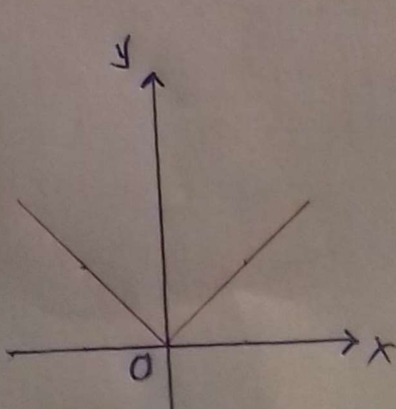
Παρατηρήσεις στην Θεωρία της παραγράφου 1.4
« Το κριτήριο της $1^{ης}$ παραγώγου »
για προτάσεις Σ – Λ

1. Εάν μια συνάρτηση f έχει ακρότατο σε σημείο x_0 ενός διαστήματος $(α, β)$ τότε ισχύει σίγουρα $f'(x_0) = 0$, αν είναι παραγωγίσιμη *

2. Εάν μια συνάρτηση f δεν παρουσιάζει ακρότατο σε ένα διάστημα $(α, β)$, τότε η f είναι γνήσια μονότονη στο $(α, β)$.
Δηλαδή ισχύει ένα από τα παρακάτω
ή $f'(x) \geq 0$ για κάθε $x \in (α, β)$
ή $f'(x) \leq 0$ για κάθε $x \in (α, β)$

3. Το τριώνυμο $αx^2 + βx + γ$
→ έχει ολικό ελάχιστο στην ρίζα της παραγώγου της, όταν $α > 0$.
→ έχει ολικό μέγιστο στην ρίζα της παραγώγου της, όταν $α < 0$.

* Το βιβλίο έχει το παράδειγμα της $f(x) = |x|$. Στο 0 έχει ελάχιστο αλλά δεν είναι και παραγωγίσιμη.



4.* Εάν σε ένα $x_0 \in (a,b)$ είναι $f'(x_0)=0$, αυτό δεν σημαίνει ότι η f έχει ακρότατο στο x_0.

5.** Εάν μια συνάρτηση f παρουσιάζει ακρότατο στο άκρο ενός διαστήματος, αυτό δεν σημαίνει ότι η παράγωγος γίνεται 0 στο άκρο αυτό.

* Για παράδειγμα φέρω την $f(x)=x^3$.
$f'(x)=3x^2 \geq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.
Άρα η $f \uparrow \mathbb{R}$ οπότε δεν έχει ακρότατο, αλλά $f'(0)=0$

** Για παράδειγμα φέρω την $g(x)=\eta\mu x$, με $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$. Τότε γνωρίζω ότι είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, \frac{\pi}{2}]$.
Οπότε στο 0 έχω ελάχιστο.
Αλλά $g'(0)=\sigma\upsilon\nu 0 = 1 \neq 0$

Άλλο παράδειγμα είναι η $f(x)=x$.
σε κάθε διάστημα (πχ. $[1,2]$)
$f'(x)=1>0$ άρα έχει ελάχιστο στο αριστερό άκρο και μέγιστο στο δεξιό άκρο. Αλλά η παράγωγος παντού είναι $1 \neq 0$.