

ΔΙΔΑΣΚΩΝ:

Ανδρέας Μπελογιάννης

Email: abelogia@hotmail.com

abelogia@sch.gr

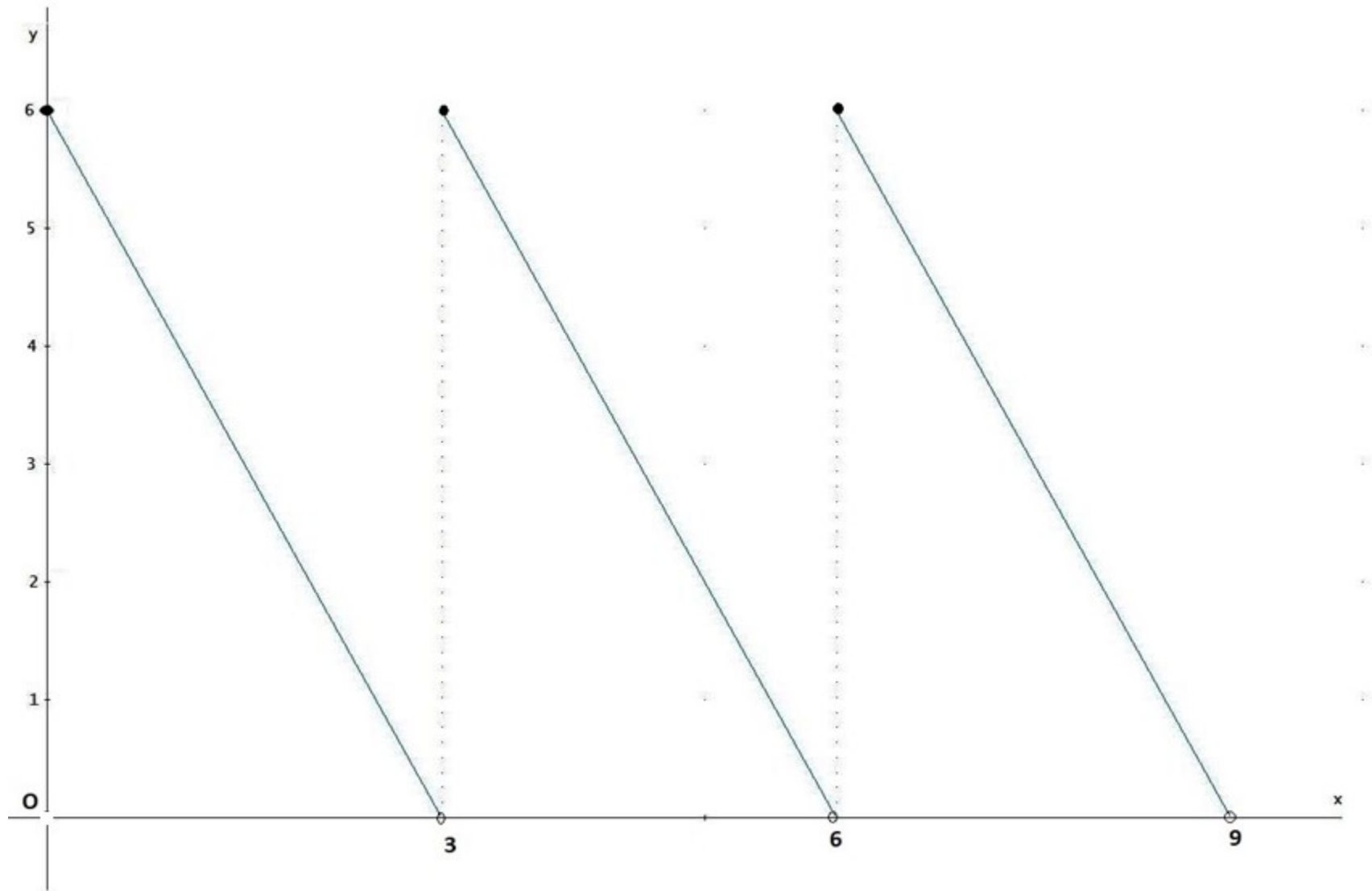
Σύνδεσμος Μαθήματος: ελεύθερη πρόσβαση

<https://free.openeclass.org/courses/SC533/>

Φάκελος «Έγγραφα»

Όταν τα αρχεία ζητούν κωδικό, θα δίνετε το εξής: EPAL4

H ENNOIA TOY OPIOY



Στο παραπάνω σχήμα φαίνεται απόσπασμα της γραφικής παράστασης μια συνάρτησης αποθέματος $y = f(x)$.

Η μεταβλητή x εκφράζει τον χρόνο (σε 24ωρα) και η μεταβλητή y εκφράζει το απόθεμα σε μονάδες μάζας.

Η ερμηνεία της γραφικής παράστασης είναι η εξής:

Το μέγιστο απόθεμα στην αποθήκη είναι 6 μονάδες μάζας.

Το απόθεμα λόγω της ζήτησης μειώνεται γραμμικά.

Παρατηρούμε μια περιοδικότητα με περίοδο $T = 3$.

Δηλαδή λίγο πριν αδειάσει η αποθήκη την χρονική στιγμή $x = 3$, ανεφοδιάζεται και γεμίζει. Η μείωση επαναλαμβάνεται μετά με τον ίδιο τρόπο, αδιάκοπα.

- Ποιο είναι το πεδίο ορισμού ;

Απάντηση

Είναι το $A = [0, +\infty)$

- Όσο ο χρόνος x πλησιάζει την στιγμή 3 , σε ποια τιμή πλησιάζει το απόθεμα $y = f(x)$;

Απάντηση

Από την γραφική παράσταση παρατηρώ ότι το απόθεμα πλησιάζει ολοένα την τιμή 0 όσο ο χρόνος πλησιάζει την στιγμή 3.

Αυτό είναι το ρεαλιστικό επειδή μιλάμε για χρόνο. Αλλά για να συμπεριληφθούν όλες οι περιπτώσεις μεταβλητών δεχόμαστε ότι μπορούμε να προσεγγίσουμε την στιγμή 3 και από μικρότερες τιμές αλλά και από μεγαλύτερες.

Στην πρώτη περίπτωση θα έγραφα

Όταν $x \rightarrow 3$ με $x < 3$, τότε $f(x) \rightarrow 0$

Αυτό γράφεται και ως εξής:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0, \text{ όταν } x < 3$$

Στην δεύτερη περίπτωση θα έγραφα

Όταν $x \rightarrow 3$ με $x > 3$, τότε $f(x) \rightarrow 6$

Αυτό γράφεται και ως εξής:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6, \text{ όταν } x > 3$$

Αυτοί οι δύο αριθμοί 0 και 6 ονομάζονται πλευρικά όρια της συνάρτησης στο $x_0 = 3$

Εδώ όπου τα πλευρικά όρια είναι άνισα, λέμε ότι η συνάρτηση δεν έχει όριο στο $x_0 = 3$

- Υπάρχουν χρονικές στιγμές στις οποίες το απόθεμα γίνεται μηδενικό;

Απάντηση

Από την γραφική παράσταση παρατηρώ ότι το απόθεμα δεν γίνεται ποτέ ίσο με το 0.

ΠΡΟΣΟΧΗ!!!

Άλλο πράγμα είναι η τιμή στο x_0 και άλλο πράγμα είναι το όριο της συνάρτησης στο x_0

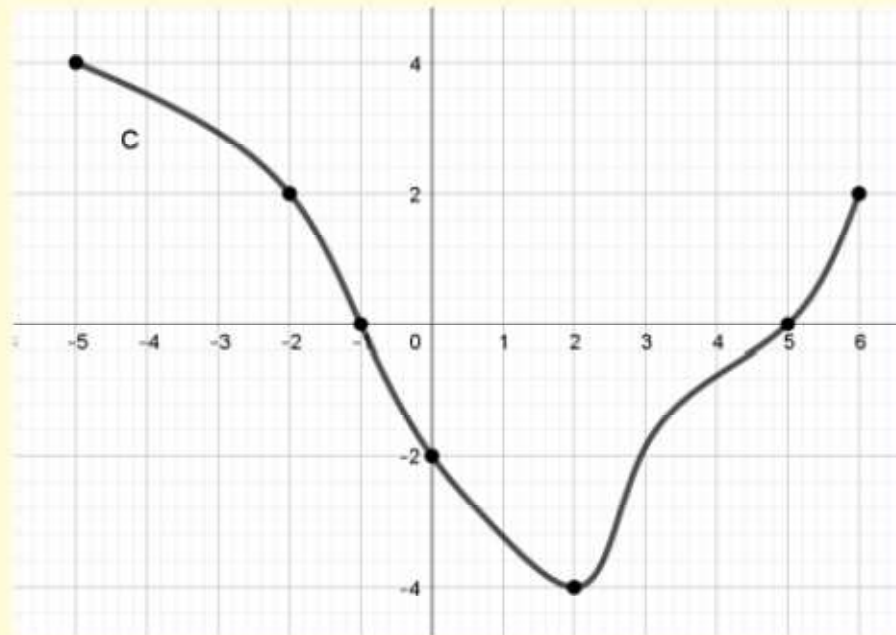
Μπορεί να είναι ίσα όπως στο 3 από δεξιά

Μπορεί και να είναι άνισα, όπως στο 3 από αριστερά.

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C της συνάρτησης f .

Μελετώντας το σχήμα:



α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 7)

β) Για τη συνάρτηση f , να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της και να βρείτε το (ολικό) μέγιστο και το (ολικό) ελάχιστό της.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow -2} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 5} f(x)$.

(Μονάδες 8)

Απάντηση

α) Το πεδίο ορισμού είναι $A = [-5,6]$

β) $f \downarrow [-5,2]$ και $f \uparrow [2,6]$

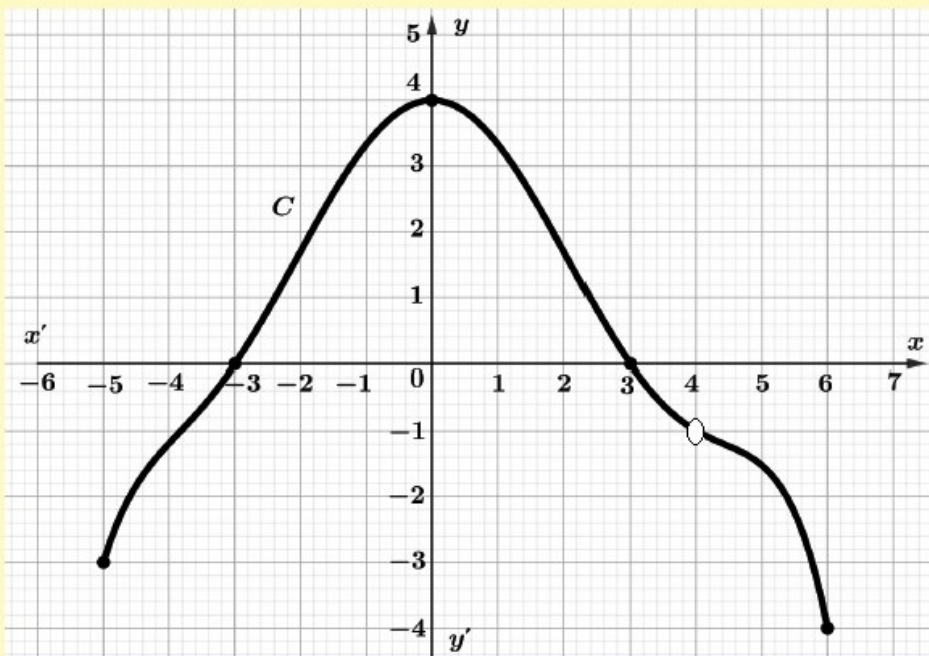
$f_{\min} = -4 = f(2)$ και $f_{\max} = 4 = f(-5)$

γ) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 2$ και $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = 0$

ΘΕΜΑ 2

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση C της συνάρτησης f .

Μελετώντας το σχήμα:



α) Να γράψετε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f .

(Μονάδες 7)

β) Για τη συνάρτηση f , να γράψετε τα διαστήματα μονοτονίας της και να βρείτε το (ολικό) μέγιστο και το (ολικό) ελάχιστό της.

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε τα όρια: $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$.

(Μονάδες 8)

Απάντηση

α) Το πεδίο ορισμού είναι $A = [-5, 4) \cup (4, 6]$

β) $f \uparrow [-5,0]$, $f \downarrow [0,4)$ και $f \downarrow (4,6]$

$$f_{\max} = 4 = f(0)$$

$$f_{\min} = -4 = f(6)$$

γ) $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$ (συμπίπτει στην περίπτωση αυτή και με την τιμή $f(-3)$ και τότε λέμε ότι η συνάρτηση είναι συνεχής στο $x_0 = -3$)

$\lim_{x \rightarrow 4} f(x) = -1$ (εδώ ενώ το όριο υπάρχει, η συνάρτηση δεν έχει τιμή στο $x_0 = 4$, **δεν** θα πούμε ότι δεν είναι συνεχής στο 4 γιατί αυτό δεν ανήκει στο πεδίο ορισμού)