

## ΚΑΠΟΙΕΣ ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΑΠΤΥΞΗΣ ΠΟΥ ΙΣΩΣ ΣΥΝΑΝΤΗΣΕΤΕ

1. Να χαρακτηρίσετε ως Αληθή ή Ψευδή την επόμενη πρόταση και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας εάν την χαρακτηρίσατε ψευδή.

«Εάν μια συνάρτηση  $f$  είναι συνεχής σε ένα σημείο  $x_0$  του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και παραγωγίσιμη σε αυτό»

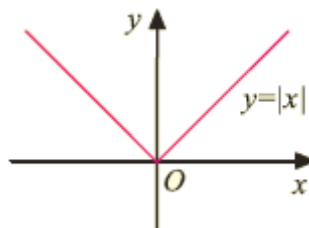
**Απάντηση**

**Ψευδής**

Για παράδειγμα έστω η συνάρτηση

$$f(x) = |x|, x \in \mathbb{R}$$

Η  $f$  είναι συνεχής στο  $x_0 = 0$  αλλά δεν είναι παραγωγίσιμη σε αυτό.



το σχήμα καλό είναι να γίνεται

Όταν η απόδειξη είναι γραμμένη στο σχολικό βιβλίο δεν χρειάζεται να την παραθέσετε.

Αλλά ίσως το ζητήσουν αυτόνομα ως θέμα, επομένως θα ξέρετε πολύ καλά την απόδειξη. Είναι το σχόλιο της σελίδας 23

2. Ένα σχετικό ερώτημα που ίσως βάλουν σε άσκηση, για να δουν ποιος διάβασε το σχόλιο της απόλυτης τιμής

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^2 + 2x + 1$

Να εξετάσετε αν συνάρτηση  $g(x) = \sqrt{f(x)}$  είναι παραγωγίσιμη στο  $x_0 = -1$

**Απάντηση**

$$f(x) = x^2 + 2x + 1 = (x + 1)^2 \Rightarrow g(x) = \sqrt{(x + 1)^2} = |x + 1|$$

Έστω  $h \neq 0$

$$g(x_0 + h) - g(x_0) = g(-1 + h) - g(-1) = |-1 + h + 1| - |-1 + 1| = |h| - 0 = |h|$$

Άρα

$$\frac{g(x_0 + h) - g(x_0)}{h} = \frac{|h|}{h}$$

• Εάν  $h < 0$ , τότε το

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (-1) = -1$$

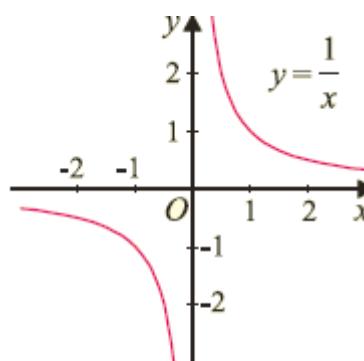
• Εάν  $h > 0$ , τότε το

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1$$

Αφού τα όρια είναι άνισα, η συνάρτηση δεν είναι παραγωγίσιμη στο 1.

3. Να χαρακτηρίσετε ως Αληθή ή Ψευδή την επόμενη πρόταση και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας εάν την χαρακτηρίσατε ψευδή.

« Η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{x}$  δεν είναι συνεχής γιατί η γραφική της παράσταση δεν είναι μια συνεχής καμπύλη όπως φαίνεται στο σχήμα»



(γ) Η καμπύλη της συνάρτησης  $f(x) = \frac{1}{x}$

**Απάντηση**

**Ψευδής**

Η γραφική παράσταση παρουσιάζει διακοπή γιατί το πεδίο ορισμού δεν είναι διάστημα, αλλά ένωση διαστημάτων :  $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

4. Να χαρακτηρίσετε ως Αληθή ή Ψευδή την επόμενη πρόταση και να αιτιολογήσετε την απάντησή σας εάν την χαρακτηρίσατε ψευδή.

«Εάν μια συνάρτηση  $f$  έχει ακρότατο σε ένα σημείο  $x_0$  και είναι παραγωγίσιμη σε αυτό, τότε η παράγωγος  $f'(x_0) = 0$ »

**Απάντηση**

**Ψευδής**

Η συνάρτηση  $f(x) = x, x \in [0,1]$  είναι γνήσια αύξουσα άρα στο 1 έχει ολικό μέγιστο. Αλλά  $f'(x) = (x)' = 1$ , οπότε  $f'(1) = 1 \neq 0$

**Προσοχή !**

Θα ήταν αληθής εάν μας έλεγε ότι παρουσιάζει ακρότατο στο σημείο  $x_0 \in (a, \beta)$  όπως υποδεικνύει το βιβλίο στην σελίδα 40.

5. Πως ορίζεται η παράγωγος μιας συνάρτησης  $f$ ;

**Απάντηση**

Έστω  $A$  το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  και  $B$  το σύνολο των  $x$  στο  $A$  στα οποία η  $f$  είναι παραγωγίσιμη. Παράγωγο της  $f$  ορίζουμε τη συνάρτηση με την οποία κάθε  $x$  στο  $B$  αντιστοιχίζεται στον αριθμό

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Αυτή τη συνάρτηση την συμβολίζουμε με  $f'$

6. Πότε ένα δείγμα από έναν πληθυσμό θεωρείται αντιπροσωπευτικό;

**Απάντηση**

Ένα δείγμα από έναν πληθυσμό θεωρείται αντιπροσωπευτικό όταν έχει επιλεγεί κατά τρόπο ώστε κάθε άτομο από τον πληθυσμό να έχει την ίδια πιθανότητα να επιλεγεί.

7. Τι εκφράζουν τα μέτρα θέσης;

**Απάντηση**

Τα μέτρα θέσης εκφράζουν την συγκέντρωση των παρατηρήσεων του δείγματος γύρω από έναν αριθμό πάνω στον οριζόντιο άξονα που τον θεωρούμε ως κέντρο των παρατηρήσεων.

8. Τι εκφράζουν τα μέτρα διασποράς;

**Απάντηση**

Τα μέτρα διασποράς ( ή μεταβλητότητας ) εκφράζουν τον βαθμό απόκλισης των παρατηρήσεων από το κέντρο τους.

9. Ποιο είναι το πλεονέκτημα της χρήσης της διαμέσου ως μέτρο θέσης;

**Απάντηση**

Το πλεονέκτημα της διαμέσου ως μέτρο θέσης είναι ότι δεν επηρεάζεται από ακραίες παρατηρήσεις, σε αντίθεση με την μέση τιμή.

10. Χαρακτηρίστε την επόμενη πρόταση ως Αληθή ή Ψευδή. Να δώστε απλό παράδειγμα.

«Εάν δύο δείγματα έχουν ίσες μέσες τιμές και ίσες διαμέσους, τότε παρουσιάζουν και ίδια διασπορά γύρω από την μέση τιμή τους »

**Απάντηση**

Είναι ψευδής.

Παράδειγμα είναι τα εξής δείγματα:

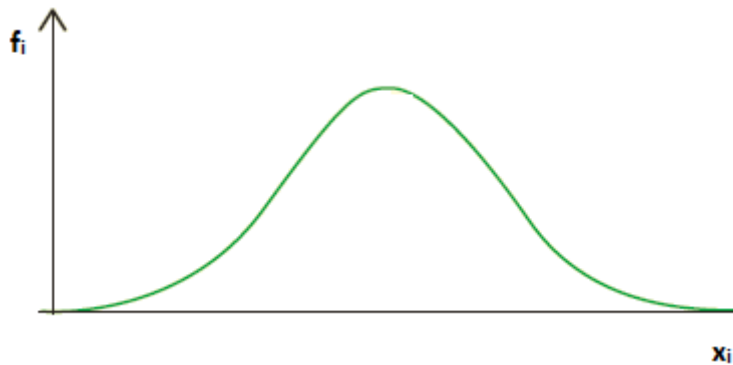
<b>A</b>	1	2	10	18	19
<b>B</b>	8	9	10	11	12

Παρατηρώ ότι λόγω την συμμετρίας των τιμών γύρω από το 10 και τα δύο δείγματα έχουν μέση τιμή και διάμεσο ίσες με 10. Αλλά το δείγμα A παρουσιάζει μικρότερη διασπορά των παρατηρήσεων γύρω από την μέση τιμή.

**11.** Τι ονομάζεται καμπύλη συχνοτήτων;

**Απάντηση**

Καμπύλη συχνοτήτων είναι το σχήμα ομαλής καμπύλης στο οποίο τείνει το πολύγωνο συχνοτήτων ή σχετικών μιας συνεχούς μεταβλητής, όταν ο αριθμός των κλάσεων τείνει στο άπειρο και το πλήθος των κλάσεων τείνει στο μηδέν.



**12.** Που οφείλεται η απώλεια ακρίβειας στον υπολογισμό μιας μέσης τιμής όταν γίνεται ταξινόμηση σε μικρό αριθμό κλάσεων;

**Απάντηση**

Οφείλεται στην αντικατάσταση κάθε τιμής μιας κλάσης από το κέντρο της κλάσης, δηλαδή από την υπόθεση της ομοιόμορφης κατανομής σε κάθε κλάση.

**13.** Πότε χρησιμοποιείται ο συντελεστής μεταβλητότητας  $CV$  για την σύγκριση της μεταβλητότητας ομάδων τιμών του ίδιου μεγέθους; Γιατί;

**Απάντηση**

Ο συντελεστής μεταβλητότητας χρησιμοποιείται όταν οι μονάδες μέτρησης διαφέρουν ή όταν οι μέσες τιμές στην ίδια μονάδα μέτρησης διαφέρουν σημαντικά.

Επειδή ορίζεται ως πηλίκο ομοειδών ποσών  $\frac{\text{τυπική απόκλιση}}{\text{μέση τιμή}}$

δεν εξαρτάται από τις μονάδες μέτρησης και εκφράζει ποσοστό.

**14.** Σε ποιες περιπτώσεις χρησιμοποιείται ο σταθμικός μέσος όρος ;

**Απάντηση**

Χρησιμοποιείται όταν δίνεται διαφορετική βαρύτητα στις τιμές ενός συνόλου δεδομένων.

**15.** Ποιο είναι το μειονέκτημα της χρήσης του εύρους ως μέτρου διασποράς;

**Απάντηση**

Το μειονέκτημα της χρήσης του εύρους ως μέτρου διασποράς είναι ότι η τιμή του βασίζεται μόνο στις δύο ακραίες παρατηρήσεις.

**16.** Γιατί δεν χρησιμοποιείται ως μέτρο διασποράς ο αριθμητικός μέσος των διαφορών της μέσης τιμής του δείγματος από τις παρατηρήσεις του;

**Απάντηση**

Δεν χρησιμοποιείται γιατί, ανεξάρτητα από το δείγμα, ο συγκεκριμένος μέσος έχει σταθερή τιμή ίση με το 0.

( έβαλαν την απόδειξη πρόσφατα σχετικά, είναι στην σελίδα 93, στην ενότητα γ' και μπορεί να την ζητήσουν ως δικαιολόγηση του παραπάνω ισχυρισμού)

**17.** Ποιο είναι το μειονέκτημα της χρήσης της διακύμανσης ως μέτρου διασποράς;

**Απάντηση**

Το μειονέκτημα της χρήσης της διακύμανσης ως μέτρου διασποράς είναι ότι δεν εκφράζεται με τις μονάδες μέτρησης των παρατηρήσεων.

Για παράδειγμα εάν οι παρατηρήσεις εκφράζονται σε  $cm$ , η διακύμανση εκφράζεται σε  $cm^2$

(για αυτό αν το πρόβλημα που θα σα δώσουν έχει μονάδες μέτρησης μην ξεχνάτε όταν υπολογίζετε κάποιο μέτρο να βάζετε δίπλα τις μονάδες.

Π.χ. αν οι παρατηρήσεις εκφράζουν μήκος σε  $cm$ , τότε:

- $\bar{x} \rightarrow cm$
- $\delta \rightarrow cm$
- $R \rightarrow cm$
- $s^2 \rightarrow cm^2$
- $s \rightarrow cm$

- ***CV → ΔΕΝ ΒΑΖΕΤΕ ΤΙΠΟΤΕ ΕΙΝΑΙ ΚΑΘΑΡΟΣ ΑΡΙΘΜΟΣ***

**18.** Προσέξτε **πάρα πολύ** τις ερωτήσεις κατανόησης και των δύο κεφαλαίων του σχολικού βιβλίου, εάν έχετε την παραμικρή απορία με ρωτάτε μέσω viber.

**19.** Στην σελίδα 127 **πολύ μεγάλη προσοχή στην άσκηση 5.**