ΘΕΜΑ 3.

Θα γνωρίζετε τις παρακάτω ασκήσεις , μία από αυτές

θα είναι το 3^{ο} Θέμα.

1^{η} ΑΣΚΗΣΗ

Στο παραπάνω τετράπλευρο είναι

- ΑΒ // ΓΔ
- $ΑΔ = ΒΓ = 3$
- $ΑΚ \perp ΓΔ$ και $ΒΛ \perp ΓΔ$

i. Να αποδείξετε ότι το ΑΒΛΚ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο.

(10 μονάδες)

ii. Να αποδείξετε ότι το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

(15 μονάδες)

Απάντηση

i.

- ΑΒ // ΓΔ (από την υπόθεση)
- ΑΚ//ΒΛ (είναι και οι δύο κάθετες στην ΓΔ από την υπόθεση)
- Άρα το ΑΒΛΚ είναι ορθογώνιο παραλληλόγραμμο γιατί οι απέναντι πλευρές του είναι παράλληλες και $\widehat{K} = 90^o$

ii. Τα τρίγωνα ΑΚΔ και ΒΛΓ είναι ίσα από το κριτήριο ΠΠ σε ορθογώνιο
(ΑΚ=ΒΛ από το ορθογώνιο ΑΒΛΚ , ΑΔ=ΒΓ από την υπόθεση
και $\widehat{K} = \widehat{Λ} = 90^o$)

Άρα και $ΚΔ = ΓΛ$.

Έχω:

$ΓΔ = ΓΛ + ΛΔ = ΚΔ + ΔΛ = ΚΛ = ΑΒ$ (ΑΒ =ΚΛ από το ορθογώνιο ΑΒΛΚ)

Δηλαδή οι ΑΒ και ΓΔ είναι παράλληλες και ίσες.

Επομένως το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

$2^η$ ΑΣΚΗΣΗ

Δίνεται τρίγωνο $ΑΒΓ$ με $ΒΓ = 10$, $ΑΓ = 14, ΑΒ = 6$

i. Να προσδιορίσετε το είδος του τριγώνου ως τις πλευρές και τις γωνίες του και να κάνετε ένα σχήμα που να συμφωνεί με το συμπέρασμά σας.

(10 μονάδες)

ii. Να βρείτε την προβολή της $ΒΓ$ πάνω στην $ΑΒ$.

(10 μονάδες)

iii. Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}$ του τριγώνου $ΑΒΓ$

(5 μονάδες)

Απάντηση

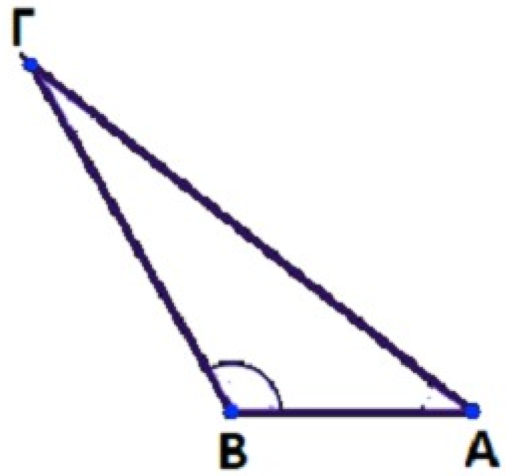
i. Μεγαλύτερη πλευρά στο τρίγωνο είναι η $ΑΓ = 14$

Συγκρίνω το $ΑΓ^2$ με το $ΑΒ^2 + ΒΓ^2$

$$\left.\begin{array}{c} ΑΓ^2 = 14^2 = 196 \\ και \\ ΑΒ^2 + ΒΓ^2 = 6^2 + 10^2 = 36 + 100 = 196 \end{array}\right\} \Rightarrow ΑΓ^2 > ΑΒ^2 + ΒΓ^2$$

Επομένως το τρίγωνο ΑΒΓ είναι αμβλυγώνιο με την $\hat{B}$ αμβλεία και τις $\hat{A}, \hat{\Gamma}$ οξείες. Είναι και σκαληνό γιατί όλες οι πλευρές είναι άνισες.

Σχήμα

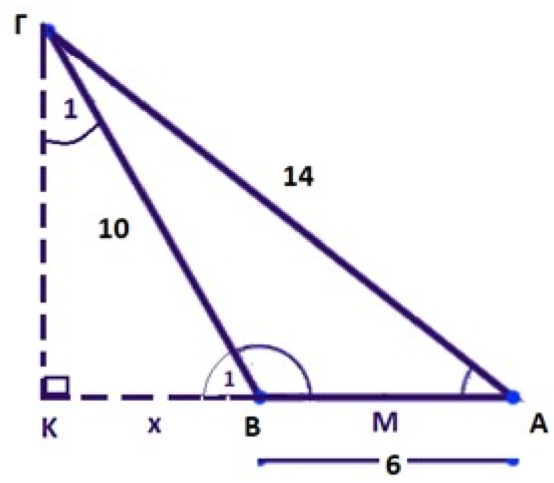


ii.

Έφερα $ΓΚ \perp ΑΒ$.

$ΒΚ = x$ είναι η προβολή της $ΒΓ$ πάνω στην $ΑΒ$.

Θα εφαρμόσω το Θεώρημα αμβλείας γωνίας:



$ΑΓ^2 = ΒΓ^2 + ΒΑ^2 + 2 \cdot ΒΑ \cdot ΒΚ$

Αντικαθιστώ και γίνεται:

$14^2 = 10^2 + 6^2 + 2 \cdot 6 \cdot x \Leftrightarrow$

$196 = 100 + 36 + 12x \Leftrightarrow$

$196 = 136 + 12x \Leftrightarrow$

$12x = 169 - 136 \Leftrightarrow$

$12x = 60 \Leftrightarrow$

$x = \frac{60}{12} = 5$

iii. Στο ορθογώνιο τρίγωνο $ΑΒΚ$ παρατηρώ ότι η κάθετη $ΒΚ$ είναι το μισό της υποτείνουσας $ΒΓ$.

Άρα η γωνία $\widehat{\Gamma_1} = 30^o$ και $\widehat{B_1} = 90^o - 30^o = 60^o$.

Οπότε στο τρίγωνο $ΑΒΓ$ έχω:

$\hat{B} = 180^o - \hat{B}_1 = 180^o - 60^o = 120^o$