

2η εργαστηριακή άσκηση: Πείραμα στρέψης

Σκοπός του πειράματος της στρέψης είναι:

- ο η κατασκευή του διαγράμματος διατμητικής τάσης τ - γωνιακής παραμόρφωσης γ και
- ο προσδιορισμός των μηχανικών ιδιοτήτων (π.χ. μέτρο διάτμησης G , όριο διαρροής τ_y και όριο θραύσης τ_u) του υλικού του δοκιμίου σε στρέψη.

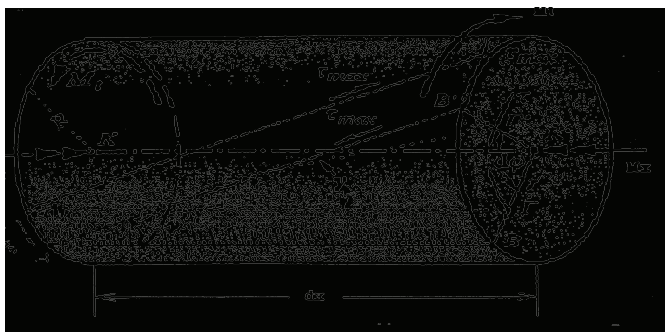
Γενικές έννοιες

Η απλούστερη περίπτωση καταπόνησης σε στρέψη συναντάται όταν σε κυλινδρική ράβδο από ομογενές και ιστροπικό υλικό επενεργεί ζεύγος συνεπίπεδων δυνάμεων, με επίπεδο κάθετο στο διαμήκη άξονα της ράβδου.

Η μελέτη της στρέψης απαιτεί τις παρακάτω παραδοχές:

- Όλες οι διατομές της ράβδου παραμένουν επίπεδες μετά την ανάπτυξη της ροπής στρέψης και μετά την παραμόρφωσή τους διατηρούν το σχήμα, το μέγεθος και τη μεταξύ τους απόσταση. Τελικά, κάθε επίπεδη τομή της ράβδου, κάθετα στον άξονά της, περιστρέφεται σαν απόλυτα στερεός δίσκος, συνεπώς οι ακτίνες παραμένουν ευθείες.
- Το υλικό της ράβδου θεωρείται ομογενές και ισότροπο, οπότε οι ιδιότητες του υλικού είναι ομοιόμορφες σε κάθε σημείο και διεύθυνσή του. Έτσι, οι ακραίες ροπές στρέψης, με δεδομένη τη σταθερή διατομή, έχουν το ίδιο αποτέλεσμα σε κάθε διατομή.

Υπολογισμός διατμητικής τάσης τ και γωνιακής παραμόρφωσης γ



Εστω μονόπακτη κυλινδρική ράβδος, σταθερής κυκλικής διατομής, ακτίνας R και μήκους l , στο ελεύθερο άκρο της οποίας εφαρμόζεται ένα δεξιόστροφο ζεύγος δυνάμεων σε επίπεδο κάθετο στον διαμήκη άξονα συμμετρίας της δοκού όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Θεωρώντας ότι η ράβδος ισορροπεί, στο πακτωμένο άκρο της εμφανίζεται ένα ζεύγος δυνάμεων ίδιου μέτρου και αντίθετης φοράς με αυτό που ασκείται στο ελεύθερο άκρο. Η ροπή

στρέψης παραμένει σταθερή από το σημείο εφαρμογής της μέχρι το σημείο στήριξης της ράβδου, όπως προκύπτει από τη συνθήκη ισορροπίας. Άρα σε μια τυχαία εγκάρσια διατομή της ράβδου η ροπή στρέψης είναι ίδια με την εφαρμοζόμενη.

Μηχανικά μεγέθη στην περιφέρεια της ράβδου

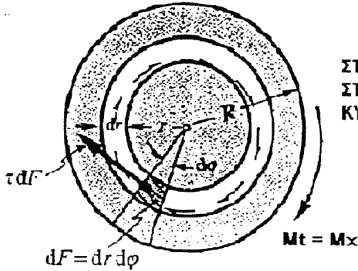
Έστω ένας στοιχειώδης δίσκος της παραπάνω ράβδου πάχους dx ο οποίος περιστρέφεται κατά $d\varphi$, όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Εξετάζοντας την σχετική περιστροφή $d\varphi$ της δεξιάς διατομής ως προς την αριστερή, παρατηρείται ότι η ευθεία AB που βρίσκεται στην περιφέρεια της ράβδου και είναι παράλληλη με τον άξονα x , παίρνει τη θέση AB' παρουσιάζοντας γωνιακή παραμόρφωση γ . Η γωνιακή παραμόρφωση είναι το ανηγμένο μήκος τόξου BB' που διανύει το σημείο B ως προς την απόσταση dx . Συνεπώς, ισχύει ότι

$\gamma = \frac{BB'}{dx} = \frac{R \cdot d\varphi}{dx} = R \cdot \theta$, όπου $\theta = \frac{d\varphi}{dx}$, δηλαδή η γωνία στροφής ανά μονάδα μήκους. Σύμφωνα με τις βασικές

παραδοχές για το υλικό της ράβδου και τη γεωμετρική της μορφή ο λόγος $\frac{d\varphi}{dx}$ παραμένει σταθερός, άρα η

σχέση που αφορά στη γωνία στροφής γίνεται $\theta = \frac{\varphi}{l}$.

Η διατμητική τάση που αναπτύσσεται λόγω στρέψης στην περιφέρεια της ράβδου ισούται με $\tau = \frac{M_t}{W_p}$ όπου M_t η ροπή στρέψης και W_p η πολική ροπή αντίστασης. Για κυκλική διατομή ισχύει ότι $W_p = \frac{I_p}{R}$ όπου I_p είναι η πολική ροπή αδράνειας που σε αυτή την περίπτωση ισούται με $I_p = \frac{\pi \cdot D^4}{32} = \frac{\pi \cdot R^4}{2}$. Τελικά, για τη διατμητική τάση, λόγω στρέψης σε κυκλική διατομή ισχύει η σχέση $\tau = \frac{2 \cdot M_t}{\pi \cdot R^3}$.

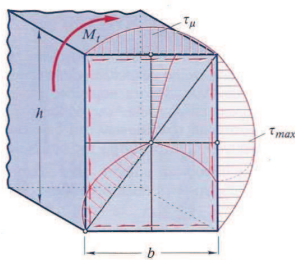


ΣΤΡΕΨΗ ΣΕ ΣΤΟΙΧΕΙΩΔΗ ΡΑΒΔΟ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Μηχανικά μεγέθη στο εσωτερικό της ράβδου

Η διατμητική τάση τ που προκαλείται από στρεπτική ροή M_t σε κυκλική περιφέρεια που βρίσκεται σε ακτίνα $r < R$ είναι ίση με $\tau = \frac{M_t \cdot r}{I_p}$. Αντίστοιχα, η γωνιακή παραμόρφωση για τυχαία γωνία στροφής φ , σε ακτίνα r ισχύει ότι $\gamma = r \cdot \frac{d\varphi}{dx} = r \cdot \theta$.

Μηχανικά μεγέθη σε ράβδο ορθογωνικής διατομής



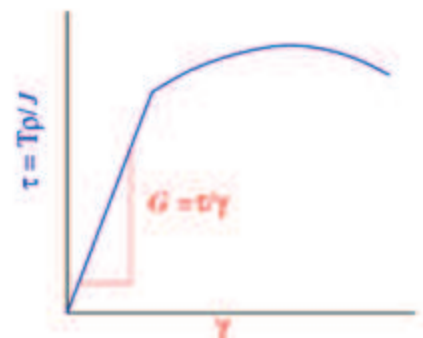
Σε μια ορθογωνική διατομή φαίνεται ότι η διατμητική τάση είναι μηδενική στις κορυφές και εμφανίζει μέγιστη τιμή επάνω στις διαμέσους των πλευρών. Μάλιστα, η μέγιστη τιμή της διατμητικής τάσης εμφανίζεται στο μέσον της μεγάλης πλευράς της ορθογωνικής διατομής και αν οι πλευρές της διατομής έχουν μήκος b και h αντίστοιχα, με $h > b$ τότε η μέγιστη τιμή της διατμητικής τάση είναι ίση με $\tau_{max} = \frac{M_t}{\alpha \cdot b^2 \cdot h}$.

Η τιμή της μέγιστης διατμητικής τάσης στην άλλη πλευρά είναι ίση με $\tau_{bmax} = \frac{h}{b} \cdot \tau_{max}$, ενώ η ανηγμένη γωνία στροφής είναι ίση με $\theta = \frac{\varphi}{l} = \frac{M_t}{\beta \cdot G \cdot b^3 \cdot h}$. Τα μεγέθη α και β είναι συντελεστές που δίνονται από τον παρακάτω πίνακα.

$\frac{h}{b}$	1	1.5	1.75	2	2.5	3	4	6	8	10	∞
α	0.208	0.231	0.239	0.246	0.258	0.267	0.282	0.299	0.307	0.313	0.333
β	0.141	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263	0.281	0.299	0.307	0.313	0.333

Διάγραμμα διατμητικής τάσης - γωνιακής παραμόρφωσης

Το διάγραμμα $\tau - \gamma$ που περιγράφει την συμπεριφορά των περισσότερων μετάλλων έχει ένα αρχικό ευθύγραμμο τμήμα με μεγάλη κλίση ως προς τον οριζόντιο άξονα της γωνιακής παραμόρφωσης που αντιστοιχεί στην περιοχή ελαστικής καταπόνησης της ράβδου. Σε αυτή την περιοχή η γωνιακή παραμόρφωση συνδέεται με τη διατμητική τάση μέσω της σχέσης $\tau = G \cdot \gamma = G \cdot r \cdot \theta$. Το μέτρο ολίσθησης ή διάτμησης G έχει μονάδες τάσης (π.χ. $\frac{N}{mm^2}$) και συνδέεται με το μέτρο ελαστικότητας E μέσω του λόγου Poisson ν , σύμφωνα με τη σχέση



$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)}$. Η ποσότητα $G \cdot I_p$ ονομάζεται μέτρο δυσκαμψίας σε στρέψη.

Συνήθως, η ράβδος που καταπονείται σε στρέψη παρουσιάζει μεγάλη δυσκαμψία στην ελαστική περιοχή, παραμορφώνεται δηλαδή πολύ λίγο καθώς η στρεπτική ροπή αυξάνει γρήγορα. Έτσι, για την κατασκευή του διαγράμματος στην περιοχή αυτή είναι απαραίτητη η λήψη μετρήσεων ανά μικρά διαστήματα γωνίας στροφής κατά τη διάρκεια της δοκιμής στρέψης, ώστε να καταστεί δυνατή η χάραξη του αρχικού αυτού ευθυγράμμου τμήματος του διαγράμματος.

Στη συνέχεια, το υλικό της ράβδου εισέρχεται στην πλαστική περιοχή ξεκινώντας από την περίμετρο και φτάνοντας στο κέντρο. Αυτό συμβαίνει γιατί η διατμητική τάση έχει μεγαλύτερη τιμή στην περιφέρεια της ράβδου, αφού ισχύει η σχέση $\tau = G \cdot r \cdot \theta$. Τελικά, το διάγραμμα αλλάζει κλίση, εξακολουθώντας να παραμένει ευθύγραμμο, μέχρις ότου το σύνολο του υλικού της ράβδου εισέλθει στην πλαστική περιοχή. Το τμήμα αυτό του διαγράμματος είναι μικρό και δύσκολα διακρίνεται στη χάραξη. Από εκεί και έπειτα το διάγραμμα καμπυλώνεται πολύ ομαλά, τείνοντας λίγο πριν τη θραύση να γίνει ευθεία παράλληλη προς τον άξονα της γωνιακής παραμόρφωσης.

Αστοχία κατά τη στρέψη

Όσον αφορά στην αστοχία κατά την εφαρμογή στρεπτικής ροπής, μπορούν να διακριθούν οι παρακάτω περιπτώσεις.

Ράβδος από ψαθυρό υλικό: Τα υλικά αυτά έχουν μικρότερη αντοχή σε εφελκυσμό παρά σε θλίψη. Σε αυτή την περίπτωση η θραύση πραγματοποιείται υπό κάποια γωνία ως προς τον άξονα της ράβδου με συνέπεια η θραύση να έχει μορφή ελικοειδή.

Ράβδος από όλκιμο υλικό: Η θραύση επέρχεται όταν οι διατμητικές τάσεις πάρουν την τιμή του ορίου διαρροής σε διάτμηση. Επομένως, η θραύση γίνεται κατά τα επίπεδα των μέγιστων διατμητικών τάσεων, συνήθως κάθετα ως προς τον επιμήκη άξονα της ράβδου.

Ράβδος από ανισοτροπο υλικό: Αν το υλικό της ράβδου έχει διαφορετική αντοχή κατά τη διαμήκη ή την εγκάρσια διεύθυνση, η θραύση πραγματοποιείται κατά τη διεύθυνση της ελάχιστης διατμητικής αντοχής (π.χ. σε ξύλινη ράβδος με άξονα παράλληλο προς τις ίνες του ξύλου, οι ρωγμές παρατηρούνται κατά τη διεύθυνση των ινών στην οποία το ξύλο αντιστέκεται λιγότερο σε διάτμηση).

Ράβδος ορθογωνικής διατομής: Σε αυτή την περίπτωση, οι εγκάρσιες διατομές δεν παραμένουν επίπεδες, αλλά στρεβλώνονται. Το μέγεθος της γωνιακής παραμόρφωσης μεταβάλλεται από την τιμή μηδέν, στις ακμές, μέχρι μια μέγιστη τιμή, στο μέσο της πλευράς και το ίδιο συμβαίνει και με τη διατμητική τάση που στο σύνορο πρέπει να είναι εφαπτομένη του περιγράμματος και επομένως δεν θα είναι κάθετη στην αντίστοιχη επιβατική ακτίνα (η θεωρία που αναπτύχθηκε για ράβδους κυκλικής διατομής δεν ισχύει στην προκειμένη περίπτωση).

Πείραμα στρέψης

Οι δοκιμές στρέψης πραγματοποιούνται με κατάλληλες μηχανές οι οποίες επιβάλλουν στρεπτική ροπή στα άκρα των δοκιμίων. Γενικά, κατά το πείραμα της στρέψης μετράται η στρεπτική ροπή M_t και η αντίστοιχη γωνία στροφής φ , σε αυθαίρετα επιλεγμένες χρονικές στιγμές μέχρι τη θραύση το δοκιμίου.

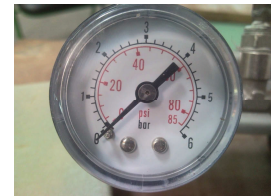
Διαδικασία διεξαγωγής του πειράματος

- Μετριοούνται και καταγράφονται τα γεωμετρικά στοιχεία του δοκιμίου τετραγωνικής διατομής, δηλαδή το αρχικό ενεργό μήκος L_a του δοκιμίου και οι διαστάσεις της διατομής του a .

- ο Το δοκίμιο στηρίζεται κατάλληλα στη μηχανή στρέψης που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



- ο Στο ένα άκρο του δοκιμίου υπάρχει προσαρμοσμένο μοιρογνωμόνιο που μετρά τη γωνία στρέψης ενώ το άλλο άκρο του στρέφεται.



- ο Με την εκκίνηση φόρτισης του μοχλού της πνευματικής αντλίας - μέσω της ανεπίστροφης βαλβίδας που επιτρέπει τις επαναλαμβανόμενες φορτίσεις - η ασκούμενη πίεση προκαλεί την ευθύγραμμη κίνηση του οδοντωτού κανόνα, ο οποίος είναι προσαρμοσμένος στο άκρο του εμβόλου. Η κίνηση του μεταδίδεται στο συνεργαζόμενο οδοντωτό τροχό στον οποίο είναι προσαρμοσμένο μέσω σφικτήρα τοασκείται υδραυλικά στρεπτική ροπή στο ένα άκρο του δοκιμίου και καταγράφεται η τιμή της δύναμης που οδήγησε στη ροπή και της γωνίας στρέψης.

Επεξεργασία μετρήσεων

1. Υπολογισμός του αρχικού εμβαδού και της ροπής αδράνειας της διατομής του δοκιμίου
2. Υπολογισμός της ασκούμενης στρεπτικής ροπής
3. Υπολογισμός της αναπτυσσόμενης διατμητικής τάσης και της γωνιακής παραμόρφωσης στην εξωτερική επιφάνεια του δοκιμίου
4. Τοποθέτηση του σημείου σε διάγραμμα τ-γ
5. Εάν θεωρηθεί ότι το δοκίμιο βρίσκεται ακόμα στη ελαστική περιοχή να υπολογιστεί μια τιμή του μέτρου διάτμησης του υλικού του δοκιμίου.