

ΕΡΧΑΣΑΝ

ΣΤΟΝ

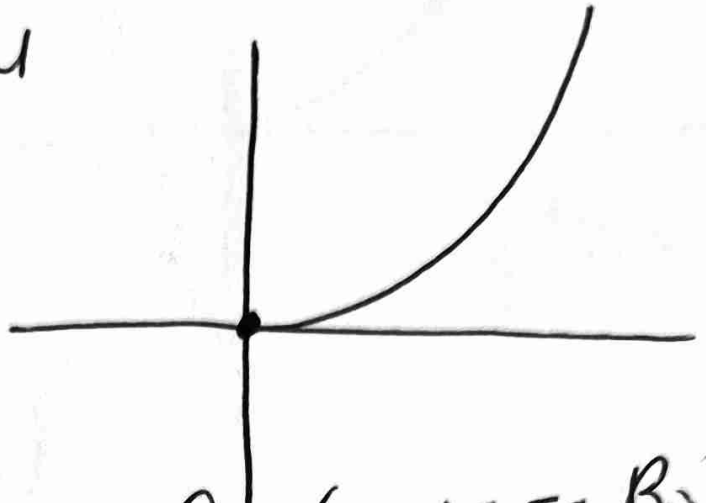
ΡΟΘΡΟ

Μετα Βούλνς

9/12/25

Εστω υλικό σχήμα M π.χ αα
περριγέει κινάται κατά μικρό τμή
 $y = x^2, x > 0$.

Ο αριθμός μεταβολών
τμή τεττηριανών
ελαττωμένων
κατά 1.



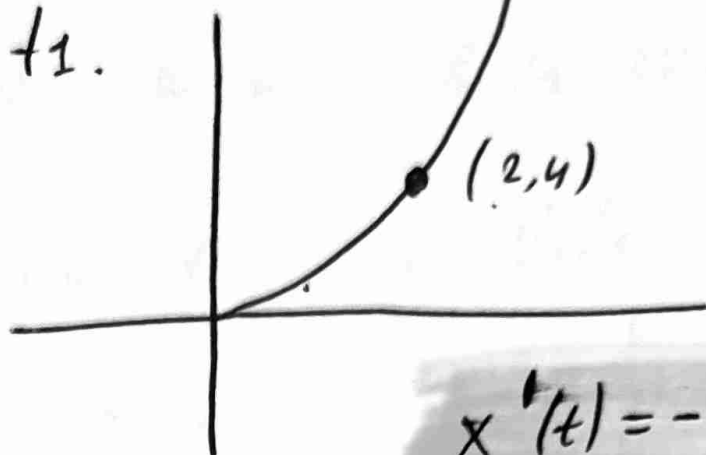
Να βρεθεί ο αριθμός μεταβολών
τμή χρονική στιγμή t_1 κατά
τμή οποία το M διέρχεται
από τη θέση $A(2, 4)$.

1. Την τεταγμένη του Μ.

Τη χρονική στιγμή t_1 .

$$x(t_1) = 2$$

$$y(t_1) = 4$$



$$x'(t) = -1$$

Ψάχνω το $y'(t_1)$

$$y = x^2$$

$$y(t) = x^2(t)$$

$$y'(t) = 2x(t) x'(t)$$

$$t = t_1$$

$$y'(t_1) = 2x(t_1) x'(t_1)$$

$$y'(t_1) = 2 \cdot 2 \cdot (-1)$$

$$y'(t_1) = -4$$

2. Του εμβαδού του φθίνοντος.

ΟΚΑΛ όπου K η προβολή του

Α στον $y'y$ και Λ η προβολή

του Α στον $x'x$

$$E = xy$$

$$E(t) = x(t)y(t)$$

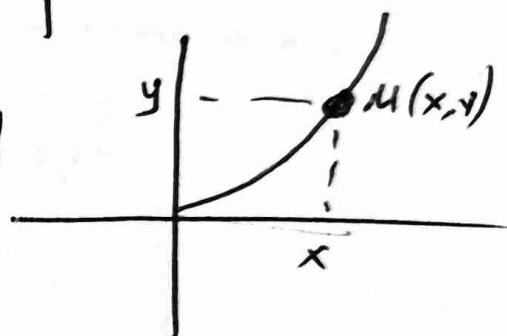
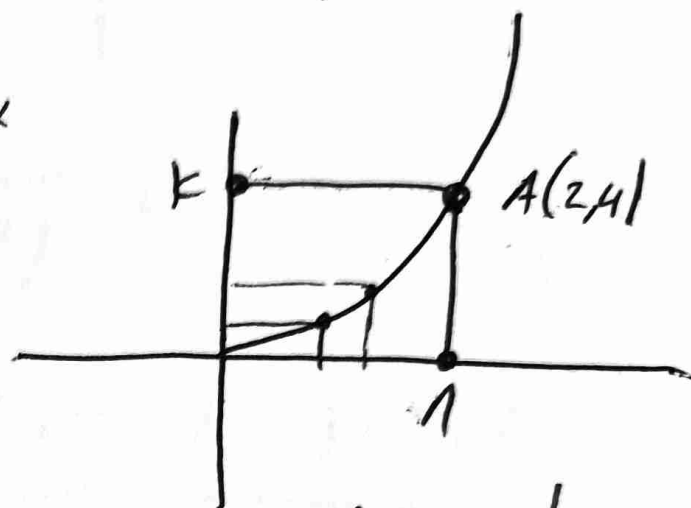
$$E'(t) = x'(t)y(t) + x(t)y'(t)$$

$$t = t_1$$

$$E'(t_1) = x'(t_1)y(t_1) + x(t_1)y'(t_1)$$

$$E'(t_1) = -1 \cdot 4 + 2(-4)$$

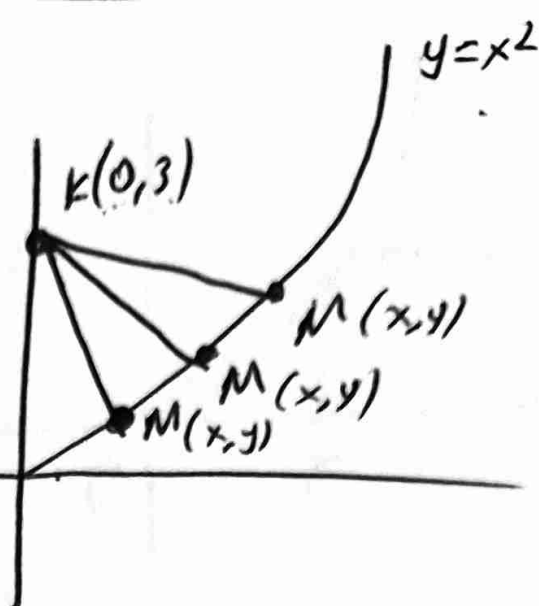
$$E'(t_1) = -12$$



3. Task: find the minimum distance

$$d(M, K) = \sqrt{(x-0)^2 + (y-3)^2}$$

$$d = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}$$



$$d(t) = \sqrt{x^2(t) + (y(t)-3)^2}$$

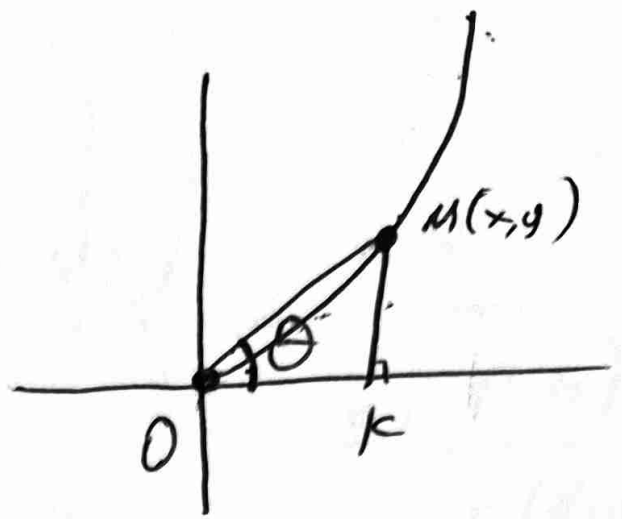
$$d'(t) = \frac{2x(t)x'(t) + 2(y(t)-3)y'(t)}{2\sqrt{x^2(t) + (y(t)-3)^2}}$$

$$\underline{t = t_1}$$

$$d'(t_1) = \frac{x(t_1)x'(t_1) + (y(t_1)-3)y'(t_1)}{\sqrt{x^2(t_1) + (y(t_1)-3)^2}}$$

$$d'(t_1) = \frac{2 \cdot (-1) + (4-3)(-4)}{\sqrt{4+1}} = \frac{-2-4}{\sqrt{5}} = \frac{-6}{\sqrt{5}}$$

4. Τις γνωστές μορφές
 των K η προβολών
 των x', x .



$$\varepsilon \varphi \theta = \frac{y}{x}$$

$$\varepsilon \varphi \theta(t) = \frac{y(t)}{x(t)}$$

$$\frac{1}{\sigma \omega^2 \theta(t)} \theta'(t) = \frac{y'(t) x(t) - y(t) x'(t)}{x^2(t)}$$

$$\theta'(t) = \frac{y'(t) x(t) - y(t) x'(t)}{x^2(t)} \cdot \sigma \omega^2 \theta(t)$$

$$\theta'(t) = \frac{y'(t) \cdot x(t) - y(t) x'(t)}{x^2(t)} \cdot \frac{1}{1 + \varepsilon \varphi^2 \theta(t)}$$

$$\theta'(t) = \frac{y'(t) x(t) - y(t) x'(t)}{x^2(t)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{y^2(t)}{x^2(t)}}$$

$$\underline{t = t_1}$$

$$\Theta'(t_1) = \frac{y'(t_1)x(t_1) - y(t_1)x'(t_1)}{x^2(t_1)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{y^2(t_1)}{x^2(t_1)}}$$

$$\Theta'(t_1) = \frac{-4 \cdot 2 - 4(-1)}{2^2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{16}{4}}$$

$$\Theta'(t_1) = \frac{-4}{4} \cdot \frac{1}{1+4} = -1 \cdot \frac{1}{5}$$

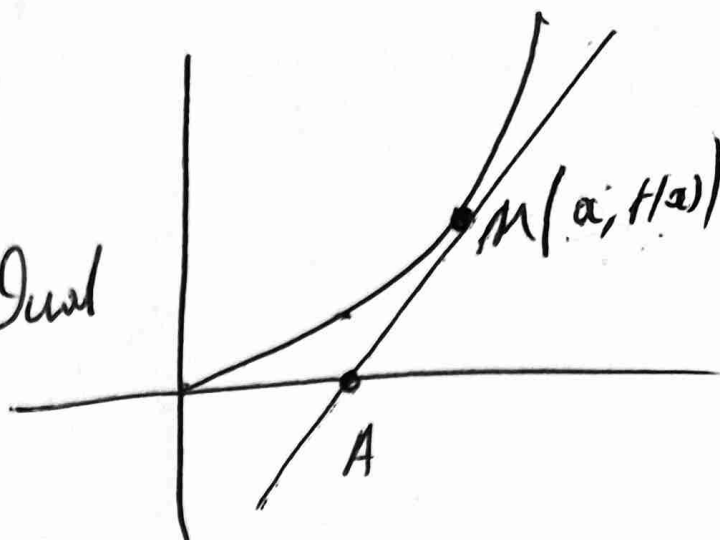
$$\Theta'(t_1) = -\frac{1}{5}$$

5. Τη τετρήκων

των σημείων τούτων

την εφαπτομένη ευθεία

στο M .



$$\varepsilon \circledast y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

Σημειώστε με $x'x$

για $y=0$

$$0 - f(a) = f'(a)(x - a)$$

$$-a^2 = 2a(x - a)$$

$$-a = 2(x - a)$$

$$-a = 2x - 2a$$

$$2x = a \Rightarrow$$

$$x = \frac{a}{2}$$



Η τετρήκων
με τον $x'x$,

$$\underline{\underline{f(x) = x^2}}$$

$$x(t) = \frac{\alpha(t)}{2}$$

$$x'(t) = \frac{1}{2} \alpha'(t)$$

$$\underline{t=t_1}$$

$$x'(t_1) = \frac{1}{2} \alpha'(t_1)$$

→ $x'(t_1)$
найд.

$$x'(t_1) = \frac{1}{2} (-1)$$

$$x'(t_1) = -\frac{1}{2}$$

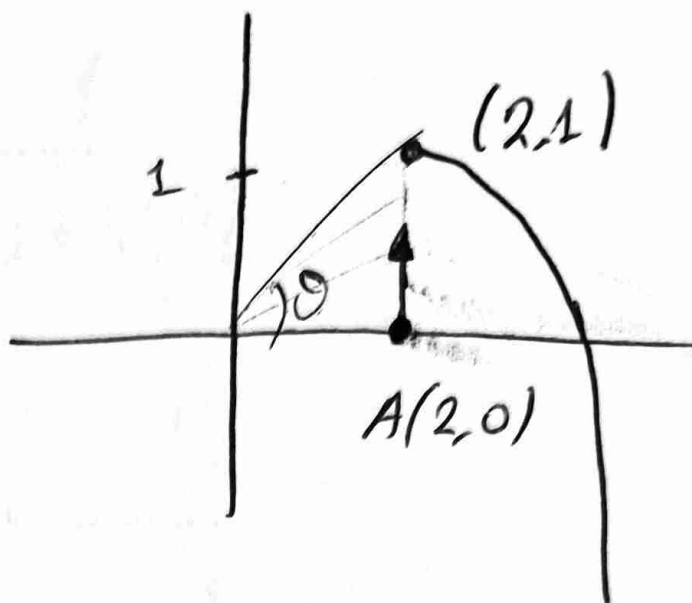
$$f(x) = \begin{cases} 5-2x, & 0 \leq x < 2 \\ -x^2+4x-3, & x \geq 2 \end{cases}$$

Κινητό σημείο Μ ξεκινά από το Α(3,0) και κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με σταθερή ταχύτητα $v=0,5 \text{ m/sec}$.
 Βρί τον ρυθμό μεταβολής τη γωνίας $\hat{AOM}$ τη χρονική στιγμή που το Μ θα είναι στα
 τμή $f(x)$

Εστω t_1 η χρονική στιγμή που
το M διασχίζει
από το B(2,1)

$$x(t_1) = 2$$

$$y(t_1) = 1$$



$$\varepsilon \varphi \theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{2} y$$

$$\varepsilon \varphi \theta(t) = \frac{1}{2} y(t)$$

$$\frac{1}{\sigma \omega^2 \theta(t)} \theta'(t) = \frac{1}{2} y'(t)$$

$$\theta'(t) = \frac{1}{2} y'(t) \sigma \omega^2 \theta(t)$$

$$\theta'(t) = \frac{1}{2} y'(t) \frac{1}{1 + \varepsilon \varphi^2 \theta(t)}$$

$$\theta'(t) = \frac{1}{2} y'(t) \cdot \frac{1}{1 + \frac{y^2(t)}{4}}$$

Μπορούμε

$$f(x) = -x^2 + 4x - 3$$

$$f'(x) = -2x + 4$$

x	2
t'	+
t	-

$$\underline{t = t_1}$$

$$\theta'(t_1) = \frac{1}{2} y'(t_1) \cdot \frac{1}{1 + \frac{y^2(t_1)}{4}}$$

$$\theta'(t_1) = \frac{1}{2} y'(t_1) \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{4}}$$

$$\theta'(t_1) = \frac{1}{2} y'(t_1) \cdot \frac{4}{5}$$

$$\theta'(t_1) = y'(t_1) \cdot \frac{2}{5}$$

$$\theta'(t_1) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{5}$$

$$\theta'(t_1) = \frac{1}{5}$$

$$f(x) = \frac{3x^4}{4} + x^3 + \frac{x^2}{2} + x$$

Έστω E το εμβαδόν του $\triangle OAB$ όπου
 $O(0,0)$ $A(x,0)$ $B(x, f(x))$ $x > 0$

Αν το x μεταβάλλεται με ρυθμό 2 cm/sec .

Βρ. τον ρυθμό μεταβολής του εμβαδού

Εάν $x=2$.

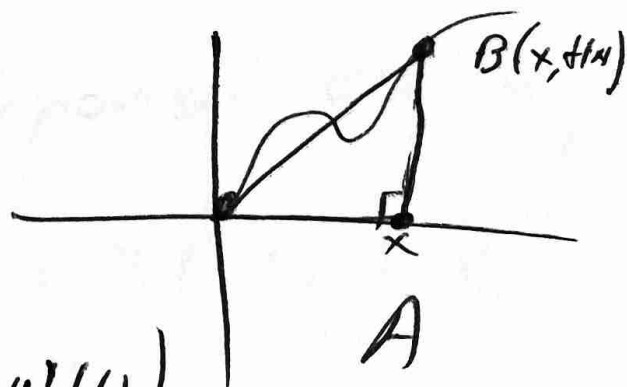
$$x'(t) = 2$$

$$E = \frac{B \cdot U}{2} \Rightarrow E =$$

$$E = \frac{x \cdot y}{2}$$

$$E(t) = \frac{1}{2} x(t) y(t)$$

$$E'(t) = \frac{1}{2} (x'(t) y(t) + x(t) y'(t))$$



$$\underline{t = t_1}$$

$$E'(t_1) = \frac{1}{2} (x'(t_1) y(t_1) + x(t_1) y'(t_1))$$

$$E'(t_1) = \frac{1}{2} (2 \cdot 24 + 2 \cdot 76)$$

$$E'(t_2) = 24 + 76$$

$$E'(t_1) = 100$$

$$y = \frac{3}{4} x^4 + x^3 + \frac{x^2}{2} + x$$

$$y(2) = 12 + 8 + 2 + 2 = 24$$

$\in \sigma_{TW}$ t_1 η χρονική στιγμή

$$\text{π.π. } x = 2 \Rightarrow \underline{\underline{x(t_1) = 2}}$$

$$y(t_1) = 24$$

$$y(t) = \frac{3}{4} x^4(t) + x^3(t) + \frac{1}{2} x^2(t) + x(t)$$

$$y'(t) = \frac{3}{4} \cancel{4} x^3(t) x'(t) + 3x^2(t) x'(t) + \frac{1}{2} 2x(t) x'(t) + x'(t)$$

$$y'(t_1) = 24 \cdot 2 + 3 \cdot 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2$$

$$y'(t_1) = 48 + 24 + 4$$

$$y'(t_1) = 76$$

$$f(x) = \begin{cases} e^x \ln x, & x < 0 \\ \sqrt{x^2 + x}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Ένα κινητό σημείο M ξεκινά από την αρχή των αξόνων και κινείται κατά την $f(x)$, $x \geq 0$ ώστε ο ρυθμός μεταβολής $x'(t)$ να είναι θετικός. Να ελεγχθεί αν υπάρχει χρονική στιγμή το οποίο ο ρυθμός μεταβολής της τεταγμένης να είναι ίσος με το ρυθμό μεταβολής της τετμημένης.

$$f(x) = \sqrt{x^2 + x}, \quad x \geq 0$$

$$\underline{\underline{x'(t) > 0}}$$

$$y = \sqrt{x^2 + x}$$

Answer $y'(t) = x'(t)$

$$\frac{2x(t)x'(t) + x'(t)}{2\sqrt{x^2(t) + x(t)}} = \cancel{x'(t)}$$

$$\frac{2x(t) + 1}{2\sqrt{x^2(t) + x(t)}} = 1$$

$$2x(t) + 1 = 2\sqrt{x^2(t) + x(t)}$$

$$(2x + 1)^2 = 4(x^2 + x)$$

$$\cancel{4x^2} + \cancel{4x} + 1 = \cancel{4x^2} + \cancel{4x}$$

$$1 = 0 \quad \text{Далее!}$$

Ара бу умарху тсого сыпав,