Επανάληψη

για το Τεστ

15/10/26

1. Αλγεβρικές παραστάσεις

$$(2x-1)^2 - (3x-2)(x+2) - (2x-1)(2x+1) =$$

$$= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 - (3x^2+6x-2x-4) - ((2x)^2 - 1^2)$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - (3x^2+4x-4) - (4x^2-1)$$

$$= 4x^2 - 4x + 1 - 3x^2 - 4x + 4 - 4x^2 - 1$$

$$= -3x^2 - 8x$$

Σημείωση

$$(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$$

$$(\alpha-\beta)(\alpha+\beta) = \alpha^2 - \beta^2$$

2. Action parazoncatenicul

$$\frac{x^3-1}{x^2-4} : \frac{(x^2-2x+1)(x^2+x)}{x^3-2x^2-x+2}$$

$$= \frac{x^3-1^3}{x^2-2^2} : \frac{(x-1)^2 \, x(x+1)}{x^2(x-2)-(x-2)} =$$

$$= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-2)(x+2)} : \frac{(x-1)^2 \times (x+1)}{(x-2)(x^2-1)}$$

$$= \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x-2)(x-1)(x+1)}{(x-1)^2 \cdot x(x+1)}$$

$$= \frac{x^2+x+1}{(x+2)x}$$

3. Δοκιμαστικό διαγώνισμα

α) Νδο $2(x^2+9) \geq (x+3)^2$

$2(x^2+9) \geq x^2+6x+9$

$2x^2+18 \geq x^2+6x+9$

$2x^2-x^2-6x+18-9 \geq 0$

$x^2-6x+9 \geq 0$

$(x-3)^2 \geq 0.$

Β) Νδο $x^2+4x+5 > 0$

$x^2+4x+4+1 > 0$

$(x+2)^2+1 > 0$ που ισχύει

γ) Νδο $3x^2 + 4x + 4 > 0$

$$2x^2 + x^2 + 4x + 4 > 0$$

$$2x^2 + (x+2)^2 > 0$$ ✓

δ) Αν $\alpha < \beta$ νδο $a^3 - \beta^3 \leq a\beta^2 - a^2\beta$

$$a^3 - \beta^3 - a\beta^2 + a^2\beta \leq 0$$

$$a(a^2 - \beta^2) + \beta(-\beta^2 + a^2) \leq 0$$

$$a(a^2 - \beta^2) + \beta(a^2 - \beta^2) \leq 0$$

$$(a^2 - \beta^2)(a + \beta) \leq 0$$

$$(a-\beta)(a+\beta)(a+\beta) \leq 0$$

$$(a-\beta)(a+\beta)^2 \leq 0$$ ✓

(−) (+)

• $\alpha < \beta$

$\alpha - \beta < 0$

4. Βρείτε τα $x, y \in \mathbb{R}$ ώστε

$$2x^2+1+2xy-2x+y^2=0.$$

$$x^2+x^2+1+2xy-2x+y^2=0$$

$$x^2+2xy+y^2+x^2-2x+1=0$$

$$(x+y)^2+(x-1)^2=0.$$

$x+y=0$ και $x-1=0$

$x=1$

$1+y=0$

$y=-1$

5. $\in$ στω $1 \le x \le 2$

- $2 - 4x$

- $1 \le x \le 2 \Rightarrow -4 \ge -4x \ge -8$

$2 - 4 \ge 2 - 4x \ge 2 - 8$

$$-2 \ge 2 - 4x \ge -6$$

- $x^2 - \frac{2}{x}$

- $1 \le x \le 2 \Rightarrow 1 \le x^2 \le 4$ (+)

- $1 \le x \le 2 \Rightarrow 1 \ge \frac{1}{x} \ge \frac{1}{2} \Rightarrow -2 \le -\frac{2}{x} \le -1$

$$-1 \le x^2 - \frac{2}{x} \le 3$$

- $x^3 - 2x$

$\rightarrow 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow 1 \leq x^3 \leq 8 \Rightarrow 8 \geq x^3 \geq 1$

$\rightarrow 1 \leq x \leq 2 \Rightarrow -2 \geq -2x \geq -4$

$\oplus$

$$6 \geq x^3 - 2x \geq -3$$

Σημείωση

Έστω $1<x<2 \Rightarrow 1^2<x^2<2^2$

Αν ήταν $-2<x<-1 \Rightarrow 4>x^2>1$

Όταν σκέφτομαι στο τετράγωνο αρνητικά αναιρούνται αλλαγή φορά.

Έστω $1<x<2 \Rightarrow -5>-5x>-10$

Όταν πολ/ζω με αρνητικό αριθμό αλλαγή η φορά.

Έστω $2<x<3$ τότε $\frac{1}{2}>\frac{1}{x}>\frac{1}{3}$

Όταν αντιστρέφω αλλαγή φορά.

6. Έστω $1<x<2$ και $2<y<3$

- $2x-3y$

$\rightarrow 1<x<2 \Rightarrow 2<2x<4 \Rightarrow 4>2x>2$

$\rightarrow 2<y<3 \Rightarrow -6>-3y>-9$ $\Big\rfloor \oplus$

$$-2>2x-3y>-7$$

- $\frac{x}{y}-xy$

$\rightarrow 1<x<2 \Rightarrow 2>x>1$

$\rightarrow 2<y<3 \Rightarrow \frac{1}{2}>\frac{1}{y}>\frac{1}{3}$ $\Big\} \odot$

$$1>\frac{x}{y}>\frac{1}{3} \quad \oplus$$

$\rightarrow 1<x<2$

$\rightarrow 2<y<3$ $\Big\} \odot$ $2<xy<6 \Rightarrow -2>-xy>-6$

$$-1>\frac{x}{y}-xy>\frac{1}{3}-6.$$

- $[x+1]^2 - [x+y]^2$

$\rightarrow$ $1 < x < 2 \Rightarrow 2 < x+1 < 3$

$4 < (x+1)^2 < 9$

$\rightarrow$ $1 < x < 2$ } $\oplus$ $3 < x+y < 5$

$2 < y < 3$ } $\oplus$ $9 < (x+y)^2 < 25$

$-9 > -(x+y)^2 > -25$

$-25 < -(x+y)^2 < -9$

$-21 < (x+1)^2 - (x+y)^2 < 0$