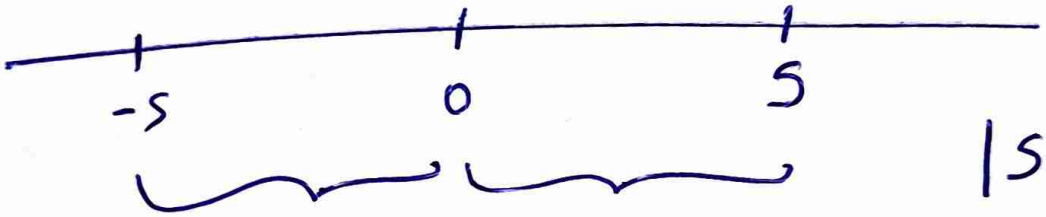
Απόλυτη Τιμή

Απόλυτη τιμή είναι η απόσταση που έχει ένας αριθμός από το μηδέν.



$|5| = 5$

$|-5| = 5$ 5 βήματα 5 βήματα

Ιδιότητες

1. $|x| \geq 0$
2. $|\overset{\oplus}{x}| = x \quad , x \geq 0$
3. $|\overset{\ominus}{x}| = -x \quad , x < 0$
4. $|-x| = |x|$
5. $|x| \geq x$
6. $|x| \geq -x$
7. $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$ Εχει αποδειξη!
8. $\left|\frac{\alpha}{\beta}\right| = \frac{|\alpha|}{|\beta|}$
9. $|\alpha+\beta| \leq |\alpha| + |\beta|$ Εχει αποδειξη,
10. $|x|^2 = x^2 = |x^2|$

Supersos idiotes

1. $|x| = \theta \iff x = \theta$ i $x = -\theta$

2. $|x| = |y| \iff x = y$ i $x = -y$

3. $|x| \leq \theta \iff -\theta \leq x \leq \theta$

4. $|x| \geq \theta \implies x \leq -\theta$ i $x \geq \theta$

Σύνοψη Ασκήσεων

1. $|\sqrt{5}-2|+|\sqrt{5}-3|=$

$= \sqrt{5}-2+(-\sqrt{5}+3)=$

$= \sqrt{5}-2-\sqrt{5}+3 = 1.$

2. $|x^2-2x+1|-|-x^2-1|=$

$= |(x-1)^2|-|-x^2-1|=$

$= (x-1)^2-(x^2+1)=$

$= x^2-2x+1-x^2-1 = -2x$

3. $\underline{\left| \overset{(+)}{|x|} - x \right| - \left| \overset{(+)}{|x|} + x \right|} =$

- $|x| \geq x \Rightarrow |x| - x \geq 0$
- $|x| \geq -x \Rightarrow |x| + x \geq 0$

$= |x| - x - (|x| + x) =$

$= \cancel{|x|} - x - \cancel{|x|} - x =$

$= -2x$

4. $\underline{|x-2| - |2-x|} =$

$= |x-2| - |x-2| =$

$= 0$

Λόγω της ιδιότητας

$|-x| = |x|$

5. $\in$ στω $\quad 2 < x < 3$

- $A = |x-2| + |x-3|$ $\quad (*)$

  - $2 < x < 3 \Rightarrow 2-2 < x-2 < 3-2$

    $0 < x-2 < 1$

  - $2 < x < 3 \Rightarrow 2-3 < x-3 < 3-3$

    $-1 < x-3 < 0$

$(*) \quad x-2-x+3 = 1.$

- $B = |1-|x-2|| = |1-(x-2)| \overset{(*)}{=}$

  - $2 < x < 3 \Rightarrow 2-2 < x-2 < 3-2$

    $0 < x-2 < 1$

$\overset{(*)}{=} |1-x+2| = |3-x| = 3-x$

$2 < x < 3 \Rightarrow -2 > -x > -3$

$1 > 3-x > 0$

- $\Gamma = |x-1| - |x-4|$ (*)

- $2 < x < 3 \Rightarrow 2-1 < x-1 < 3-1$

$1 < x-1 < 2$

- $2 < x < 3 \Rightarrow 2-4 < x-4 < 3-4$

$-2 < x-4 < -1$

(*) $x-1-(-x+4) = x-1+x-4 =$

$= 2x-5.$

6. Av $\alpha < 2 < B$

$$A = \underset{(-)}{|2\alpha - 5|} + \underset{(-)}{|3\alpha - B - 4|}, \quad (*)$$

- $\alpha < 2 \Rightarrow 2\alpha < 4 \Rightarrow 2\alpha - 5 < 4 - 5$

  $2\alpha - 5 < -1$

- $\alpha < 2 \Rightarrow \boxed{3\alpha < 6}$

  $B > 2 \Rightarrow -B < -2 \Rightarrow -B - 4 < -2 - 4$

  $\boxed{-B - 4 < -6}$ (+)

$3\alpha - B - 4 < 6 - 6$

$3\alpha - B - 4 < 0$

(*) $-2\alpha + 5 - 3\alpha + B + 4 =$

$= -5\alpha + B + 9.$

7. $A = |x+2| - 3x + 1$

→ Av $x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2$ Tote

$A = |x+2| - 3x + 1 \quad (+) \quad = x + 2 - 3x + 1$

$$\boxed{A = -2x + 3}$$

→ Av $x+2 < 0 \Rightarrow x < -2$ Tote

$A = |x+2| - 3x + 1 \quad (-) \quad = -x - 2 - 3x + 1$

$$\boxed{A = -4x - 1}$$

$$A = \begin{cases} -4x-1, & x < -2 \\ -2x+3, & x \geq -2 \end{cases}$$

8. $A = |x-2| - |x+1|$

x		-1		2	
$x-2$	$-$	$-$	0	$+$	
$x+1$	$-$	0	$+$	$+$	

- Αν $x < -1$ τότε $A = |\overset{(-)}{x-2}| - |\overset{(-)}{x+1}|$

$$A = -x+2-(-x-1) = -x+2+x+1$$

$$\boxed{A = 3}$$

- Αν $-1 \le x \le 2$ τότε $A = |\overset{(-)}{x-2}| - |\overset{(+)}{x+1}|$

$$A = -x+2-(x+1)$$

$$A = -x+2-x-1$$

$$\boxed{A = -2x+1}$$

• Αν $x>2$ τοτε $A=|x-2|-|x+1|$

$A = x-2-(x+1)$

$A = x-2-x-1 \Rightarrow \boxed{A=-3}$

Συμπερασμα

$$A=\begin{cases} 3 & , x<-1 \\ -2x+1 & , -1\leq x\leq 2 \\ -3 & , x>2 \end{cases}$$

Προβοχι

Αποδεικτικές

1. Νδο $|\alpha+\beta|^2+|\alpha-\beta|^2=2|\alpha|^2+2|\beta|^2$

Ιδιότητα
$|x|^2=x^2$

$(\alpha+\beta)^2+(\alpha-\beta)^2=2\alpha^2+2\beta^2$

$\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2+\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2=2\alpha^2+2\beta^2$

$2\alpha^2+2\beta^2=2\alpha^2+2\beta^2$

$0=0$.

2. Αν $\alpha,\beta\neq 0$ νδο $\left|\frac{\alpha}{\beta}\right|+\left|\frac{\beta}{\alpha}\right|\geq 2$

Ιδιότητα
$\left|\frac{\alpha}{\beta}\right|=\frac{|\alpha|}{|\beta|}$

$\frac{|\alpha|}{|\beta|}+\frac{|\beta|}{|\alpha|}\geq 2$

$|\alpha||\beta|\frac{|\alpha|}{|\beta|}+|\alpha||\beta|\frac{|\beta|}{|\alpha|}\geq 2|\alpha||\beta|$

$|\alpha|^2+|\beta|^2\geq 2|\alpha||\beta|$

$|\alpha|^2-2|\alpha||\beta|+|\beta|^2\geq 0 \Rightarrow (|\alpha|-|\beta|)^2\geq 0$ ✓

3. Νδο $\left|\frac{x}{x^2+1}\right| \leq \frac{1}{2}$

$$\frac{|x|}{|x^2+1|} \leq \frac{1}{2}$$

$$\frac{|x|}{x^2+1} \leq \frac{1}{2}$$

$$2|x| \leq x^2+1$$

$$0 \leq x^2 - 2|x| + 1$$

$$0 \leq |x|^2 - 2|x| + 1$$

$$0 \leq (|x|-1)^2$$

που ισχυει.

4. Αν $x, y \neq 0$ και $|x|y - x|y| = 0$

τότε x, y ομόσημοι

$$|x|y - x|y| = 0$$

$$|x|y = x|y|$$

$$\frac{|x|}{|y|} = \frac{x}{y}$$

$$\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{x}{y}$$

$$\frac{x}{y} > 0$$

x, y ομόσημοι!

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος : 13/10/26

Ώρα μαθήματος : 20:00

Ασκήσεις

Ενότητα 8

(1) (8)
(2)
(15)
(3)
(40)
(4)
(41)
(5)
(6)
(7)

παρατηρήσεις