

Ταυτότητες

$$1. (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2. (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3. (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$4. (a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$5. (a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$6. a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$7. a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Αλγεβρική παραγωγή

$$A = (2x-1)^2 - (-x+1)(x+1)$$

$$A = (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 1 + 1^2 - (1^2 - x^2)$$

$$A = 4x^2 - 4x + 1 - (1 - x^2)$$

$$A = 4x^2 - 4x + 1 - 1 + x^2$$

$$A = 5x^2 - 4x$$

Προβόχη

$$\begin{aligned} 1. \quad (2x - 3y)^2 &= (2x)^2 - 2 \cdot 2x \cdot 3y + (3y)^2 \\ &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 \end{aligned}$$

$$2. \quad (-x - 1)(1 - x) = x^2 - 1^2$$

Επιβεβαίωση

$$\begin{aligned} (-x - 1)(1 - x) &= -\cancel{x} + x^2 - \cancel{1} + \cancel{x} \\ &= x^2 - 1 \end{aligned}$$

$$3. \quad (-x - 1)(x + 1) =$$

$$= -x^2 - x - x - 1 = -x^2 - 2x - 1.$$

$$4. (-x+1)^2 = (1-x)^2 = 1^2 - 2 \cdot 1 \cdot x + x^2$$

$$(-x-1)^2 = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$$

$$(-x+1)^3 = (1-x)^3 = 1^3 - 3 \cdot 1^2 x + 3 \cdot 1 \cdot x^2 - x^3$$

$$(-x-1)^3 = -(x+1)^3 = -(x^3 + 3x^2 + 3x + 1) \\ = -x^3 - 3x^2 - 3x - 1$$

$$5. (-x)^2 = x^2 \rightarrow \text{φαρμα το μαν}$$

$$-x^2 = -x^2$$

$$(-x)^3 = -x^3$$

$$-x^3 = -x^3$$

Δυναμεις

1. $a^v \xrightarrow{\text{εκθεται}} \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{v \text{ φορες}}$
 $\downarrow$
Βαση

2. $a^0 = 1$ $a^1 = a$ $1^v = 1$
 $0^v = 0$

3. $a^{-v} = \frac{1}{a^v}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-v} = \left(\frac{b}{a}\right)^v$

4. $10^v = \underbrace{1000\dots0}_{v \text{ ψηφια}}$

$10^{-v} = \underbrace{0,00\dots01}_{v \text{ δεκαδικα ψηφια}}$

$$5. \left. \begin{aligned} \alpha^{\nu} \cdot \alpha^{\mu} &= \alpha^{\nu+\mu} \\ \alpha^{\nu} : \alpha^{\mu} &= \alpha^{\nu-\mu} \\ \frac{\alpha^{\nu}}{\alpha^{\mu}} &= \alpha^{\nu-\mu} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Ιδωα} \\ \text{Βαση} \end{array}$$

$$6. \left. \begin{aligned} \alpha^{\nu} \cdot \beta^{\nu} &= (\alpha \beta)^{\nu} \\ \alpha^{\nu} : \beta^{\nu} &= (\alpha : \beta)^{\nu} \\ \frac{\alpha^{\nu}}{\beta^{\nu}} &= \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{\nu} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Ιδωα} \\ \text{εκθιση} \end{array}$$

$$7. (\alpha^{\nu})^{\mu} = \alpha^{\nu \cdot \mu}.$$

Ασκηση Δυναμική

$$1. \quad A = \frac{(x^2)^3 : x^{-4}}{[(x^3)^2 : x^{-2}]^{-1}}$$

$$A = \frac{x^6 : x^{-4}}{(x^6 : x^{-2})^{-1}}$$

$$A = \frac{x^{10}}{(x^8)^{-1}} = \frac{x^{10}}{x^{-8}}$$

$$A = x^{18}$$

$$2. \quad A = \frac{\left[(xy^2)^{-2} : x^3 \right]^{-1} \cdot y^{-2}}{\left((x^2)^2 y^{-1} \right)^{-2} : y^{-1}}$$

$$A = \frac{\left((x^{-2} y^{-4}) : x^3 \right)^{-1} \cdot y^{-2}}{(x^4 y^{-1})^{-2} : y^{-1}}$$

$$A = \frac{(x^{-5} y^{-4})^{-1} \cdot y^{-2}}{(x^{-8} y^2) : y^{-1}}$$

$$A = \frac{x^5 y^4 \cdot y^{-2}}{x^{-8} y^3} = \frac{x^5 y^2}{x^{-8} y^3}$$

$$A = x^{13} y^{-1}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ Α' ΟΜΑΔΑΣ

1. Δίνεται η παράσταση

$$A = [(x^2 y^3)^{-2} \cdot (xy^3)^4] : \left(\frac{x^3}{y^{-1}}\right)^{-3}$$

i) Να δείξετε ότι $A = x^9 \cdot y^9$

ii) Να βρείτε την τιμή της παράστασης για $x = 2010$ και $y = \frac{1}{2010}$.

2. Να βρείτε την τιμή της παράστασης $A = [(xy^{-1})^2 : (x^3 y^7)^{-1}]^2$ για $x = 0,4$ και $y = -2,5$.

3. Να υπολογίσετε τις παραστάσεις :

i) $1001^2 - 999^2$ ii) $99 \cdot 101$ iii) $\frac{(7,23)^2 - (4,23)^2}{11,46}$.

4. i) Να δείξετε ότι $(a + \beta)^2 - (a - \beta)^2 = 4a\beta$.

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$\left(\frac{999}{1000} + \frac{1000}{999}\right)^2 - \left(\frac{999}{1000} - \frac{1000}{999}\right)^2$$

5. i) Να αποδείξετε ότι $a^2 - (a - 1)(a + 1) = 1$.

ii) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $(1,3265)^2 - 0,3265 \cdot 2,3265$.

Μικροπείραμα 

6. Να δείξετε ότι η διαφορά των τετραγώνων δυο διαδοχικών φυσικών αριθμών (του μικρότερου από του μεγαλύτερου) ισούται με το άθροισμά τους.

Μικροπείραμα 

7. Αν n φυσικός αριθμός, να δείξετε ότι ο αριθμός $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2}$ είναι πολλαπλάσιο του 7.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ Β' ΟΜΑΔΑΣ

1. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $\frac{\alpha^3 - 2\alpha^2 + \alpha}{\alpha^2 - \alpha}$

ii) $\frac{(\alpha^2 - \alpha) + 2\alpha - 2}{\alpha^2 - 1}$.

2. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right) \cdot \frac{\alpha^3 + \alpha^2}{(\alpha + 1)^3}$

ii) $\frac{\alpha^2 + \alpha + 1}{\alpha + 1} \cdot \frac{\alpha^2 - 1}{\alpha^3 - 1}$.

3. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις:

i) $(x + y)^2 \cdot (x^{-1} + y^{-1})^{-2}$

ii) $\frac{x + y}{x - y} \cdot \frac{x^{-1} - y^{-1}}{x^{-2} - y^{-2}}$.

4. Να δείξετε ότι :

$$\left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 - y^2}\right) : \left(\frac{x^2}{x - y} - y\right) = 1.$$

5. Έστω α , β και γ τα μήκη των πλευρών ενός τριγώνου ΑΒΓ. Να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισόπλευρο σε καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις:

i) Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\beta}{\gamma} = \frac{\gamma}{\alpha}$.

ii) Αν $\alpha - \beta = \beta - \gamma = \gamma - \alpha$

Μικροπείραμα 

6. Να δείξετε ότι, αν ένα ορθογώνιο έχει περίμετρο $L = 4a$ και εμβαδόν $E = a^2$, τότε το ορθογώνιο αυτό είναι τετράγωνο με πλευρά ίση με a .

Μικροπείραμα 

7. Να δείξετε ότι:

i) Αν a ρητός και β άρρητος, τότε $a + \beta$ άρρητος.

ii) Αν a ρητός, με $a \neq 0$, και β άρρητος, τότε $a \cdot \beta$ άρρητος.

Λύσεις Β.Βλ.ο

Σελ (52-53)

Α' ομαδο

1. $A = \left[(x^2 y^3)^{-2} \cdot (x y^3)^4 \right] : \left(\frac{x^3}{y^{-1}} \right)^{-3}$

ι. ι. ι. $A = x^9 y^9$

$$A = \left(x^{-4} y^{-6} \cdot x^4 y^{12} \right) : \left(\frac{x^{-9}}{y^3} \right)$$

$$A = (x^0 y^6) \cdot \frac{y^3}{x^{-9}}$$

$$A = y^6 \cdot \frac{y^3}{x^{-9}} = \frac{y^6 y^3}{x^{-9}}$$

$$A = \frac{y^9}{x^{-9}} = y^9 x^9 = (yx)^9$$

11) Για $x=2010$ και $y = \frac{1}{2010}$

$$A = \left(\cancel{2010} \cdot \frac{1}{\cancel{2010}} \right)^9 = 1^9 = 1$$

$$2. A = \left((xy^{-1})^2 : (x^3y^7)^{-1} \right)^2$$

or $x = 0,4$ and $y = -2,5$.

$$A = \left((x^2y^{-2}) : (x^{-3}y^{-7}) \right)^2$$

$$A = (x^5y^5)^2 = (xy)^5$$

$$A = (xy)^{10}$$

or $x = 0,4$ and $y = -2,5$

$$\text{E } x \cdot y$$

$$A = \left(0,4 \cdot (-2,5) \right)^{10} = \left(-0,4 \cdot 2,5 \right)^{10}$$

$$A = 1^{10} = 1$$

$$3. \quad i) \quad 1001^2 - 999^2 =$$

$$= (1001 - 999)(1001 + 999)$$

$$= 2 \cdot 2000 = 4000$$

$$ii) \quad 99 \cdot 101 =$$

$$= (100 - 1)(100 + 1)$$

$$= 100^2 - 1^2 = 10000 - 1$$

$$= 9999$$

$$iii) \quad \frac{7,23^2 - 4,23^2}{11,46} =$$

$$11,46$$

$$= \frac{(7,23 - 4,23)(7,23 + 4,23)}{11,46}$$

$$11,46$$

$$= \frac{3 \cdot \cancel{11,46}}{\cancel{11,46}} = 3,$$

$$4. \quad i) \text{ vđo } (a+B)^2 - (a-B)^2 = 4aB$$

$$a^2 + 2aB + B^2 - (a^2 - 2aB + B^2) = 4aB$$

$$\cancel{a^2} + 2aB + \cancel{B^2} - \cancel{a^2} + 2aB - \cancel{B^2} = 4aB$$

$$4aB = 4aB \quad \checkmark$$

$$ii) \left(\frac{999}{1000} + \frac{1000}{999} \right)^2 - \left(\frac{999}{1000} - \frac{1000}{999} \right)^2$$

$$= 4 \cdot \frac{999}{1000} \cdot \frac{1000}{999}$$

$$= 4.$$

$$5. \text{ i) vdo } a^2 - (a-1)(a+1) = 1$$

$$a^2 - (a^2 - 1) = 1$$

$$\cancel{a^2} - \cancel{a^2} + 1 = 1$$

$$1 = 1 \quad \checkmark$$

$$11/. \quad 1,3265^2 - 0,3265 \cdot 2,3265$$

$$= 1,3265^2 - (1,3265 - 1) \cdot (1,3265 + 1)$$

$$= \underline{1}$$

Παραγοντοποίηση

1. Όταν έχω δύο όρους
τα σενάρια είναι τα
παρακάτω.

$$\rightarrow 2x^4 - 4x^2 = 2x^2(x^2 - 2)$$

$$\rightarrow 16x^2 - 1 = (4x)^2 - 1^2 = \\ = (4x - 1)(4x + 1)$$

$$\rightarrow 8x^3 + 1 = (2x)^3 + 1^3 =$$

$$= (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$$

$$\rightarrow x^3 - 8 = x^3 - 2^3 = (x - 2)(x^2 + 2x + 4),$$

2. Όταν έχω τριών όρου, τα στοιχεία είναι.

$$\rightarrow x^2y - xy - xy^2 =$$

$$= xy(x - 1 - y)$$

$$\rightarrow 4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$$

$$\rightarrow x^2 - 6x + 5 = 1 \cdot (x - 5)(x - 1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha = 1 \\ B = -6 \\ \gamma = 5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \Delta = B^2 - 4\alpha\gamma \\ \Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5 \\ \Delta = 36 - 20 \\ \Delta = 16 > 0 \end{array}$$

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 1} = \frac{6 \pm 4}{2}$$

5

1

3. Όταν έχω τεσσάρων
ορους συνήθως γίνεται
ομαδοποίηση.

$$\rightarrow \underbrace{x^3 - 2x^2 - 2x + 4}_{\quad} =$$

$$= x^2(x-2) - 2(x-2)$$

$$= (x-2)(x^2-2)$$

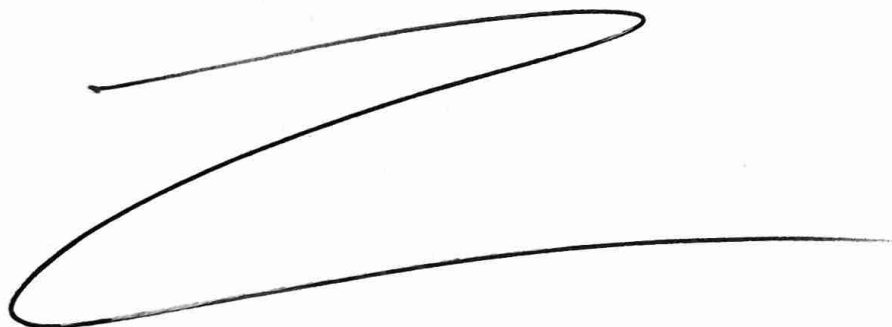
Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος: 11/9/26

Ώρα μαθήματος: 6:30,

Ασκήσεις

Pdf



παρατηρήσεις

Άσκηση

1. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις.

$$\textcircled{\alpha} (x+2)^2 - (2x-3)(x+3)$$

$$\textcircled{\beta} (1-3x)^2 - (-2x+3)(3+2x)$$

$$\textcircled{\gamma} (2-x)^3 - (1+x)^2 - (-x-1)(1+x)$$

$$\textcircled{\delta} (2x-1)^2 - (-x-2)^2$$

2. Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις.

$$\textcircled{\alpha} ((x^2)^{-2} : x^{-1})^2 : x^4$$

$$\textcircled{\beta} \frac{(x^2)^3 x^{-2}}{(x^{-4})^2 \cdot x}$$

$$\textcircled{\gamma} \frac{(x^2 y^3)^2 : x^{-2}}{(xy^{-4}) \cdot (x^2 y^2)}$$