

# Τελικά Εποικλιψή

2. κοινές λύσεις

$$x^2 - 1 \geq 0$$

και

$$|2x - 3| \leq 1$$

x	-1	1
$x^2 - 1$	+	-

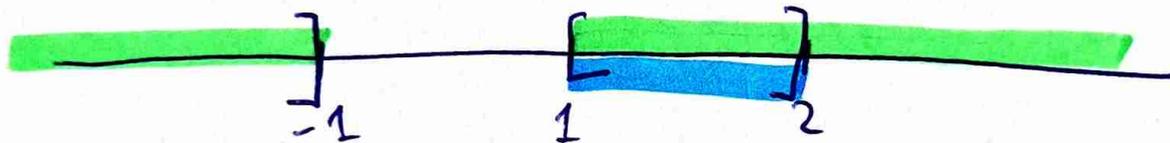
$$x \in (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

$$-1 \leq 2x - 3 \leq 1$$

$$2 \leq 2x \leq 4$$

$$1 \leq x \leq 2$$

$$x \in [1, 2]$$



$$x \in [1, 2].$$

2. Να λύσει η εξίσωση.

$$|x^2 - 4| + |x - 2| = 0$$

Προσημ  $x^2 - 4 = 0$  και  $x - 2 = 0$

$x = 2$     $x = -2$     $x = 2$

Αρα η μόνη λύση  $x = 2$ .

3. Να λύσει η ανίσωση

$$\left( |x - 2026| + 1 \right) \left( x^2 - 1 \right) \leq 0.$$

$\oplus$

$$\Rightarrow x^2 - 1 \leq 0.$$

x	-1	1
$x^2 - 1$	+	-

$$x \in [-1, 1].$$

$$4. \quad A = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - x}$$

α) Βρούμε τα  $x$  ώστε να οριστούν  
και να μην αντιστοιχούν

Πρέπει  $x^2 - x \neq 0$

$$\Rightarrow x(x-1) \neq 0$$

$$x \neq 0$$

$$x \neq 1$$

β)

$$A = \frac{(x-3)\cancel{(x-1)}}{x\cancel{(x-1)}} = \frac{x-3}{x}$$

5.

$$\Delta \text{ ανεξάρτητο } x^2 - (2\lambda + 3)x + 1 = 0$$

(a) Βρει το  $\lambda$  ώστε η εξίσωση να έχει δύο ρίζες αριστερά.

$$\Delta > 0$$

$$(2\lambda + 3)^2 - 4 > 0$$

$$4\lambda^2 + 12\lambda + 9 - 4 > 0$$

$$4\lambda^2 + 12\lambda + 5 > 0$$

$$\Delta = 144 - 16 \cdot 5 = 64$$

$$\lambda = \frac{-12 \pm 8}{8}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\left(-\frac{5}{2}\right)$$

$\lambda$	$-\infty$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
$4\lambda^2 + 12\lambda + 5$	+	-	-	+

(Δ)

$$\lambda \in \left(-\infty, -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

③ На Врел то  $\lambda$  ворел ва

а  $\lambda$  и  $\Delta$  ва

$$x^2 - (2\lambda + 3)x + 1 > 0$$

$$\Delta < 0$$

ка

$$a > 0$$

$$\lambda \in \left(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right)$$

$$1 > 0$$



6. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - (\lambda - 1)x + \lambda - 1 = 0$

⊙ Να βρεθεί το πλήθος των ριζών.

$$\Delta = (\lambda - 1)^2 - 4(\lambda - 1)$$

$$\Delta = \lambda^2 - 2\lambda + 1 - 4\lambda + 4$$

$$\Delta = \lambda^2 - 6\lambda + 5$$

$$\Delta^* = 36 - 20 = 16$$

$$\lambda = \frac{6 \pm 4}{2}$$

5

1

$\lambda$	$-\infty$	1	5	$+\infty$
$\Delta$	+	-	+	

Αν  $\lambda \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$  η  $\Delta > 0$  2 ρίζες

Αν  $\lambda \in (1, 5)$  η  $\Delta < 0$  καμία ρίζη

Αν  $\lambda = 1$  ή  $\lambda = 5$  η  $\Delta = 0$  1 ρίζη  
διπλή

(B)  $\infty$  TW  $x_1, x_2$  p1/p2.

$$\text{Nдо } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1.$$

$$\underline{x_1 + x_2 = 2 - 1}$$

$$\underline{x_1 x_2 = 2 - 1}$$

$$\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = 1,$$

$$\frac{\cancel{2-1}}{\cancel{2-1}} = 1 \Rightarrow 1 = 1 \quad \checkmark$$

(r) Av  $x_1 < 1 < x_2$  Bp1 To 2

$$x_1 < 1 \quad \text{и} \quad x_2 > 1$$

$$x_1 - 1 < 0$$

$$x_2 - 1 > 0$$

$$(x_1 - 1)(x_2 - 1) < 0$$

Δw  
нeпpaxн  
тeзoлa

$$x_1 x_2 - x_1 - x_2 + 1 < 0$$

2.

$$x_1 x_2 - (x_1 + x_2) + 1 < 0$$

Aтoлo

$$\cancel{2-1} - (\cancel{2-1}) + 1 < 0 \Rightarrow 1 < 0$$

⑧ Bpd  $\lambda$  uszi  $|x_1 - x_2| \geq 2\sqrt{3}$

$$(x_1 - x_2)^2 \geq 12$$

$$x_1^2 - 2x_1x_2 + x_2^2 \geq 12$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - 2x_1x_2 \geq 12$$

$$(x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 - 12 \geq 0$$

$$(\lambda - 1)^2 - 4(\lambda - 1) - 12 \geq 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 - 4\lambda + 4 - 12 \geq 0$$

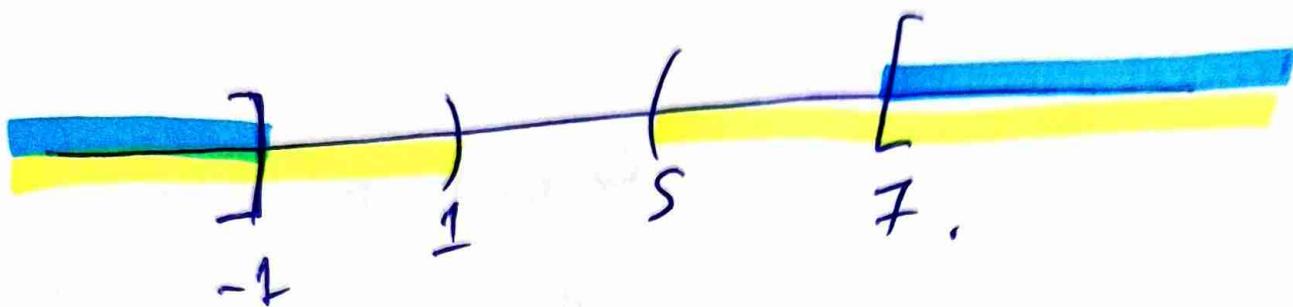
$$\lambda^2 - 6\lambda - 7 \geq 0$$

$\lambda$	$-1$	$7$
$\lambda^2 - 6\lambda - 7$	$+$	$-$

$$\lambda \in (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$$

Прому  $\Delta > 0$  сулава  $\lambda \in (-\infty, 1) \cup (5, +\infty)$

ка  $\lambda \in (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$ .



кава  $x \in (-\infty, -1] \cup [7, +\infty)$

7. Diskuti  $x^2 - 2x + \lambda = 0$

(a) Bpd zu  $\lambda$  wozu wa dx4  
2 pld.

$$\Delta \geq 0$$

$$4 - 4\lambda > 0$$

$$4 > 4\lambda$$

$$1 > \lambda$$

$$\lambda \in (-\infty, 1)$$

(b) Av  $x_1 = 3x_2$  Bpd  $x_1, x_2, \lambda$

$$x_1 + x_2 = 2 \quad \Rightarrow) \quad 3x_2 + x_2 = 2$$

$$4x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = \lambda$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

$$x_1 = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = \lambda$$

$$\lambda = \frac{3}{4}$$