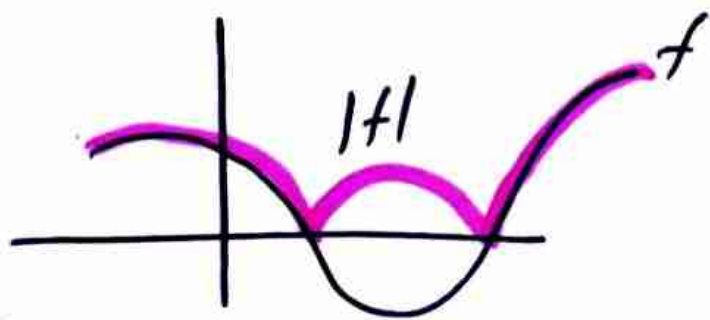


1. καθώς κατακόρυφη ευθεία τερνι
τη γραφική παράσταση της $f(x)$
το πολύ 1 φορά. **Σωστό**

2. Η γραφική παράσταση της $|f|$ αποτε-
λείται από τα θετικά τμήματα της
 $f(x)$ και τα συρρετρικά των αρνητικών
Σωστό



3. Η $f(x) = \sqrt{|x|}$ είναι άρτια συνάρτηση
συρρετρική ως προς $y=y$ **Σωστό**

4. Οι $f \circ g$ και $g \circ f$ δεν είναι
υποχρεωτικά ίσα **Σωστό**

5. Οι $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$
Σωστό

6. Αν f, g με $D_f = A, D_g = B$ τότε η $g \circ f$ ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$ Σωστό

7. Η f, f^{-1} είναι συμμετρικά ως προς την $y = x$ Σωστό

8. Αν το $M(a, b) \in f$ το $N(b, a) \in f^{-1}$ Σωστό

9. Αν η f είναι 1-1 τότε

→ καθε ορισμένο ερώτημα τέμνει τη f το πολύ μια φορά.

→ Η εξίσωση $f(x) = y$ έχει το πολύ μια λύση

→ Αν οπως $f: A \rightarrow B$ τότε η $f(x) = y$ έχει ακριβώς μια λύση Σωστό

→ Δεν υπάρχουν σημεία της f με την ίδια τεταγμένη.

$$10. \quad f(f^{-1}(x)) = x \quad x \in f(A) \\ f^{-1}(f(x)) = x \quad x \in A \quad \text{\textcolor{yellow}{Σωσεω}}$$

$$11. \quad \text{Η } f \text{ είναι συνάρτηση με την} \\ \text{— } f \text{ ως προς τον } x'x \quad \text{\textcolor{yellow}{Σωσεω}}$$

$$12. \quad \text{Αν } n \text{ } f \text{ } \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ τότε } \text{\textcolor{yellow}{Σωσεω}} \\ x_1 = x_2 \quad (\Rightarrow) \quad f(x_1) = f(x_2)$$

$$13. \quad \text{Αν } n \text{ } f \text{ } \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ τότε } \text{\textcolor{yellow}{Σωσεω}} \\ x_1 \neq x_2 \quad (\Rightarrow) \quad f(x_1) \neq f(x_2)$$

Φορές που έχει «πέσει»	Σωστά - Λάθος 2004 - 2022 (Κανονικές και Επαναληπτικές)	Απάντηση
1	Κάθε κατακόρυφη ευθεία έχει το πολύ ένα κοινό σημείο με τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f .	Σ
1	Η γραφική παράσταση της $ f $ αποτελείται από τα τμήματα της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$ και από τα συμμετρικά, ως προς τον άξονα $x'x$, των τμημάτων της γραφικής παράστασης της f που βρίσκονται κάτω από αυτόν τον άξονα.	Σ
1	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{ x }$, $x \in \mathbb{R}$ έχει άξονα συμμετρίας τον $y'y$.	Σ
1	Αν f, g είναι δύο οποιεσδήποτε συναρτήσεις με πεδία ορισμού A και B αντίστοιχα, τότε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $\frac{f}{g}$ είναι το $A \cap B$.	Λ
3	Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδίο ορισμού $\mathbb{R}$ και ορίζονται οι συνθέσεις $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε αυτές οι συνθέσεις είναι υποχρεωτικά ίσες.	Λ
1	Αν για δύο συναρτήσεις f, g ορίζονται οι $f \circ g$ και $g \circ f$, τότε είναι υποχρεωτικά $f \circ g \neq g \circ f$.	Λ
2	Αν f, g είναι δυο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε η $g \circ f$ ορίζεται αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$.	Σ
1	Αν οι συναρτήσεις f και g έχουν πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$, τότε ορίζεται η $f \circ g$ με πεδίο ορισμού το $[0, 1]$ και σύνολο τιμών το $[2, 3]$.	Λ
2	Οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$ που διχοτομεί τις γωνίες xOy και $x'Oy'$.	Σ

1	Αν η f είναι αντιστρέψιμη συνάρτηση, τότε οι γραφικές παραστάσεις C και C' των συναρτήσεων f και f^{-1} αντίστοιχα είναι συμμετρικές ως προς την ευθεία $y = x$.	Σ
1	Αν η f έχει αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} και η γραφική παράσταση της f έχει κοινό σημείο A με την ευθεία $y = x$, τότε το σημείο A ανήκει και στη γραφική παράσταση της f^{-1} .	Σ
1	Αν ένα σημείο $M(a,b)$ ανήκει στη γραφική παράσταση μιας αντιστρέψιμης συνάρτησης f , τότε το σημείο $M'(b,a)$ ανήκει στη γραφική παράσταση C' της f^{-1} .	Σ
3	Μια συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x)=y$ έχει ακριβώς μία λύση ως προς x .	Σ
2	Η συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν κάθε οριζόντια ευθεία τέμνει τη γραφική παράσταση της f το πολύ σε ένα σημείο.	Σ
1	Μια συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή: αν $x_1 \neq x_2$, τότε $f(x_1) \neq f(x_2)$	Σ
1	Αν μια συνάρτηση $f:A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε για την αντίστροφη συνάρτηση f^{-1} ισχύει: $f^{-1}(f(x)) = x, x \in A$ και $f(f^{-1}(y)) = y, y \in f(A)$	Σ
1	Για οποιαδήποτε αντιστρέψιμη συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A ισχύει ότι $f(f^{-1}(x)) = x$, για κάθε $x \in A$.	Λ

1	Αν μια συνάρτηση f είναι 1-1 στο πεδίο ορισμού της, τότε υπάρχουν σημεία της γραφικής παράστασης της f με την ίδια τεταγμένη.	Λ
1	Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $-f$ είναι συμμετρική, ως προς τον άξονα $x'x$, της γραφικής παράστασης της f	Σ
1	Μία συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, αν υπάρχουν $x_1, x_2 \in \Delta$ με $x_1 < x_2$, ώστε $f(x_1) < f(x_2)$.	Λ

1 Ορισμοί

super sos

Ορισμός 1.1: (Συνάρτηση)

Έστω A ένα υποσύνολο του $\mathbb{R}$. Τι ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A ;

Απάντηση:

Έστω A ένα μη κενό υποσύνολο του $\mathbb{R}$. Ονομάζουμε πραγματική συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A μια διαδικασία (κανόνα) f , με την οποία κάθε στοιχείο $x \in A$ αντιστοιχίζεται σε ένα μόνο πραγματικό αριθμό y . Το y ονομάζεται τιμή της f στο x και συμβολίζεται με $f(x)$.

Πεδίο Ορισμού: $A = \{x \in \mathbb{R} : f(x) \in \mathbb{R}\}$.

Σύνολο τιμών: $f(A) = \{y \in \mathbb{R} : y = f(x) \text{ για κάποιο } x \in A\}$.

sos

Ορισμός 1.2: (Γραφική παράσταση συνάρτησης)

Έστω A ένα υποσύνολο του $\mathbb{R}$. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση της συνάρτησης f ;

Απάντηση:

Το σύνολο των σημείων $M(x, y)$ για τα οποία ισχύει $y = f(x)$, δηλαδή το σύνολο των σημείων $M(x, f(x))$, $x \in A$ λέγεται γραφική παράσταση της f και συμβολίζεται συνήθως με C_f .

Η εξίσωση, λοιπόν, $y = f(x)$ επαληθεύεται μόνο από τα σημεία της C_f . Επομένως, η $y = f(x)$ είναι η εξίσωση της γραφικής παράστασης της f .

super sos

Ορισμός 1.3: (Ισότητα συναρτήσεων)

Πότε δύο συναρτήσεις f και g λέγονται ίσες;

Απάντηση:

Δύο συναρτήσεις f και g λέγονται ίσες όταν:

- i. έχουν το ίδιο πεδίο ορισμού, δηλαδή $A_f = A_g = A$ και
- ii. $f(x) = g(x)$ για κάθε $x \in A$.

Ορισμός 1.4: (Πράξεις συναρτήσεων)

Έστω δύο συναρτήσεις f, g με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα.

Να ορίσετε τις συναρτήσεις $f + g$, $f - g$, $f \cdot g$ και $\frac{f}{g}$.

Απάντηση:

Ορίζουμε ως άθροισμα $f + g$, διαφορά $f - g$, γινόμενο $f \cdot g$ και πηλίκο $\frac{f}{g}$ δύο συναρτήσεων f, g τις συναρτήσεις με τύπους

$$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$$

$$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$$

$$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Επιπλέον,

$$D_{f+g} = D_{f-g} = D_{f \cdot g} = A \cap B$$

$$D_{\frac{f}{g}} = \{x \in A \cap B, \text{ με } g(x) \neq 0\}$$

Ορισμός 1.5: (Σύνθεση συναρτήσεων)

Έστω δύο συναρτήσεις f, g με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα. Τι ονομάζουμε σύνθεση της f με την g ;

Απάντηση:

Αν f, g είναι δύο συναρτήσεις με πεδία ορισμού A, B αντίστοιχα, τότε ονομάζουμε σύνθεση της f με την g και τη συμβολίζουμε $g \circ f$ τη συνάρτηση με τύπο $(g \circ f)(x) = g(f(x))$.

Το πεδίο ορισμού της $g \circ f$ είναι το σύνολο $A_1 = \{x \in A: f(x) \in B\}$.

Η συνάρτηση $g \circ f$ ορίζεται αν $A_1 \neq \emptyset$, δηλαδή αν $f(A) \cap B \neq \emptyset$.

*supersos***Ορισμός 1.6:** (Γνησίως αύξουσα συνάρτηση)

Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Απάντηση:

Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

*supersos***Ορισμός 1.7:** (Γνησίως φθίνουσα συνάρτηση)

Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Απάντηση:

Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

*boru***Ορισμός 1.8:** (Αύξουσα συνάρτηση)

Πότε μια συνάρτηση f λέγεται αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Απάντηση:

Μια συνάρτηση f λέγεται αύξουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$

boom

Ορισμός 1.9: (Φθίνουσα συνάρτηση)Πότε μια συνάρτηση f λέγεται φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;**Απάντηση:**Μια συνάρτηση f λέγεται φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in \Delta$ με:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$

sos

Ορισμός 1.10: (Γνησίως μονότονη συνάρτηση)Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;**Απάντηση:**Μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως μονότονη σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της, όταν είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα στο Δ .

super sos

Ορισμός 1.11: (Ακρότατα συνάρτησης - ολικό μέγιστο)Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A . Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο, το $f(x_0)$;**Απάντηση:**Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) μέγιστο, το $f(x_0)$, όταν:

$$f(x) \leq f(x_0), \quad \forall x \in A.$$

super sos

Ορισμός 1.12: (Ακρότατα συνάρτησης - ολικό ελάχιστο)Έστω μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A . Πότε λέμε ότι η f παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο, το $f(x_0)$;**Απάντηση:**Μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A θα λέμε ότι παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο, το $f(x_0)$, όταν:

$$f(x) \geq f(x_0), \quad \forall x \in A.$$

surfsos

Ορισμός 1.13: (Συνάρτηση 1-1)

Πότε μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση 1-1;

Απάντηση:

Μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται συνάρτηση 1-1, όταν για οποιαδήποτε $x_1, x_2 \in A$ ισχύει η συνεπαγωγή:

$$\text{αν } x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2).$$

surfsos

Ορισμός 1.14: (Αντίστροφη συνάρτηση)

Έστω A ένα μη κενό υποσύνολο του $\mathbb{R}$.

- i. Πότε μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ αντιστρέφεται;
- ii. Με την προϋπόθεση ότι η f αντιστρέφεται, πως ορίζεται η αντίστροφη συνάρτηση της f ;

Απάντηση:

- i. Μια συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ αντιστρέφεται όταν είναι 1-1 στο A .
- ii. Αν η συνάρτηση $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι 1-1, τότε ονομάζουμε αντίστροφη συνάρτηση της f και τη συμβολίζουμε με f^{-1} , τη συνάρτηση που έχει πεδίο ορισμού το σύνολο τιμών $f(A)$ της f και με την οποία κάθε στοιχείο $y \in f(A)$ αντιστοιχίζεται στο μοναδικό $x \in A$ για το οποίο ισχύει $f(x) = y$. Δηλαδή η αντίστροφη συνάρτηση της f ορίζεται ως εξής:

$$f^{-1} : f(A) \rightarrow A, \text{ με } f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y.$$

13.

Esercizio
3

$$\textcircled{B} \quad f(e^x) = x^2 - 3x + 1$$

$$e^x = t$$

$$x = \ln t$$

$$f(t) = \ln^2 t - 3 \ln t + 1$$

$$f(x) = \ln^2 x - 3 \ln x + 1$$

$$\sigma w^2 x = 1 - \eta \mu^2 x$$

$$\textcircled{S} \quad f(1 + \eta \mu x) = \eta \mu x - \sigma w^2 x$$

$$1 + \eta \mu x = t$$

$$\eta \mu x = t - 1$$

$$f(t) = t - 1 - (1 - t)^2$$

$$f(t) = t - 1 - 1 + (t - 1)^2$$

$$f(x) = x - 2 + (x - 1)^2$$

Αποσύνθεση

Συναρτησών

1. $(f \circ g)(x) = \frac{x-1}{x+1}$

$$f(x) = e^x$$

Ψάχνω την $g(x)$

Ψάχνω
τη
"μεσα"

$$\left. \begin{aligned} \bullet f(g(x)) &= \frac{x-1}{x+1} \\ \bullet f(g(x)) &= e^{g(x)} \end{aligned} \right\} =$$

$$e^{g(x)} = \frac{x-1}{x+1}$$

$$g(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$$

$$2. (f \circ g)(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

ψ_{0xrw}
 τw
 "ε_ω"

$$g(x) = \ln(x-1)$$

ψ_{0xrw} τw f(x)

$$\partial \varepsilon \tau w \quad g(x) = \ln(x-1)$$

$$g(x) = t$$

$$t = \ln(x-1)$$

$$e^t = e^{\ln(x-1)}$$

$$e^t = x-1$$

$$x = e^t + 1$$

$$f(g(x)) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$f(t) = \frac{e^t + 1 - 1}{e^t + 1 + 1} = \frac{e^t}{e^t + 2}$$

$$h(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$$

19.

Evaluata
8

$$\textcircled{a} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|x-1|^{\oplus} - |x-3|^{\ominus}}{x^2-4} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1 - (-x+3)}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1+x-3}{x^2-4}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x-4}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2(x-2)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{b} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^3-3x-1|^{\oplus} + x}{|x^3+5x+4|^{\ominus} - 2} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-3x-1+x}{-x^3-5x-4-2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3-2x-1}{-x^3-5x-6} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2-x-1)}{(x+1)(-x^2+x-6)}$$

$$= -\frac{1}{8}$$

20. (a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-1|^0 + x^2 - 2x + 1}{x^5 - 1}$

x	1
x-1	- 0 +

$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{|x-1| + x^2 - 2x + 1}{x^5 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x + 1 + x^2 - 2x + 1}{x^5 - 1}$

$= \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^5 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-2)(x-1)}{(x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)}$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \textcircled{1} \\ \downarrow & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & \end{array}$$

$= \frac{-1}{5}$

$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x-1| + x^2 - 2x + 1}{x^5 - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - x}{x^5 - 1} =$

$= \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x(x-1)}{(x-1)(000)} = \left(\frac{1}{5} \right)$

To apply
See graph

$$7. \textcircled{8} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+1}{x-2} =$$

Exercice
9

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (3x+1) \frac{1}{x-2}$$

$$= 7 \cdot \infty$$

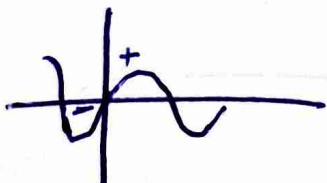
x	2
x-2	-0+ / +0-

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x+1) \frac{1}{x-2} = 7(-\infty) = -\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} (3x+1) \frac{1}{x-2} = 7(+\infty) = +\infty$$

To opio sur unapxi

$$\textcircled{9} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x-1}{\eta x} = \lim_{x \rightarrow 0} (2x-1) \frac{1}{\eta x} = -1 \cdot \infty$$



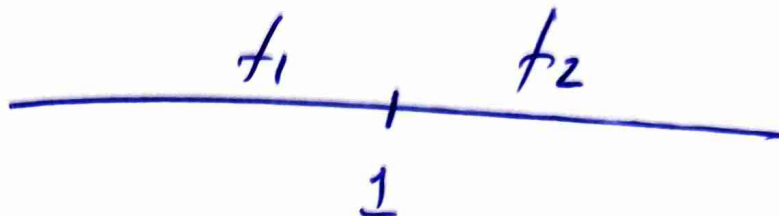
$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^-} (2x-1) \frac{1}{\eta x} = -1(-\infty) = +\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} (2x-1) \frac{1}{\eta x} = -1(+\infty) = -\infty$$

To opio sur unapxi

$$8. \textcircled{a} f(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1}, & x < 1 \\ \frac{2-x}{x^3-1}, & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$



$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} H(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} x \cdot \frac{1}{x-1} = 1 \cdot (-\infty) = -\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^+} H(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2-x}{x^3-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (2-x) \cdot \frac{1}{x^3-1} = +1 \cdot (+\infty) = +\infty$$

To oplo for unapx1,

$$10. \textcircled{a} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x^2-4} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{1}{x-2} = \frac{1}{4} \cdot \infty$$

x	2
x-2	- 0 +

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{1}{x-2} = \frac{1}{4} (-\infty) = -\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-1}{x+2} \cdot \frac{1}{x-2} = \frac{1}{4} (+\infty) = +\infty$$

To solve for $\lim_{x \rightarrow 2}$,

$$\textcircled{B} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x-5}{x^2-9} = \lim_{x \rightarrow 3} (2x-5) \cdot \frac{1}{x^2-9}$$

x	-3	3
x^2-9	+	-

$$= 1 \cdot \infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^-} (2x-5) \frac{1}{x^2-9} = 1 \cdot (-\infty) = -\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 3^+} (2x-5) \frac{1}{x^2-9} = 1 \cdot (+\infty) = +\infty$$

To opio du vaxx7

Evoluta
10

5. (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x) =$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$$

(S) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x^4 + x - 1) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (-5x^4) = -\infty$

(S2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-2x^5 + 3x - 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^5 = +\infty$

6. (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2 - x + 1}{x^3 + x + 1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5x^2}{x^3} =$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5}{x} = \frac{5}{-\infty} = 0$$

(S) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{x} = 1$

(?) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{4 + x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$

$$\textcircled{8} \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{1+x^2} + x \right) = (-\infty) + (-\infty) = \underline{\underline{-\infty}}$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow -\infty} x = -\infty$$

$$\bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{x^3}{1+x^2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3}{1+x^2} - \frac{x(1+x^2)}{1+x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\cancel{x^3} - x - \cancel{x^3}}{1+x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x}{x^2}$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x} = 0$$

8. (B) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{|x^3 - 2x + 3| + x - 1}{x^4 + 2x + 2}$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3 + 2x - 3 + x - 1}{x^4 + 2x + 2} =$$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^3}{x^4} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-1}{x}$$

$$= 0,$$

Επορας Μαθημα

Δωτφα 11:30 - 1 και 1 - 2:30.

Ενοτητα 3

(12)

(13) α γ

(14)

(15)

Ενοτητα 9

(9) ο λ η

≡ εκιατς

Στα Βασικα

Θαυραλ.

Ενοτητα 8

(9) δ ε

(13) ζ η θ

Ενοτητα 10

(5) α γ ε

(6) α γ ε ζ η

(7) α β γ

(8) α .