

Προετοιμασία

για το

Διαγώνισμα

9 / 11 / 25

Θεωρία

1. Σελ 31 Γνωσιν αυταυα.
2. Σελ 32 Γνωσιν φθιναντα.
3. Σελ 33 Ολιω αλαχιστω.
4. Σελ 33 Ολιω παχιστω
5. Σελ 35 Αρτω
6. Σελ 36 περλεττω
7. Σελ 56 Πινκαλ βασικω γυνων
8. Σελ 60 Αποδελω $u^2\omega + \alpha u^2\omega = 1$

Άσκηση 1

Να λυθεί το σύστημα.

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{3} = 4 - \frac{y+2}{4} \\ \frac{x+3}{2} - 3 = \frac{x-y}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 4(2x-1) = 48 - 3(y+2) \\ 3(x+3) - 18 = 2(x-y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8x - 4 = 48 - 3y - 6 \\ 3x + 9 - 18 = 2x - 2y \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8x + 3y = 46 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$
$$\Rightarrow \boxed{x = 9 - 2y}$$

$$8(9 - 2y) + 3y = 46$$

$$72 - 16y + 3y = 46$$

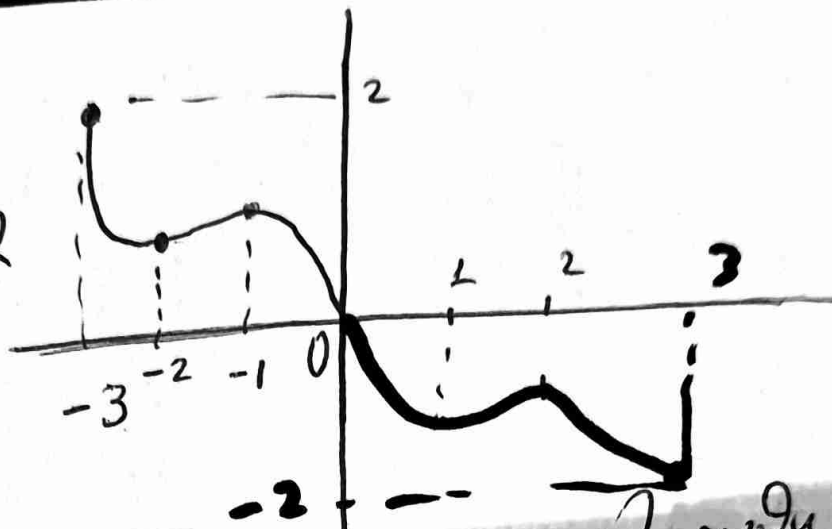
$$26 = 13y$$

$$\boxed{y = 2} \quad \boxed{x = 5}$$

Ασκηση 2

f περιττή

$$f: [-3, \varphi+8] \rightarrow \mathbb{R}$$



1. Να βρεθεί το φ και να συμπληρωθεί το σχήμα

Αφού f περιττή $\Rightarrow \varphi+8 = 3$

$$\underline{\underline{\varphi = -5}}$$

2. Μονotonia - ακρότατα

f γν. αύξουσα $[-2, -1]$ και $[1, 2]$.

f γν. φθίνουσα $[-3, -2]$ και $[-1, 1]$ και $[2, 3]$,

$A(-3, 2)$ Ο.Μ

$B(3, -2)$ Ο.Ε

-3: θέση μεγίστου

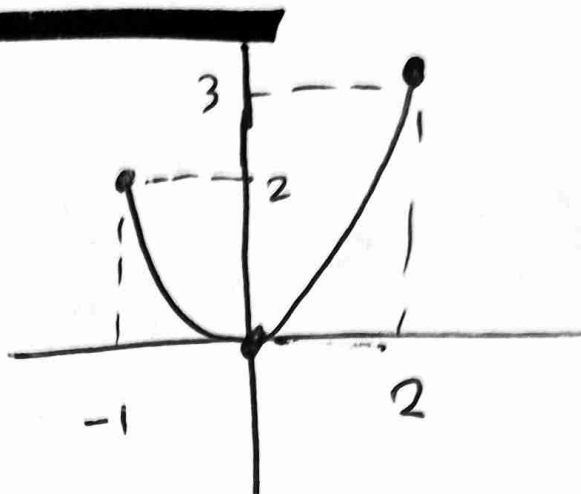
2: θέση τιμ

3: θέση ελάχιστου

-2: θέση τιμ

Άσκηση 3

Δίνεται η γραφική
παράσταση της $f(x)$



1. Νδσ $f(1) > 0$

$$1 > 0 \Rightarrow f(1) > f(0)$$

$$\underline{\underline{f(1) > 0}}$$

2. Νδσ $f\left(\frac{1}{2026}\right) - 3 < 0$

$$\frac{1}{2026} < 2 \Rightarrow f\left(\frac{1}{2026}\right) < f(2)$$

$$f\left(\frac{1}{2026}\right) < 3$$

$$f\left(\frac{1}{2026}\right) - 3 < 0$$

3.

napastwini

$$A = \frac{f(-0,34) - f(-0,1)}{2 - f(0,01)} > 0$$

$$\bullet \quad -0,34 < -0,1$$

fd

$$f(-0,34) > f(-0,1)$$

$$f(-0,34) - f(-0,1) > 0.$$

$$\bullet -1 < -0,01$$

f ↓

$$f(-1) > f(-0,01)$$

$$2 \rightarrow f(-0,01)$$

$$2 - f(-0,01) > 0$$

Άσκηση 4

Δίνεται η $f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + x^2$

1. Πεδίο ορισμού

Πρέπει $x \geq 0$ και $x \neq 0$

Άρα $A_f = (0, +\infty)$.

2. Μονοτονία Συναρτήσεων

$$\bullet x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$$

$$\bullet x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Rightarrow -\frac{1}{x_1} < -\frac{1}{x_2}$$

$$\bullet x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$$

(+)

$$\underbrace{\sqrt{x_1} - \frac{1}{x_1} + x_1^2}_{f(x_1)} < \underbrace{\sqrt{x_2} - \frac{1}{x_2} + x_2^2}_{f(x_2)}$$

$f \nearrow$

3. На $\mathbb{R}$ и ω и ω .

$$f(x-1) < \underline{1}$$

$$f(x-1) < f(1)$$

$f \nearrow$

$$x-1 < 1$$

$$\underline{\underline{x < 2}}$$

Проблемы с ω

$$A_f = (0, +\infty)$$

$$\text{Прим } x-1 > 0$$

$$\underline{\underline{x > 1}}$$

$$A_{p_0} \quad x \in (1, 2).$$

$$\sum_{x \in \mathbb{R}} x$$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow -x_1 > -x_2$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$, x_1, x_2 ομοσημα.

• $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 > x_2^2$ αν x_1, x_2 αρνητικοί

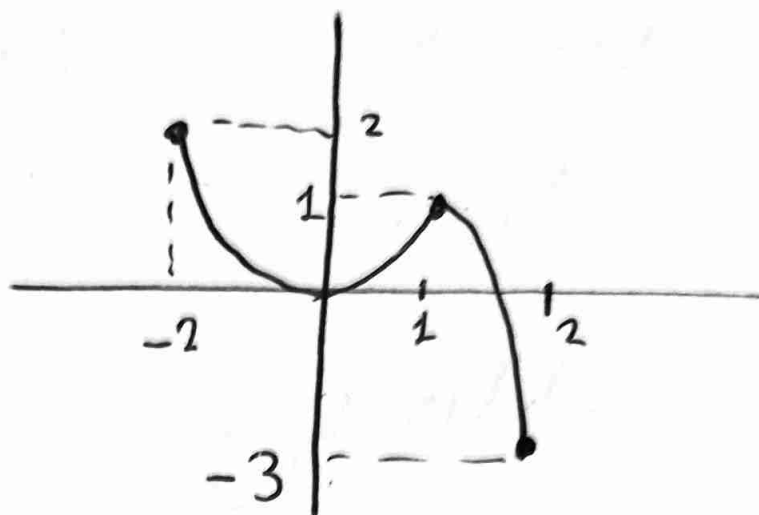
Άσκηση 5

1. Πεδίο ορισμού

$$A_f = [-2, 2]$$

2. Σύνολο Τιμών.

$$f(A_f) = [-3, 2]$$



3. Πληθος ριζων των εξισωσεων.

i) $f(x) = 0$ 2 ριζες.

ii) $f(x) = -2$ 1 ριξη.

iii) $f(x) = 1$ 2 ριζες.

iv) $f(x) = 2026$ 0 ριζες.

$$v) \quad f(x) = k$$

$$A \vee \quad k < -3 \quad 0 \text{ პიტა}$$

$$A \vee \quad -3 \leq k < 0 \quad 1 \text{ პიტა,}$$

$$A \vee \quad k = 0 \quad 2 \text{ პიტა.}$$

$$A \vee \quad 0 < k < 1 \quad 3 \text{ პიტა}$$

$$A \vee \quad k = 1 \quad 2 \text{ პიტა}$$

$$A \vee \quad 1 < k \leq 2 \quad 1 \text{ პიტა.}$$

$$A \vee \quad k > 2 \quad 0 \text{ პიტა.}$$

Άσκηση 6

(α) Νδo η $f(x) = x^2 - 6x + 10$ παρουσιάζει
ελάχιστο για $x = 3$

Άρκu νδo $f(x) \geq f(3)$

$$x^2 - 6x + 10 \geq 1$$

$$x^2 - 6x + 9 \geq 0$$

$$(x-3)^2 \geq 0$$



(β) Νδo η $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ παρουσιάζει

μoγιστο για $x = 1$

Άρκu νδo $f(x) \leq f(1)$

$$\frac{2x}{x^2+1} \leq 1$$

$$\Rightarrow 2x \leq x^2 + 1$$

$$0 \leq x^2 - 2x + 1$$

$$0 \leq (x-1)^2 \quad \checkmark$$