1η Βασική Άσκηση

Έστω ότι $1 < \alpha < 2$

1. 2α

- $1 < \alpha < 2 \Rightarrow 2 < 2\alpha < 4$

2. -3α

- $1 < \alpha < 2 \Rightarrow -3 > -3\alpha > -6$

3. $3\alpha^2$

- $1 < \alpha < 2 \Rightarrow 1^2 < \alpha^2 < 2^2$

$1 < \alpha^2 < 4$

$3 < 3\alpha^2 < 12$

4. $1 - a^3$

- $1 < a < 2 \Rightarrow 1^3 < a^3 < 2^3 \Rightarrow 1 < a^3 < 8$

$$-1 > -a^3 > -8$$

$$1 - 1 > 1 - a^3 > 1 - 8$$

$$0 > 1 - a^3 > -7$$

5. $-\frac{3}{a}$

- $1 < a < 2 \Rightarrow 1 > \frac{1}{a} > \frac{1}{2} \Rightarrow 3 > \frac{3}{a} > \frac{3}{2}$

$$\Rightarrow -3 < -\frac{3}{a} < -\frac{3}{2}$$

6. $(a+2)^2 - \frac{2}{a}$

- $1 < a < 2 \Rightarrow 1+2 < a+2 < 2+2$

$3 < a+2 < 4$

$\boxed{9 < (a+2)^2 < 16}$

- $1 < a < 2 \Rightarrow \frac{1}{1} > \frac{1}{a} > \frac{1}{2} \Rightarrow 2 > \frac{2}{a} > \frac{2}{2}$

$2 > \frac{2}{a} > 1 \Rightarrow \boxed{-2 < -\frac{2}{a} < -1}$

$+$

$7 < (a+2)^2 - \frac{2}{a} < 15$

7. Прогоки $\in \delta\omega$

$3a - a^2$

- $1 < a < 2 \Rightarrow 3 < 3a < 6 \Rightarrow 6 > 3a > 3$ (+)
- $1 < a < 2 \Rightarrow 1 < a^2 < 4 \Rightarrow -1 > -a^2 > -4$

$5 > 3a - a^2 > -1$

2η Βασική Άσκηση

Έστω $1<\alpha<2$ και $2<\beta<3$

1. $\alpha+\beta$

- $1<\alpha<2$
- $2<\beta<3$

$\Big\}\oplus$ $\quad 3<\alpha+\beta<5$

2. $2\alpha+3\beta$

- $1<\alpha<2 \Rightarrow 2<2\alpha<4$
- $2<\beta<3 \Rightarrow 6<3\beta<9$

$\Big\}\oplus$

$$8<2\alpha+3\beta<13$$

3. $\alpha - \beta$

- $1 < \alpha < 2 \Rightarrow 2 > a > 1$ (+)
- $2 < \beta < 3 \Rightarrow -2 > -\beta > -3$

$$0 > \alpha - \beta > -2$$

4. $\alpha\beta$

- $1 < \alpha < 2$
- $2 < \beta < 3$

$\Big\}\odot$ $2 < \alpha\beta < 6$

5. $\frac{\alpha}{\beta}$

- $1 < \alpha < 2 \Rightarrow 2 > \alpha > 1$
- $2 < \beta < 3 \Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{\beta} > \frac{1}{3}$

$\Big\}\odot$

$$1 > \frac{\alpha}{\beta} > \frac{1}{3}$$

6. $B^2 - \alpha B$

- $2 < B < 3 \Rightarrow 4 < B^2 < 9$

- $2 < B < 3$
- $1 < \alpha < 2$

$\Big\} \; 2 < \alpha B < 6$

$-2 > -\alpha B > -6$

$-6 < -\alpha B < -2$ (+)

$-2 < B^2 - \alpha B < 7$

7. $\frac{a}{B} - \frac{B}{a}$

- $1 < a < 2 \Rightarrow 2 > a > 1$
- $2 < B < 3 \Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{B} > \frac{1}{3}$

$\Big\} \; 1 > \frac{a}{B} > \frac{1}{3}$

- $1 < a < 2 \Rightarrow 1 > \frac{1}{a} > \frac{1}{2}$
- $2 < B < 3 \Rightarrow 2 > B > 3$

$\Big\} \; 2 > \frac{B}{a} > \frac{3}{2}$

$-2 < -\frac{B}{a} < -\frac{3}{2}$

$\oplus$

$-\frac{3}{2} > -\frac{B}{a} > -2$

$1 - \frac{3}{2} > \frac{a}{B} - \frac{B}{a} > \frac{1}{3} - 2$

$-\frac{1}{2} > \frac{a}{B} - \frac{B}{a} > -\frac{5}{3}$

34. $1 < \alpha < 3$
$-4 < \beta < -2$

Ενότητα 7

(α) $\alpha - \beta$

- $1 < \alpha < 3$ $\Rightarrow$ $3 > \alpha > 1$ } (+)
- $-4 < \beta < -2$ $\Rightarrow$ $4 > -\beta > 2$

$7 > \alpha - \beta > 3$

(β) $\alpha\beta$

- $1 < \alpha < 3$ $\Rightarrow$ $3 > \alpha > 1$ } (·)
- $-4 < \beta < -2$ $\Rightarrow$ $4 > -\beta > 2$

$12 > -\alpha\beta > 2$

$-12 < \alpha\beta < -2$

(γ) $\frac{\alpha}{\beta}$

- $1 < \alpha < 3 \Rightarrow 3 > \alpha > 1$
- $-4 < \beta < -2 \Rightarrow -\frac{1}{4} > \frac{1}{\beta} > -\frac{1}{2}$

$$-\frac{3}{4} > \frac{\alpha}{\beta} > -\frac{1}{2}$$

(δ) $\alpha^2 + \beta^2$

- $1 < \alpha < 3 \Rightarrow 1 < \alpha^2 < 9 \Rightarrow 9 > \alpha^2 > 1$
- $-4 < \beta < -2 \Rightarrow 16 > \beta^2 > 4$

$\oplus$

$$25 > \alpha^2 + \beta^2 > 5$$

(E) $\frac{a}{a+1}$

- $1 < a < 3 \Rightarrow 3 > a > 1$

- $1 < a < 3 \Rightarrow 2 < a+1 < 4$

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{a+1} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{2} > \frac{a}{a+1} > \frac{1}{4}$$

Διαστήματα

- $a \leq x \leq b \iff x \in [a, b]$
- $a < x < b \iff x \in (a, b)$
- $a \leq x < b \iff x \in [a, b)$
- $x \leq a \iff x \in (-\infty, a]$
- $x > a \iff x \in (a, +\infty)$.

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος : 8/10/26 Πεμπτη.

Ώρα μαθήματος : 19:00.

Ασκήσεις

Ενότητα 7

8) 15)

11) 3)

12) 35)

13) 36)

14)

παρατηρήσεις