9. (ε) $-1 < \frac{x}{2} - 1 \leq 0$

$-2 < x - 2 \leq 0$

$2 - 2 < x \leq 2$

$0 < x \leq 2$

(52) $-1 < 1 - \frac{2x}{3} < 3$

$-3 < 3 - 2x < 9$

$-6 < -2x < 6$

$3 > x > -3$

8. Αν $2<x<3$

Εφαρμογή 7

(α) $x+1$

• $2<x<3 \Rightarrow \boxed{3<x+1<4}$

(β) $2x-3$

• $2<x<3 \Rightarrow 4<2x<6$

$$\boxed{1<2x-3<3}$$

(γ) $-3x+1$

• $2<x<3 \Rightarrow -6>-3x>-9$

$$\boxed{-5>1-3x>-8}$$

(δ) $2-x$

• $2<x<3 \Rightarrow -2>-x>-6$

$$\boxed{0>2-x>-4}$$

(ε) $\frac{x}{3} - 1$

- $2 < x < 3 \Rightarrow \frac{2}{3} < \frac{x}{3} < 1$

$$\frac{2}{3} - 1 < \frac{x}{3} - 1 < 0$$

$$\boxed{-\frac{1}{3} < \frac{x}{3} - 1 < 0}$$

(στ) $\frac{2}{x}$

- $2 < x < 3 \Rightarrow \frac{1}{2} > \frac{1}{x} > \frac{1}{3}$

$$\frac{2}{2} > \frac{2}{x} > \frac{2}{3}$$

$$\boxed{1 > \frac{2}{x} > \frac{2}{3}}$$

11. Αν $1 < x \leq 3$ και $2 \leq y < 5$

(α) $x+y$

- $1 < x \leq 3$
- $2 \leq y < 5$

} ⊕ $3 < x+y < 8$

(β) $x \cdot y$

- $1 < x \leq 3$
- $2 \leq y < 5$

} ⊙ $2 < xy < 15$

(γ) $2x+y$

- $1 < x \leq 3 \Rightarrow 2 < 2x \leq 6$
- $2 \leq y < 5$

⊕

$4 < 2x+y < 11$

(δ) $x-3y$

- $1 < x \leq 3 \Rightarrow 3 \geq x > 1$
- $2 \leq y < 5 \Rightarrow -6 \geq -3y > -15$

(+)

$$-3 \geq x-3y > -14$$

(ος) $\frac{x}{y}$

- $1 < x \leq 3 \Rightarrow 3 \geq x > 1$
- $2 \leq y < 5 \Rightarrow \frac{1}{2} \geq \frac{1}{y} > \frac{1}{5}$

(·)

$$\frac{3}{2} \geq \frac{x}{y} > \frac{1}{5}$$

(ε) $x-y$

- $1 < x \leq 3 \Rightarrow 3 > x > 1$
- $2 \leq y < 5 \Rightarrow -2 \geq -y > -5$

(+)

$$1 > x-y > -4$$

12. ① $1 - \frac{4}{x^2}$

• $1 < x < 2 \Rightarrow 1 < x^2 < 4$

$1 > \frac{1}{x^2} > \frac{1}{4}$

$-4 < -\frac{4}{x^2} < -1$

$-3 < 1 - \frac{4}{x^2} < 0$

---

⑧ $(x+1)^2 - 2$

• $1 < x < 2 \Rightarrow 2 < x+1 < 3$

$4 < (x+1)^2 < 9$

$2 < (x+1)^2 - 2 < 7$

---

13. (52) x^2+y^3

- $2 \le x \le 3 \Rightarrow 2^2 \le x^2 \le 3^2$

$4 \le x^2 \le 9$

- $1 \le y \le 2 \Rightarrow 1^3 \le y^3 \le 2^3$

$1 \le y^3 \le 8$

(+)

$5 \le x^2+y^3 \le 17$

14. ⑤ $y^2 - xy$

- $2 < x \leq 3$
- $4 \leq y < 5$ $\Rightarrow$ $\boxed{16 \leq y^2 < 25}$

- $2 < x \leq 3$
- $4 \leq y < 5$

$\}$ ⊙ $8 < xy < 15$

$-8 > -xy > -15$

(+)

$\boxed{-15 < -xy < -8}$

$\underline{1} < y^2 - xy < 17$

Διαστήματα

- $a \leq x \leq b \iff x \in [a, b]$
- $a < x < b \iff x \in (a, b)$
- $a \leq x < b \iff x \in [a, b)$
- $x \leq a \iff x \in (-\infty, a]$
- $x > a \iff x \in (a, +\infty)$.

Βασική SOS Άσκηση

6. (B) $x^2+y^2-4x+2y+5=0$

$x^2-4x+4+y^2+2y+1=0$

$(x-2)^2+(y+1)^2=0$

$x-2=0$ $\qquad$ $y+1=0$

$x=2$ $\qquad$ $y=-1$

SOS ιδιότητα

$\alpha^2+\beta^2=0$

$\Leftrightarrow$

$\alpha=0$

$\beta=0$

7. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z=-14$

$x^2-6x+9+y^2+2y+1+z^2-4z+4=0$

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=0$

$x-3=0$ και $y+1=0$ και $z-2=0$

$x=3$ $\quad y=-1$ $\quad z=2$

6. (8) $x^2+4y^2-2x-4y+2\leq 0$

$x^2-2x+1+4y^2-4y+1\leq 0$

$(x-1)^2+(2y-1)^2\leq 0.$

$(x-1)^2+(2y-1)^2=0$

$x=1$ $\quad y=\frac{1}{2}$

34.

(α) $\alpha - \beta$

- $1 < \alpha < 3 \Rightarrow 3 > \alpha > 1$
- $-4 < \beta < -2 \Rightarrow 4 > -\beta > 2$

} (+)

$7 > \alpha - \beta > 3$

(β) $\alpha\beta$

- $1 < \alpha < 3 \Rightarrow 3 > \alpha > 1$
- $-4 < \beta < -2 \Rightarrow 4 > -\beta > 2$

} (·)

$12 > -\alpha\beta > 2$

$-12 < \alpha\beta < -2$

(γ) $\frac{\alpha}{\beta}$

$\frac{1}{4} < \frac{\alpha}{\beta} < \frac{3}{2}$

- $1 < \alpha < 3$
- $-4 < \beta < -2$

(·)

$\Rightarrow -\frac{1}{4} > -\frac{1}{\beta} > -\frac{1}{2}$

$\frac{1}{4} < \frac{1}{\beta} < \frac{1}{2}$

(δ) a^2+B^2

- $1 < a < 3 \Rightarrow 1 < a^2 < 9 \Rightarrow 9 > a^2 > 1$
- $-4 < B < -2 \Rightarrow 16 > B^2 > 4$

⊕

$$25 > a^2+B^2 > 5$$

(ε) $\dfrac{a}{a+1}$

- $1 < a < 3 \rightarrow 3 > a > 1$
- $1 < a < 3 \Rightarrow 2 < a+1 < 4$

⊙

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{a+1} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{3}{2} > \frac{a}{a+1} > 1$$

45. (α) Αν $\alpha > 0$ $\beta > 0$

να δ.ο $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} \geq 2$

$\alpha\beta \frac{\alpha}{\beta} + \alpha\beta \frac{\beta}{\alpha} \geq 2\alpha\beta$

$\alpha^2 + \beta^2 \geq 2\alpha\beta$

$\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 \geq 0 \Rightarrow (\alpha - \beta)^2 \geq 0$.

(β) Αν $x > 0$, $y > 0$, $z > 0$

να δ.ο $\frac{x+y}{z} + \frac{y+z}{x} + \frac{z+x}{y} \geq 6$.

$\frac{x}{z} + \frac{y}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} + \frac{x}{y} \geq 6$

$\frac{x}{z} + \frac{z}{x} + \frac{y}{z} + \frac{z}{y} + \frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 6$

Από προ ✓

$\frac{x}{z} + \frac{z}{x} \geq 2$

$\frac{y}{z} + \frac{z}{x} \geq 2$

$\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \geq 2$

} ⊕ ✓

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος : 6/10/26 Τρίτη

Ώρα μαθήματος : 20:00

Ασκήσεις

Ενότητα 7

6 α γ

15

18

26

27

28

33

35

36

παρατηρήσεις