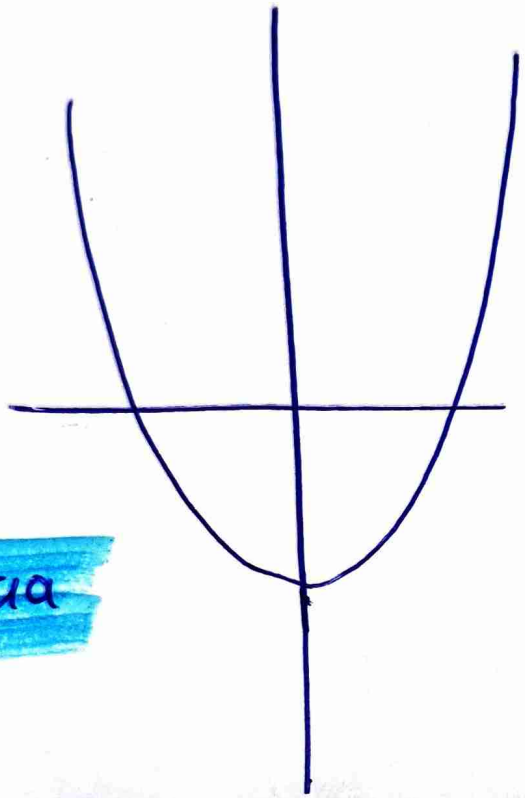
Συμμετρίες

Είναι συμμετρική ως προς τον y'y

1.

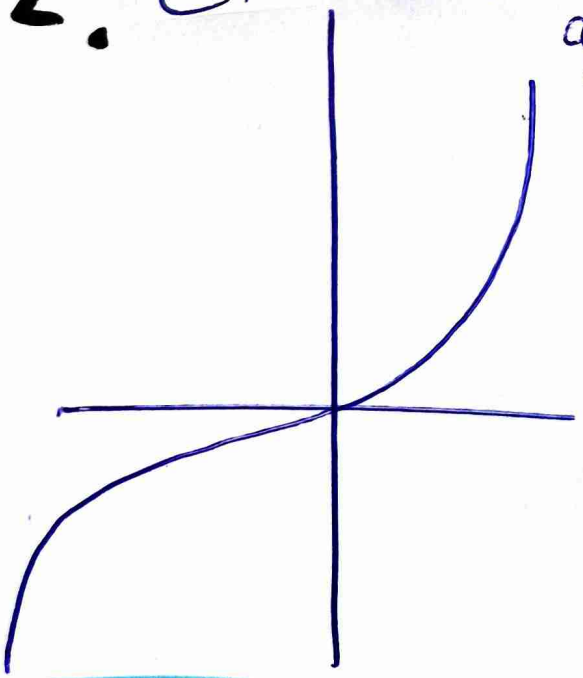


$f(-x) = f(x)$

$\forall x \in D_f$

Άρτια

2. Είναι συμμετρική ως προς την αρχή των αξόνων.



$f(-x) = -f(x)$

$\forall x \in D_f$.

Περιττή.

Βασική Άσκηση

1. $f(x) = x^2 + x^4$, $D_f = \mathbb{R}$

$$f(-x) = (-x)^2 + (-x)^4 = x^2 + x^4 = f(x)$$

$x \in D_f$

$-x \in D_f$

2. $f : [0,2] \longrightarrow \mathbb{R}$ $\quad f(x) = x^2$

$$f(-x) = (-x)^2 = x^2 = f(x)$$

Το $1 \in D_f$ αλλά το $-1 \notin D_f$

Δεν έχω συμμετρία δηλαδή

άρα όχι άρτια.

3. $f(x) = \frac{x^2}{x^2-1}$ $D_f = R - \{1, -1\}$

$$f(-x) = \frac{(-x)^2}{(-x)^2-1} = \frac{x^2}{x^2-1} = f(x)$$

Параграф от ОДЗ $x \in D_f$

или $-x \in D_f$.

4. $f(x) = \frac{x}{x^2-1}$ $D_f = R - \{1, -1\}$

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2-1} = \frac{-x}{x^2-1} = -\frac{x}{x^2-1}$$

$$= -f(x)$$

$x \in D_f$

$-x \in D_f$,

Нечетна.

5. $f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ $\quad D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

Το $1 \notin D_f$ αρα το $-1 \in D_f$.

αρα δεν εχω συμμετρια.

6. $f(x) = \dfrac{x+1}{|x|}$ $\quad D_f = \mathbb{R}^*$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{|-x|} = \frac{-x+1}{|x|} = -\frac{x-1}{|x|}$$

Δεν είναι ούτε

$x \in D_f$

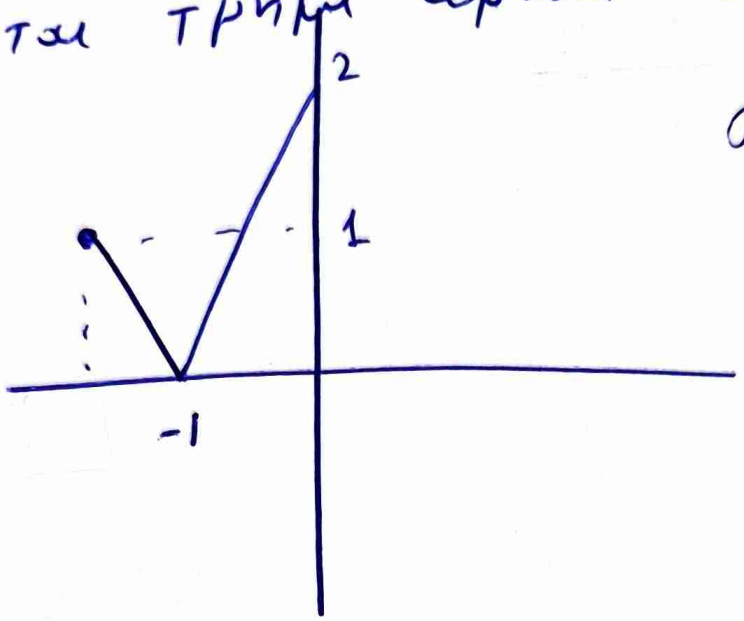
$-x \in D_f$

αρτια

ούτε περιττη

Βασικη Ασκηση - Σχημα

Δινεται τμημα αρτιας συναρτησης f : $[\alpha, 2] \to \mathbb{R}$

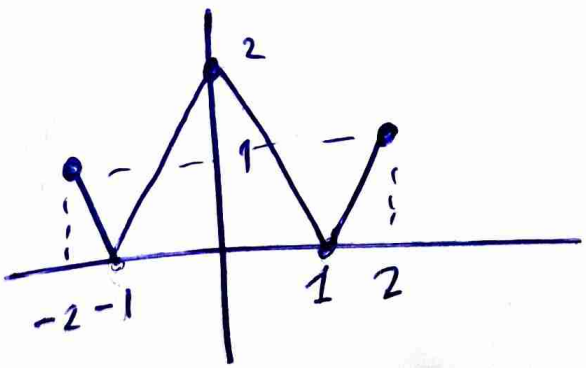


1. Βρες το α

Αφου f αρτια υπαρχει συμμετρικο πεδιο οριζω αρα $\alpha = -2$.

$f : [-2, 2] \to \mathbb{R}$.

2. Να συμπληρωθει το σχημα.



3. Μονοτονία – ακρότατα.

$f \nearrow$ $[-1, 0]$ και $[1, 2]$

$f \searrow$ $[-2, -1]$ και $[0, 1]$

Το $A(0, 2)$ ολικό Μέγιστο.

Μέγιστη τιμή: 2

Θέση μεγίστου: 0

Τα $B(-1, 0)$ και $\Gamma(1, 0)$

είναι ολικά ελάχιστα,

ελάχιστη Τιμή: 0

Θέσεις ελαχίστων: $1, -1$.

Βασικά SOS Ασκήσεις

Έστω $f(x) = \frac{(a-1)x}{x^2+1}$ η οποία διέρχεται από το $A(1,1)$

1. Να δείξετε ότι $a = 3$

$f(1) = 1$ άρα $f(1) = \frac{(a-1)\cdot 1}{1^2+1} = 1$

$\frac{a-1}{2} = 1 \Rightarrow a-1 = 2 \Rightarrow a = 3$

2. Να δείξετε ότι η f περιττή

$f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$, $D_f = \mathbb{R}$

$x \in D_f$
$-x \in D_f$

$f(-x) = \frac{2(-x)}{(-x)^2+1} = \frac{-2x}{x^2+1} = -f(x)$

Άρα περιττή.

3. Νδο η f(x) εχει μεγιστο το 1

Αρκει νδο $f(x) \leq 1$

$$\frac{2x}{x^2+1} \leq 1 \rightarrow 2x \leq x^2+1$$

$$0 \leq x^2-2x+1$$

$$0 \leq (x-1)^2$$ ✓

4. Νδο η f(x) εχει ελαχιστο στο -1

Αρκει νδο $f(x) \geq f(-1)$

$$\frac{2x}{x^2+1} \geq \frac{-2}{2} \Rightarrow \frac{2x}{x^2+1} \geq -1$$

$$2x \geq -x^2-1$$

$$x^2+2x+1 \geq 0 \rightarrow (x+1)^2 \geq 0$$ ✓

5. Να λυθεί η εξίσωση

$$f(x) - 1 = |\alpha|, \quad \alpha \neq 0$$

$$f(x) = |\alpha| + 1$$

- $|\alpha| > 0 \Rightarrow |\alpha| + 1 > 1$

Αδύνατη!

για $f(x) \leq 1 < |\alpha| + 1$

$f(x) < |\alpha| + 1$

6. Αν $f(\lambda)+f(\mu)=2$

Βρες λ,μ.

Γνωρίζω ότι

$f(x)\le 1$ $\forall x\in\mathbb{R}$

Το "=" επιτυγχάνεται

$x=1$

$f(\mu)\le 1$ Το "=" $\mu=1$

$\oplus$

$f(\lambda)\le 1$ Το "=" για $\lambda=1$

$f(\lambda)+f(\mu)\le 2$ Το "="

$\mu=1$ $\lambda=1$

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος : Παρασκευή 2/10/26.

Ώρα μαθήματος : 21:30.

Ασκήσεις

Ενότητα 7

1 7

2

3

4

5

6

παρατηρήσεις