Ενοτητα 13

B. Εστω $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ συνεχη

(α) $|f(x)| = x^2 + 5$

Ριζα $f(x)$

$f(x) = 0$

$|f(x)| = 0$

$x^2 + 5 = 0$

$x^2 = -5$

Αδυνατη!

$f(x) \neq 0$ και συνεχη.

Αρα $f(x) > 0$ ή $f(x) < 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$.

(β) Αφου $f(0) = 5$ $\Rightarrow$ $f(x) > 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$.

$$|\overset{+}{f(x)}| = x^2 + 5$$

$$f(x) = x^2 + 5$$

14. (α) $|f(x)| = 1$ και $f(0) = -1$

$\longrightarrow$ $f(x) = -1$

Ρίζα $f(x)$

$f(x) = 0$
$|f(x)| = 0$
$1 = 0$
Άτοπο!

$f(x) \neq 0$ και συνεχής
$\Rightarrow f(x) > 0$ ή $f(x) < 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$.
$f(0) = -1 \Rightarrow f(x) < 0$

(γ) $f^2(x) = x^2 + 4$, $f(1) = \sqrt{5}$.

$f^2(x) = \sqrt{x^2+4}^{\,2}$

$|f(x)| = |\sqrt{x^2+4}|$

$|f(x)| = \sqrt{x^2+4}$ $\longrightarrow$ $f(x) = \sqrt{x^2+4}$,

Ρίζα $f(x)$

$f(x) = 0$
$|f(x)| = 0$
$\sqrt{x^2+4} = 0$
Αδύνατη

$f(x) \neq 0$ και συνεχής
$f(x) > 0$ ή $f(x) < 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$
$f(1) = \sqrt{5} \Rightarrow f(x) > 0$

15. ⓐ $f^2(x) = e^{2x} + 2e^x + 1$

$$f^2(x) = (e^x+1)^2$$

$$|f(x)| = |\overset{\oplus}{e^x+1}|$$

$$|\overset{\oplus}{f(x)}| = e^x + 1$$

P.I.d $f(x)$

$f(x) = 0$

$|f(x)| = 0$

$e^x + 1 = 0$

סתירה

$f(x) \neq 0$ וכן רציפה

$\Rightarrow f(x) > 0$ או $f(x) < 0$ $\forall x \in \mathbb{R}$.

$f(0) = 2$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) > 0}}$

$$\underline{\underline{f(x) = e^x + 1}}$$

17. (a) $f^2(x) = 4x\,f(x) + 4$, $f(0) = 2$

$$f^2(x) - 4x\,f(x) = 4$$

$$f^2(x) - 4x\,f(x) + 4x^2 = 4 + 4x^2$$

$$\left(f(x) - 2x\right)^2 = \sqrt{4+4x^2}^{\,2}$$

$$\left|f(x) - 2x\right| = \left|\sqrt{4+4x^2}\right|$$

$$|g(x)| = 2\sqrt{1+x^2}$$

Ρίζα $g(x)$

$g(x) = 0$

$|g(x)| = 0$

$2\sqrt{1+x^2} = 0$

Άτοπο

$g(x) \neq 0$ και συνεχ.

$g(x) > 0$ ή $g(x) < 0$

$g(0) = f(0) - 2\cdot 0 = 2$

$g(x) > 0$

$$g(x) = 2\sqrt{1+x^2}$$

$$f(x) - 2x = 2\sqrt{1+x^2}$$

$$f(x) = 2\sqrt{1+x^2} + 2x$$

(γ) $f^2(x) - 2f(x) = 0$ $\qquad f(2) = 2$

$f^2(x) - 2f(x) + 1 = 1$

$(f(x) - 1)^2 = 1^2$

$|f(x) - 1| = |1|$

$|g(x)| = 1$

$\underline{\text{Ρίζα } g(x)}$

$g(x) = 0$

$|g(x)| = 0$

$1 = 0$

Άτοπο!

$g(x) \neq 0$ και συνεχής

$g(x) > 0$ ή $g(x) < 0$

$g(2) = f(2) - 1 = 2 - 1 = 1$

$g(2) = 1$

$\underline{g(x) > 0}$

$|g(x)| = 1$

$g(x) = 1$

$f(x) - 1 = 1$

$\underline{f(x) = 2}$

19. ⓐ $f^2(x) = x + 2f(x)$ $\quad \forall x \geq -1 \quad f(0)=2$

$$f^2(x) - 2f(x) + 1 = 1 + x$$

$$\left(f(x)-1\right)^2 = \sqrt{x+1}^{\,2}$$

$$|f(x)-1| = |\overset{+}{\sqrt{x+1}}|$$

$$|\overset{+}{h(x)}| = \sqrt{x+1}$$

P,T,I $h(x)$

$h(x) = 0$

$|h(x)| = 0$

$\sqrt{x+1} = 0$

$\boxed{x = -1}$

x		-1	
$h(x)$	////	0	$+$

$f(0)=2$

$h(0) = f(0) - 1 = 2 - 1 = 1$

$h(x) = \sqrt{x+1}$

$f(x) - 1 = \sqrt{x+1}$

$f(x) = \sqrt{x+1} + 1$

20. ⓐ $|\overset{+}{f(x)}| = 1 - x^2$ $\qquad x \in [-1, 1]$

$f(0) = 1$

Ρίζα $f(x)$

$f(x) = 0$

$|f(x)| = 0$

$1 - x^2 = 0$

$x = \pm 1$

x		-1		1	
$f(x)$	///	0	+	0	///

$f(0) = 1$

$f(x) = 1 - x^2$

21. $f^2(x) + 2x^2 = 2x f(x) + 1 \quad \forall x \in [-1, 1]$

$f(0) = 1$

$$f^2(x) - 2x f(x) + x^2 = x^2 - 2x^2 + 1$$

$$(f(x) - x)^2 = 1 - x^2$$

$$(f(x) - x)^2 = \sqrt{1 - x^2}^{\,2}$$

$$|f(x) - x| = |\sqrt{1 - x^2}|$$

$$|h(x)| = \sqrt{1 - x^2}$$

$h(x) = \sqrt{1 - x^2}$

$f(x) - x = \sqrt{1 - x^2}$

$f(x) = \sqrt{1 - x^2} + x$

P,71 $h(x)$

$h(x) = 0$

$|h(x)| = 0$

$\sqrt{1 - x^2} = 0$

$x = 1 \qquad x = -1$

x		-1		1	
$h(x)$	///	0	+	0	///

$h(0) = f(0) - 0 = 1$

22. $x^2 + f^2(x) = 4$ $\qquad x \in [-2, 2]$

(α)

$$f^2(x) = 4 - x^2$$

$$f^2(x) = \sqrt{4-x^2}^{\,2}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$|f(x)| = |\sqrt{4-x^2}|$$

$$|f(x)| = \sqrt{4-x^2}$$

ρίζα $f(x)$

$$f(x) = 0$$

$$|f(x)| = 0$$

$$\sqrt{4-x^2} = 0$$

$$4 - x^2 = 0$$

$$x = 2 \qquad x = -2$$

(β)

x		-2		2	
$f(x)$	///		;		//

αφού η f ορίζεται μόνο στο $[-2,2]$ και συνεχής, και οι -2, 2 διαδοχικές ρίζες η f διατηρεί σταθερό πρόσημο $[-2,2]$

(γ) $|f(x)| = \sqrt{4-x^2}$

$f(x) = \sqrt{4-x^2}$ ή $f(x) = -\sqrt{4-x^2}$

(δ) Αν $f(1) = -\sqrt{3}$

$\rightarrow f(x) = -\sqrt{4-x^2}$

23. 0 $f^2(x) = x^2 - 4x + 4$

$$f^2(x) = (x-2)^2$$

$$|f(x)| = |x-2|$$

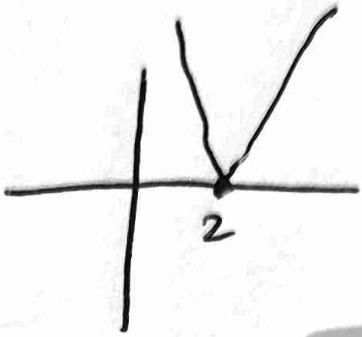
P.T.J $f(x)$

$f(x) = 0$

$|f(x)| = 0$

$|x-2| = 0$

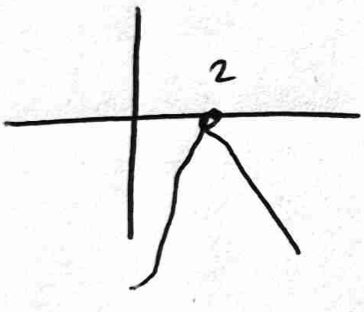
$\underline{\underline{x = 2}}$

1. 

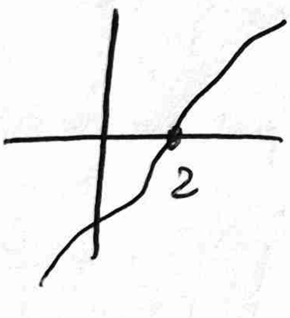
$|\overset{+}{f(x)}| = |x-2|$

$f(x) = |x-2|$

$$f(x) = \begin{cases} 2-x, & x<2 \\ x-2, & x \geq 2 \end{cases}$$

2. 

$$f(x) = \begin{cases} x-2, & x<2 \\ 2-x, & x \geq 2 \end{cases}$$

3. 

$x < 2$

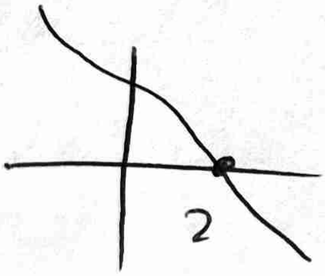
$|\overset{-}{f(x)}| = |\overset{-}{x-2}|$

$f(x) = x-2$

$x \geq 2$

$|\overset{+}{f(x)}| = |\overset{+}{x-2}|$

$f(x) = x-2$

4. 

$f(x) = 2-x$

25. $f(x) \neq e^x$, συνεχής.

$$\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{f(x)-e^x} \qquad (-1,1)$$

$$\underbrace{x\left(f(x)-e^x\right) - \left(x^2-1\right)}_{g(x)} = 0$$

Η $g(x)$ συνεχής $[-1,1]$ ως π.σ.σ

$$g(-1) = -\left(f(-1)-e^{-1}\right) = \frac{1}{e} - f(-1) = -h(-1)$$

$$g(1) = f(1) - e = h(1)$$

Αφού $f(x) \neq e^x \Rightarrow \underbrace{f(x)-e^x}_{h(x)} \neq 0 \Rightarrow h(x) \neq 0$

και συνεχής $\Rightarrow h(x) > 0$ ή $h(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow h(1)$ και $h(-1)$ ομόσημα $\Rightarrow h(1)h(-1) > 0$

$g(-1)g(1) = -\underbrace{h(-1)h(1)}_{+} < 0$ Bolzano $\exists\, \xi$ τ.ω $g(\xi) = 0$

26. $e^{f(x)} + 2x = e^{-f(x)}$ $\quad$ (*)

$e^{2f(x)} + 2xe^{f(x)} = 1$

$e^{2f(x)} + 2xe^{f(x)} + x^2 = x^2+1$

$\left(e^{f(x)} + x^2\right)^2 = \sqrt{x^2+1}^{\,2}$

$|g(x)| = \left|\overset{(+)}{\sqrt{x^2+1}}\right|$

$|g(x)| \overset{(+)}{=} \sqrt{x^2+1} \Rightarrow e^{f(x)} + x^2 = \sqrt{x^2+1}$

$e^{f(x)} = \sqrt{x^2+1} - x^2$

$f(x) = \ln\left(\sqrt{x^2+1} - x^2\right)$

P,Π $g(x)$

$g(x) = 0$

$|g(x)| = 0$

$\sqrt{x^2+1} = 0$

Άτοπο!

$g(x) \neq 0$ και συνεχ.

$g(x) > 0$ ή $g(x) < 0$

$g(0) = e^{f(0)} + 0^2 = 1$

$g(x) > 0$

(*) $x = 0$

$e^{2f(0)} = 1 \Rightarrow 2f(0) = 0 \Rightarrow f(0) = 0$

Ενοτητα 14

6. $f:[-1,3]\to\mathbb{R}$ συνεχής και $f\downarrow$

ΝΔΟ $\exists!\ x_0\in(-1,3)$ τ.ω

$$6f(x_0)=2f(-1)+f(0)+3f(3)$$

Αφού η f συνεχής $[-1,3]$

ΘΜΕΤ $\quad m\le f(x)\le M \quad \forall x\in[-1,3]$

$$\left.\begin{aligned} m\le f(-1)\le M &\Rightarrow 2m\le 2f(-1)\le 2M\\ m\le f(0)\le M &\Rightarrow m\le f(0)\le M\\ m\le f(3)\le M &\Rightarrow 3m\le 3f(3)\le 3M\end{aligned}\right\} (+)$$

$$6m\le 2f(-1)+f(0)+3f(3)\le 6M$$

$$m\le \frac{2f(-1)+f(0)+3f(3)}{6}\le M.$$

Ο αριθμος $\dfrac{2f(-1)+f(0)+3f(3)}{6}$

ανηκει στο συνολο τιμων

της $f(x)$

αρα $\exists!\, x_0 \in [-1,3]$

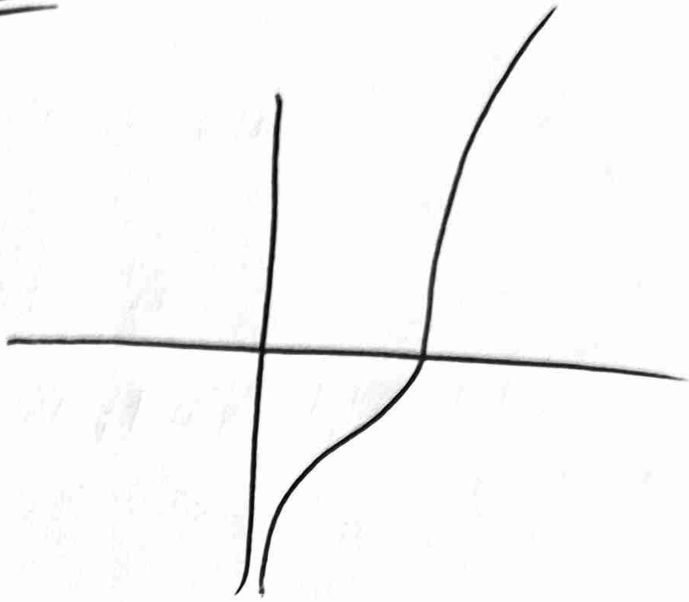
τ.ω $f(x_0) = \dfrac{2f(-1)+f(0)+3f(3)}{6}$

$$6f(x_0) = 2f(-1)+f(0)+3f(3)$$

Η μοναδικοτητα προκυπτει

απο τη μονοτονια.

15. (α) $f(x) = x + \ln x \quad , \underline{\underline{x>0}}$



$$\underbrace{x_1 < x_2 \Rightarrow \ln x_1 < \ln x_1}$$

$f \nearrow$

x	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	$+\infty$

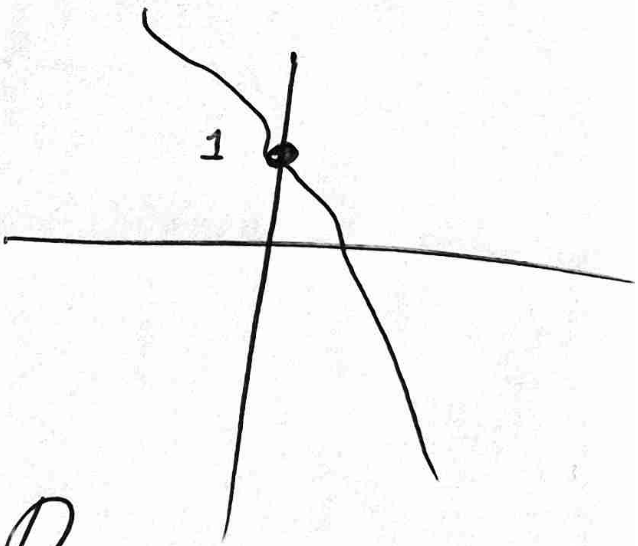
$\bullet \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} (x+\ln x) = -\infty$

$\bullet \lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} (x+\ln x) = +\infty$

$\Sigma T_f = \mathbb{R}.$

16. (α) $f(x) = e^{-x} - x \quad , x \in \mathbb{R}.$

$$\left.\begin{array}{l} x_1 < x_2 \Rightarrow e^{-x_1} > e^{-x_2} \\ \\ x_1 < x_2 \Rightarrow -x_1 > -x_2 \end{array}\right\} \oplus \quad f \searrow.$$



x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty \searrow$	$-\infty$

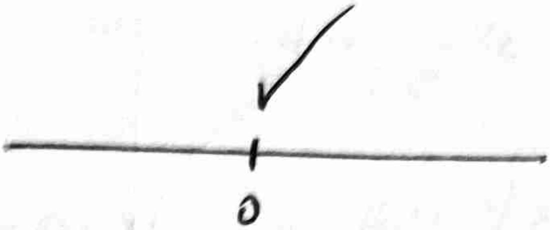
$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = -\infty$

$\Sigma T_f = \mathbb{R}.$

20. $f(x) = \begin{cases} x+e^x, & x \le 0 \\ e^{-x} - \ln(x+1), & x > 0 \end{cases}$

Δ1 Ν.δ.ο. η f συνεχής.



$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} (x+e^x) = 1$

$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} e^{-x} - \ln(x+1) = 1$

$\Rightarrow \lim_{x\to 0} f(x) = 1$ Επίσης $f(0) = 1$

Άρα συνεχής στο 0.

Η f συνεχής $(-\infty, 0)$ και $(0, +\infty)$

ως π.σ.σ.

Άρα συνεχής στο $\mathbb{R}$.

B

$x \le 0$ | $x > 0$

$f_1(x) = x + e^x$

$f_2(x) = e^{-x} - \ln(x+1)$

$\bullet\ \underbrace{x_1 < x_2 \Rightarrow e^{x_1} < e^{x_2}}_{f(x_1) < f(x_2)}$

$f \nearrow$

$\bullet\ x_1 < x_2 \Rightarrow -x_1 > -x_2$

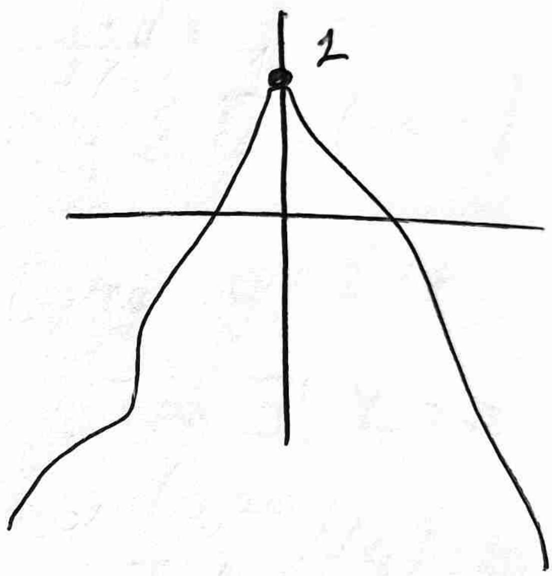
$e^{-x_1} > e^{-x_2}$

$\bullet\ x_1 < x_2 \Rightarrow -\ln(x_1+1) >$

$-\ln(x_2+1)$

$f \searrow$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	1	$\searrow -\infty$



$\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} (x + e^x) = -\infty$

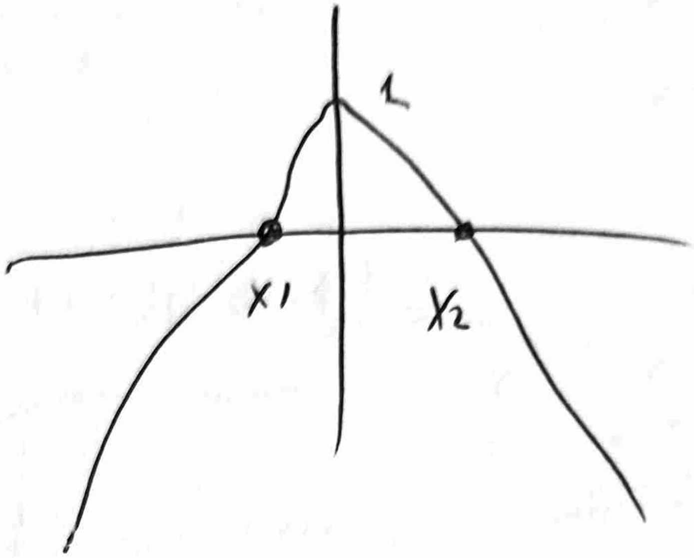
$f(0) = 1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} e^{-x} - \ln(x+1) = e^{-\infty} - \ln(+\infty)$

$= 0 - (+\infty) = -\infty$

$\{ T_f = (-\infty, 1]$.

① Νδο έχει 2 ετερόσημες ρίζες ακριβώς



$\underline{x<0}$

- f συνεχής
- $f \nearrow$
- $\Sigma T f = (-\infty, 1]$

το $0 \in \Sigma T f$

άρα $\exists !\, x_1 < 0$

τ.ω $f(x_1) = 0$.

$\underline{x \geq 0}$

- f συνεχής
- $f \searrow$
- $\Sigma T f = (-\infty, 1]$

το $0 \in \Sigma T f$

άρα $\exists !\, x_2 > 0$

τ.ω $f(x_2) = 0$

(5) $\dfrac{f(a)-1}{x-1} + \dfrac{f(B)-1}{x-2} = 0$ $\qquad (1,2)$

$a, B \in \mathbb{R}^*$

$$\underbrace{(x-2)\big(f(a)-1\big) + (x-1)\big(f(B)-1\big)}_{h(x)} = 0$$

ΣΤ+

$f(x) \le 1$

$h(1) = 1 - f(a) > 0$ $\qquad f(a) < 1$

$0 < 1 - f(a)$

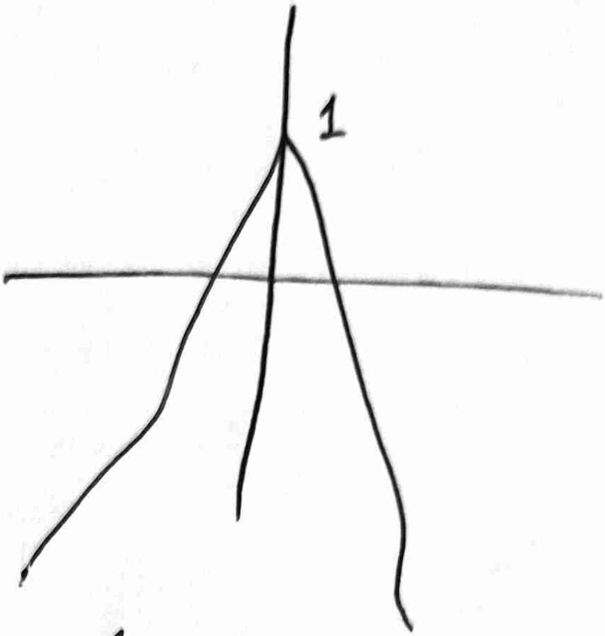
$h(2) = f(B) - 1 < 0$

$f(B) < 1$

$h(1)h(2) < 0$ $\qquad f(B) - 1 < 0$

Bolzano $\exists\, \xi \in (1,2)$ τ.ω $h(\xi) = 0$

(ε) $f(x)=a$



Αν $a>1$ 0 ρίζα

Αν $a=1$ 1 ρίζα

Αν $a<1$ 2 ρίζα.

22. $f:(0,+\infty)\to\mathbb{R}$ συνεχη

$f \nearrow$

$\Sigma\ T_f=(-\infty,1) \Rightarrow f(x)<1$

x	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty \nearrow$	1

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = 1$$

(α) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)+\ln x = -\infty+(-\infty) = -\infty$

(β) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln x}{f(x)-1} = \lim\limits_{x\to +\infty} \ln x \cdot \dfrac{1}{f(x)-1} = +\infty\cdot(-\infty) = -\infty$,

• $f(x)<1 \Rightarrow f(x)-1<0$

(γ) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\eta\mu x}{f(x)} = \dfrac{0}{-\infty} = 0$

(δ) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln(1-f(x))}{1-f(x)}$ $\dfrac{1-f(x)=t}{\substack{x\to+\infty \\ t\to 0}}$ $\lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{\ln t}{t} = \lim\limits_{t\to 0^+} \ln t\cdot\dfrac{1}{t}$ $=-\infty$

$= -\infty\cdot(+\infty)$

24. $f:(0,+\infty) \to \mathbb{R}$

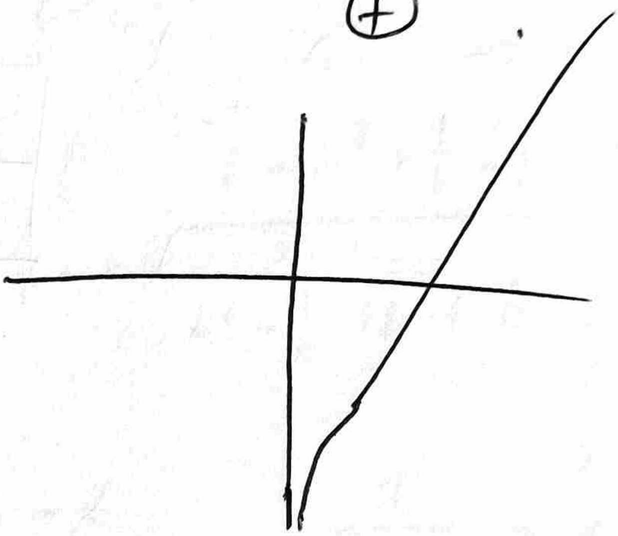
$f(x) = x^2 - \frac{1}{x} + 1$

(α) Ευκολα $f \nearrow$

- $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$
- $x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Rightarrow -\frac{1}{x_1} + 1 < -\frac{1}{x_2} + 1$

(+)

x	0 $\quad\quad\quad\quad$ $+\infty$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$



$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty$

$ΣΤ_f = \mathbb{R}$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

(β) Αφου η f: 1-1 $\Rightarrow$ f αντιστρεψιμη.

Εστω $f^{-1}(x_1) < f^{-1}(x_2)$

$f \nearrow$

$f(f^{-1}(x_1)) < f(f^{-1}(x_2))$

$x_1 < x_2$ $\quad$ $f^{-1} \nearrow$

1) i) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{f^{-1}(x)} \underset{\substack{x=f(t)\\ x\to-\infty\\ t\to 0}}{\overset{\substack{f^{-1}(x)=t\\ f(f^{-1}(x))=f(t)}}{=\!=\!=}} \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{1}{t} = +\infty$

ii) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f^{-1}(x)-x}{x+f^{-1}(x)} \underset{\substack{x\to-\infty\\ t\to 0^+}}{\overset{\substack{f^{-1}(x)=t\\ x=f(t)}}{=\!=\!=}}$

$= \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{t-f(t)}{f(t)+t} = \lim\limits_{t\to 0^+} \dfrac{t-t^2+\frac{1}{t}-1}{t^2-\frac{1}{t}+1+t}$

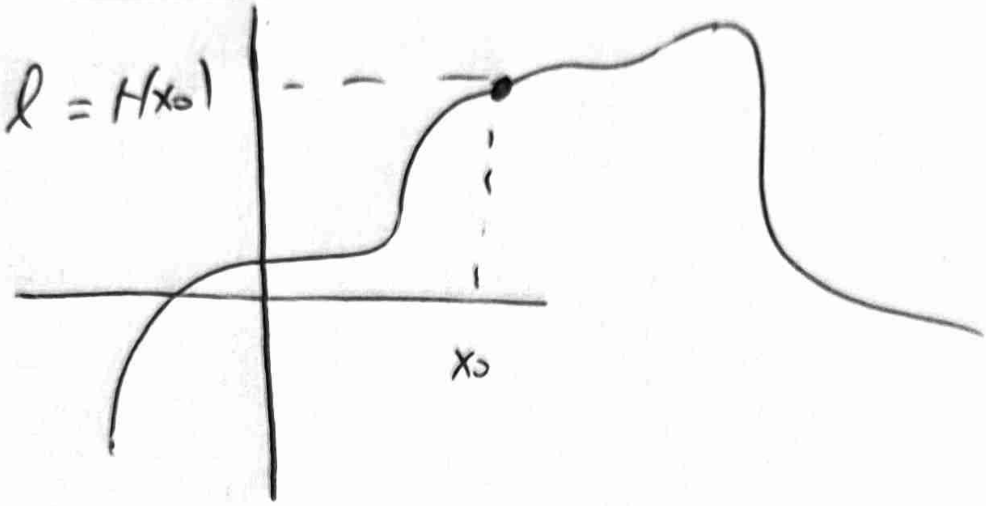
$= \lim\limits_{t\to 0} \dfrac{t^2-t^3+1-t}{t^3-1+t+t^2} = \dfrac{1}{-1} = -1.$

iii). $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f^{-1}(x) - x}{x + f^{-1}(x)} \underset{\substack{x = f(t) \\ x \to +\infty \\ t \to +\infty}}{\overset{f^{-1}(x) = t}{=\!=}}$

$$= \lim_{t \to +\infty} \frac{t - f(t)}{f(t) + t} = \lim_{t \to +\infty} \frac{t^2 - t^3 + 1 - t}{t^3 - 1 + t + t^2}$$

$$= \lim_{t \to +\infty} \frac{-\cancel{t^3}}{\cancel{t^3}} = -1$$

Η f συνεχής στο x_0

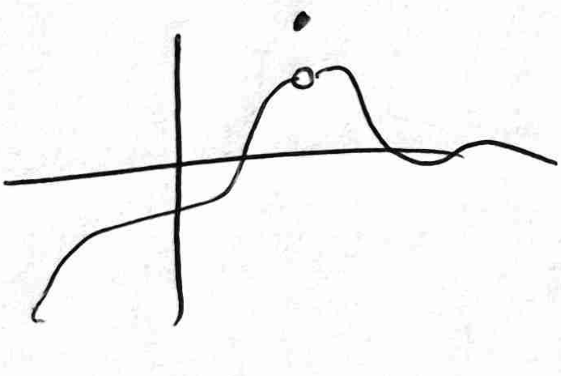


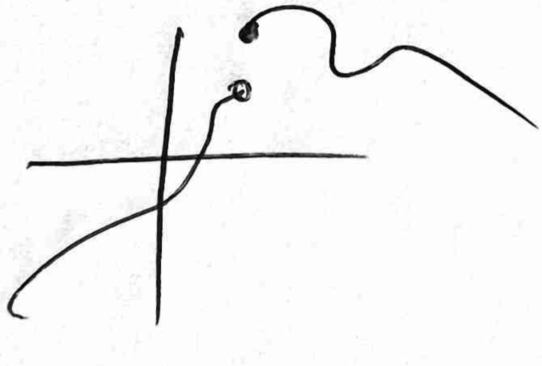
$$\underbrace{\lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x) = l}$$

$$\left.\begin{array}{l}\lim_{x\to x_0} f(x) = l \\ f(x_0) = l\end{array}\right\} \text{Άρα } f(x_0) = \lim_{x\to x_0} f(x)$$

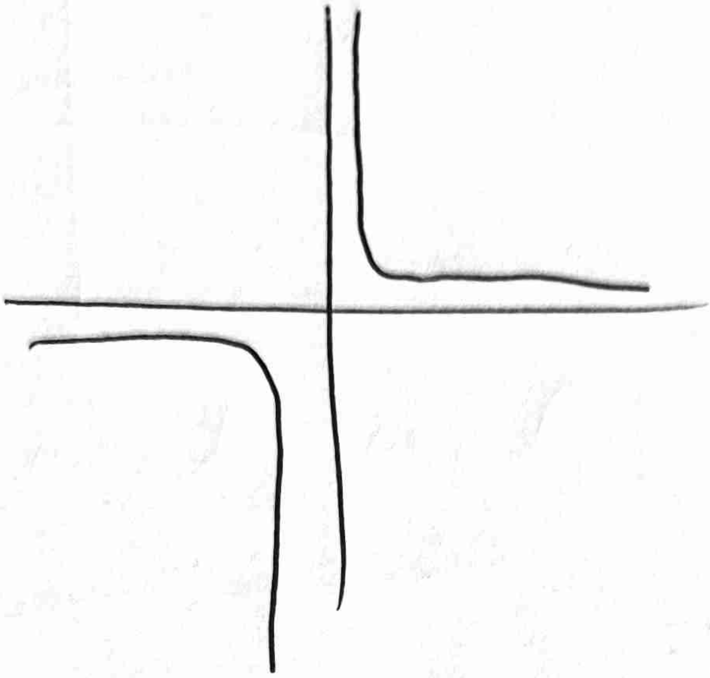
Συνεχής στο x_0;

Και πότε δεν είναι συνεχής στο x_0;





Π.χ. $f(x) = \dfrac{1}{x}$, $x \neq 0$



Συνεχής σε πεδίο

[illegible]

το σχήμα δεν είναι

συνεχόμενο.

Η f παραγωγίσιμη στο x_0

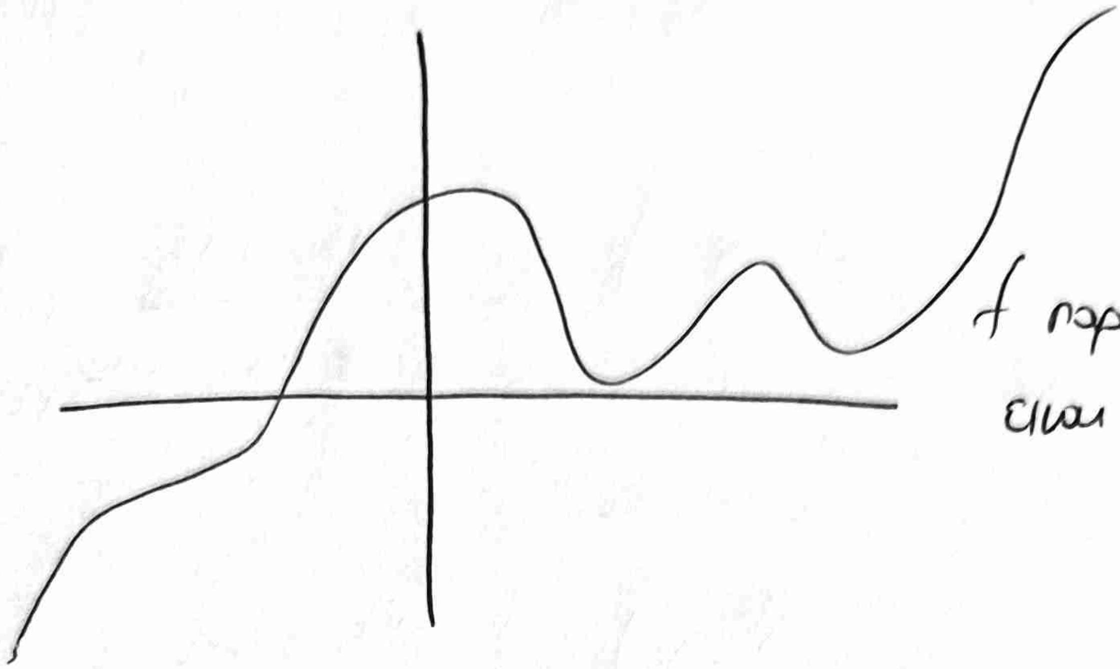
$$\lim_{x \to x_0^-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \in \mathbb{R}$$

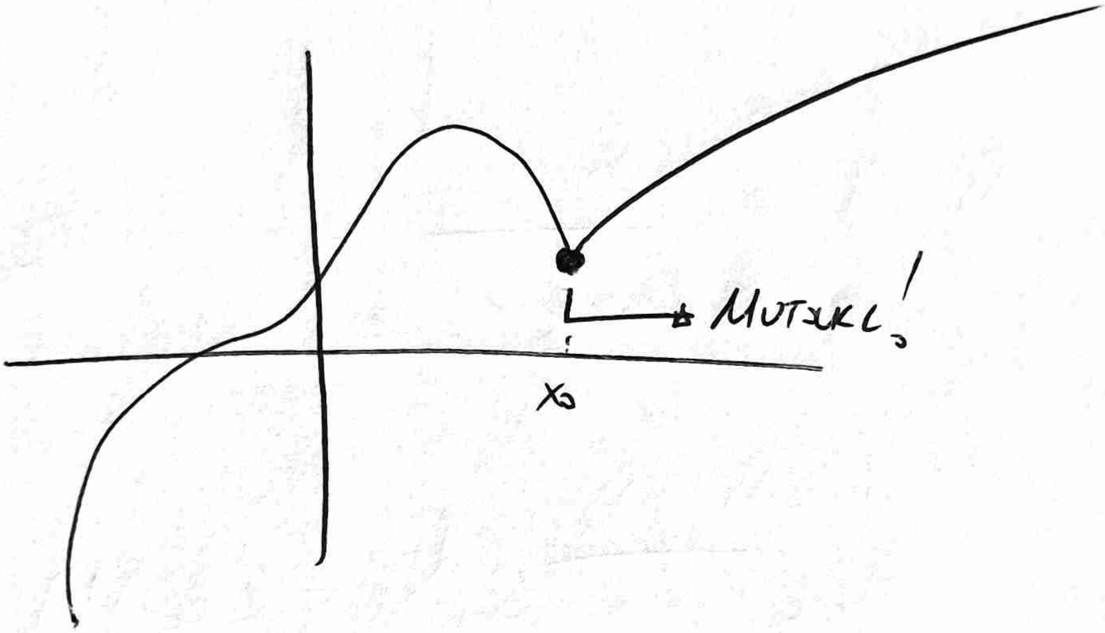
$$\lim_{x \to x_0^+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \in \mathbb{R}$$

Τότε $$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \in \mathbb{R}.$$

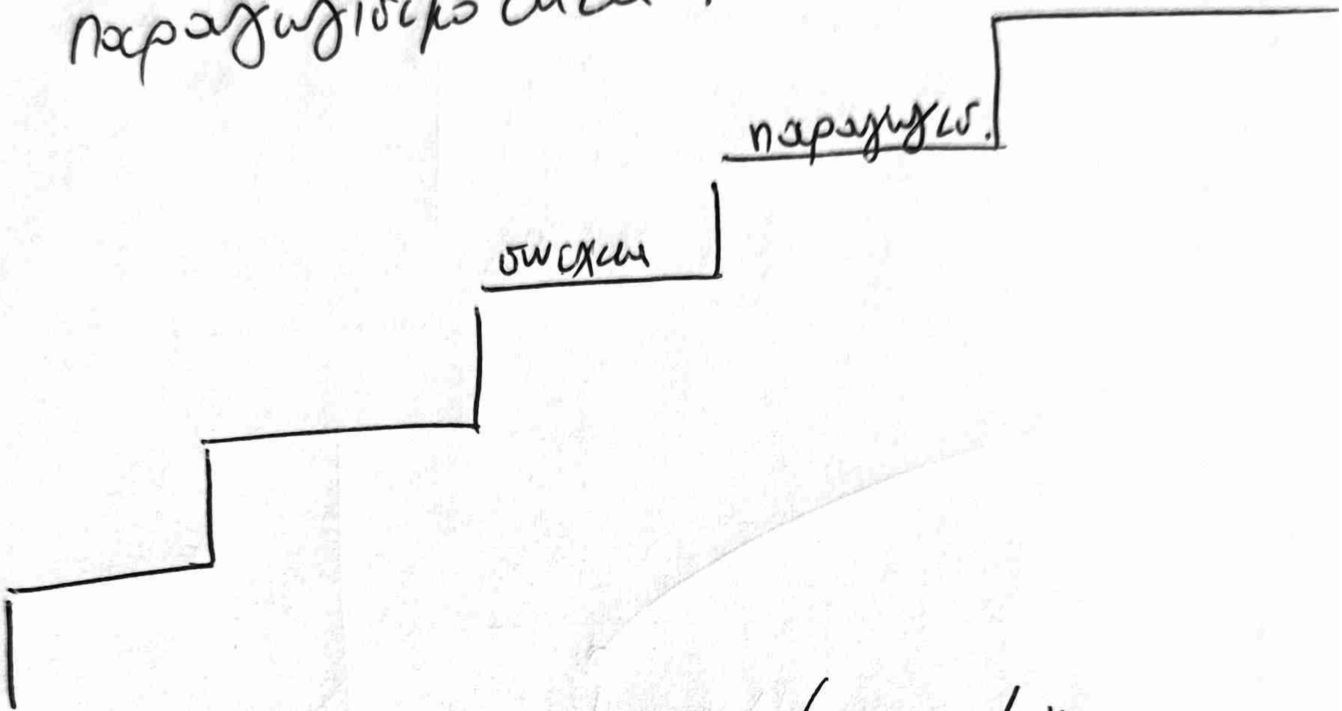
$$f'(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

Η παράγωγος της $f(x)$ στο x_0.


f παραγωγίσιμη
είναι ομαλή


Μυτάκι!
x_0

Υπαρχει σαφης σχεση αναμεσα στη συνεχεια και την παραγωγισιμοτητα.



Αν η f συνεχης $\not\Rightarrow$ f παρ/μη.

Αν η f παραγ/μη $\Rightarrow$ f συνεχης!

Αν η f οχι συνεχης $\Rightarrow$ f οχι παρ/μη.

Αν η f οχι παρ/μη $\not\Rightarrow$ f οχι συνεχης

Αν η f παρ/μη στο x_0

Τότε είναι και συνεχής στο x_0

Απόδειξη

$$f(x) - f(x_0) = f(x) - f(x_0)$$

$$f(x) - f(x_0) = \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot (x - x_0) \quad , x \neq x_0$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) - f(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \cdot (x - x_0)$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) - f(x_0) = l \cdot 0$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) - f(x_0) = 0$$

$$\lim_{x \to x_0} f(x) = f(x_0)$$ Συνεχής στο x_0!

Αφού f παρ/μη στο x_0

$$\Rightarrow \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = l \in R.$$

- Για να ειναι η f συνεχης στο x_0 πρεπει $f(x_0) = \lim_{x \to x_0} f(x)$.

- Για να ειναι η f παρ/μη στο x_0 πρεπει το $\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ να υπαρχει και να ειναι πραγματικος αριθμος.

5. (Β) $f(x) = \begin{cases} 1+\eta\mu x, & x \leq 0 \\ 2x, & x > 0 \end{cases}$

Είναι παρ/μη στο 0;

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{1+\eta\mu x - 1}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{\eta\mu x}{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{2x-1}{x} =$$

$$= \lim_{x\to 0^+} (2x-1)\frac{1}{x} = -1\cdot(+\infty) = -\infty$$

Η f όχι παρ/μη στο 0!.

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} 1+\eta\mu x = 1 \\ \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} 2x = 0 \end{array}\right\}$$ Η f όχι συνεχής στο 0.

Επορασ Μαθημα

Δευτερα. 10:30 - 1

Ενοτητα 14

28

29

30

31

32

33

25

23