

Ενότητα 5

1. (α) H $\neq$ ανα γνησίμη φθίνουσα
σε $(-\infty, +\infty)$.

(β) H $\neq$ γν. αυξουσα $(-\infty, \frac{1}{2}]$
 H $\neq$ γν. φθίνουσα $[\frac{1}{2}, +\infty)$.

(γ) H $\neq$ γν. φθίνουσα $(-\infty, 0]$
 H $\neq$ γν. αυξουσα $[0, 2]$
 H $\neq$ γν. φθίνουσα $[2, +\infty)$.

(δ) H $\neq$ γν. φθίνουσα $(-\infty, -2]$

H $\neq$ σταθερά $[-2, 2]$

H $\neq$ γν. αυξουσα $[2, +\infty)$

2. (a) H f $\gamma v. \omega \lambda \omega \omega$ $[1, 3]$

H f $\gamma v. \omega \theta \nu \omega \omega$ $(-\infty, 1]$ $\kappa \omega$ $[3, +\infty)$

(b)

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$f(x)$				

i) $2 < 3$

$f \uparrow$

$$f(2) < f(3)$$

ii). $4 < 5$

$f \downarrow$

$$f(4) > f(5)$$

iii). $\frac{1}{7} < \frac{1}{6}$

$f \downarrow$

$$f\left(\frac{1}{7}\right) > f\left(\frac{1}{6}\right).$$

(c) $1 < \alpha < \beta$

$f \uparrow$

$$f(1) < f(\alpha) < f(\beta).$$

3.

 $f \downarrow$

$$\textcircled{a} \quad \forall x < 1 \quad \forall \delta > 0 \quad f(x) > f(1)$$

$$\text{Assume} \quad x < 1$$

 $f \downarrow$

$$f(x) > f(1)$$

$$\textcircled{b} \quad f(2x-3) > f(x+1)$$

 $f \downarrow$

$$2x-3 < x+1$$

$$2x-x < 4$$

$$\underline{\underline{x < 4}}$$

$$\textcircled{c} \quad \forall \delta > 0 \quad f(x+1) - f(x) < \delta$$

$$\bullet \quad x < x+1$$

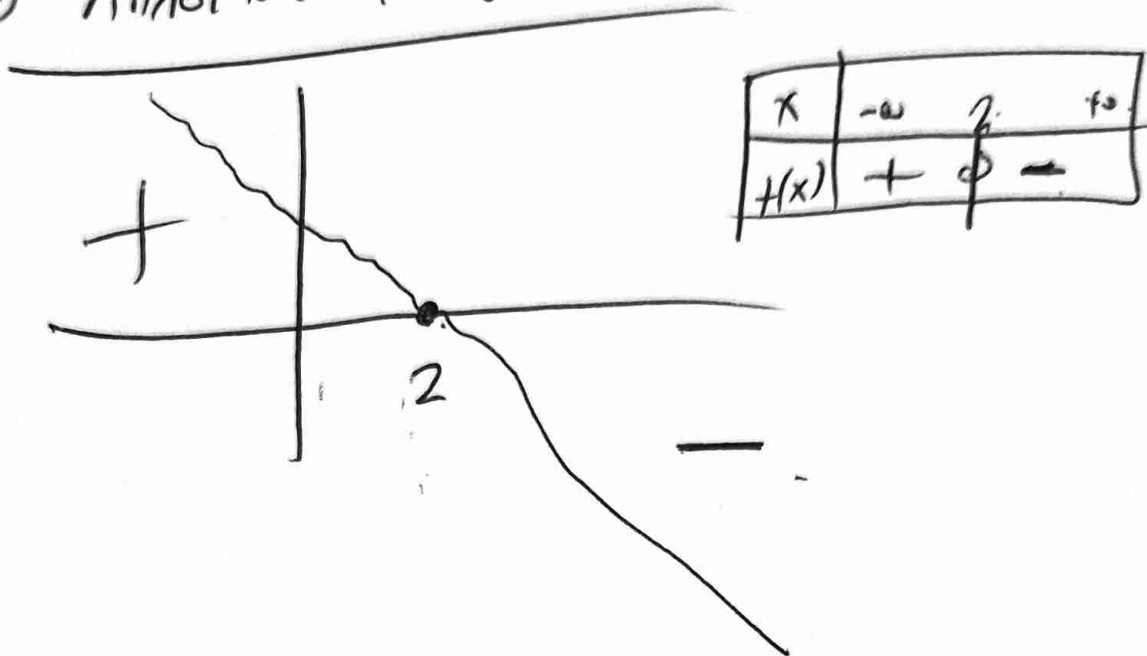
 $f \downarrow$

$$f(x) > f(x+1)$$

$$0 > f(x+1) - f(x) \quad \checkmark$$

5. $f \downarrow \quad f(2) = 0$

(α) Ανάλυση προσήμων



• $x < 2$

$f \downarrow$

$f(x) > f(2)$

$f(x) > 0$

• $x > 2$

$f \downarrow$

$f(x) < f(2)$

$f(x) < 0$

(β) Νόμο $f(1) \cdot f(3) < 0$

$1 < 2 \Rightarrow f(1) > f(2) \Rightarrow f(1) > 0$

$3 > 2 \Rightarrow f(3) < f(2) \Rightarrow f(3) < 0$

$f(1) \cdot f(3) < 0$ ✓

$$11) \quad f(x^2+1) \leq f(2x)$$

$$f \downarrow$$

$$x^2+1 \geq 2x$$

$$x^2-2x+1 \geq 0$$

$$(x-1)^2 \geq 0$$

ноу 18x006

Σ примеры

1. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$D_f = \mathbb{R}.$$

2. $f: \mathbb{R} \rightarrow (0,1)$

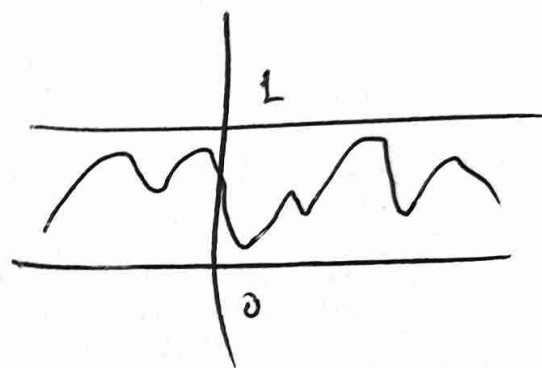
$$D_f = \mathbb{R} \quad \Sigma T_f = (0,1)$$



$$0 < f(x) < 1$$

3. $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$

$$D_f = \mathbb{R} \quad \Sigma T_f = \mathbb{R}.$$



7. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 f γν. παρέρου

Σημείωση
 $\forall n \neq n'$
 $n \neq n' \rightarrow$ τότε $f(n) \neq f(n')$
 οχι αλλιώς γν. παρέρου

Η $f(x)$ διαφέρει από τα

$$A(2, 3)$$

$$B(-1, 5)$$



$$f(2) = 3$$



$$f(-1) = 5$$

α)

$$2 > -1$$

$$f(2) < f(-1)$$

$$\parallel$$

$$3$$

$$\parallel$$

$$5$$



β) i) $13 < 17$



$$f(13) > f(17)$$

ii). $a < a+1$
 $f \downarrow$

$$f(a) > f(a+1)$$

$$(7) \quad \forall x < 2 \quad \vee \delta_0 \quad f(x) > 3$$

$$x < 2$$

$$f \downarrow$$

$$f(x) > f(2)$$

$$f(x) > 3$$



$$(8) \quad f(x) < 5$$

$$f(x) < f(-1)$$

$$f \downarrow$$

$$x > -1$$



8. $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

f ε γν. ποσοτική $\Rightarrow f \uparrow \nmid f \downarrow$

εχουμε πηλα στο 2 $\Rightarrow f(2) = 0$

τερηνα των y'y στο -2 $\Rightarrow f(0) = -2$

(α)

$2 > 0$

$f \nearrow$

$f(2) > f(0)$

$\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ 0 & -2 \end{matrix}$

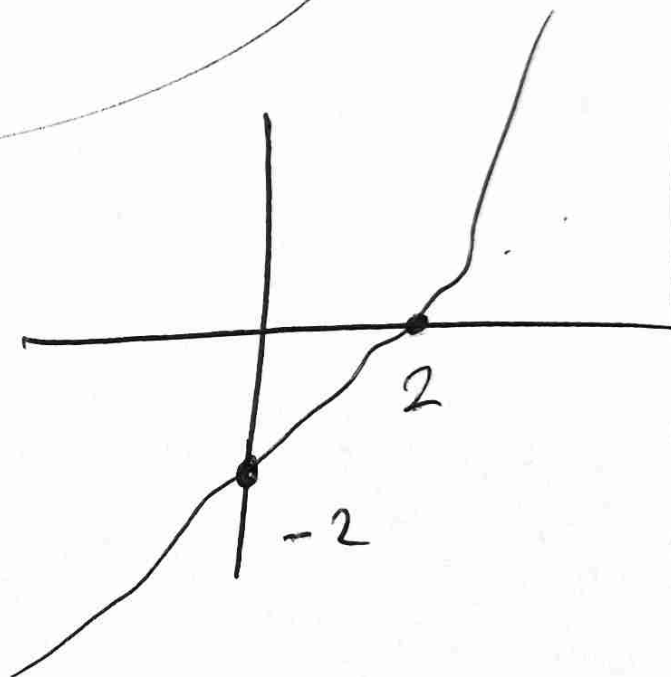
(β) $\forall \delta, f(1) < 0$

• $1 < 2$

$f \nearrow$

$f(1) < f(2)$

$f(1) < 0 \checkmark$



(γ) $\forall \delta, f(a^2+9) \geq f(6a)$

$f \nearrow$

$a^2 + 9 \geq 6a \Rightarrow a^2 - 6a + 9 \geq 0$
 $(a-3)^2 \geq 0 \checkmark$

kanones

1. $x_1 < x_2 \Rightarrow 4x_1 < 4x_2$

2. $x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$

3. $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3$

4. $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$, x_1, x_2 θετικη

1. $x_1 < x_2 \Rightarrow -4x_1 > -4x_2$

2. $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 > x_2^2$, x_1, x_2 αρνητικη.

3. $x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$, x_1, x_2 ομοσημοι

Μονotonia συνάρτησης από τύπο

1. $f(x) = 3 - \sqrt{2 - 3x}$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow -3x_1 > -3x_2$

$$2 - 3x_1 > 2 - 3x_2$$

$$\sqrt{2 - 3x_1} > \sqrt{2 - 3x_2}$$

$$-\sqrt{2 - 3x_1} < -\sqrt{2 - 3x_2}$$

$$\underbrace{3 - \sqrt{2 - 3x_1}} < \underbrace{3 - \sqrt{2 - 3x_2}}$$

$$\underline{f(x_1) < f(x_2)}$$

f

$$2. f(x) = \sqrt{x} - \frac{1}{x} + x^3, \quad \underline{\underline{x > 0}}$$

$$\bullet \quad \underline{x_1 < x_2} \Rightarrow \boxed{\sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}}$$

$$\bullet \quad \underline{x_1 < x_2} \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Rightarrow \boxed{-\frac{1}{x_1} < -\frac{1}{x_2}}$$

$$\bullet \quad \underline{x_1 < x_2} \Rightarrow \boxed{x_1^3 < x_2^3}$$

+

$$\underbrace{\sqrt{x_1} - \frac{1}{x_1} + x_1^3}_{f(x_1)} < \underbrace{\sqrt{x_2} - \frac{1}{x_2} + x_2^3}_{f(x_2)}$$

$$\underline{f(x_1) < f(x_2)}$$

f

3. $f(x) = \sqrt{-x} + x^2, \quad x \leq 0$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow -x_1 > -x_2 \Rightarrow \sqrt{-x_1} > \sqrt{-x_2}$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 > x_2^2 \quad (+)$

$$\underbrace{x_1^2 + \sqrt{-x_1}}_{f(x_1)} > \underbrace{x_2^2 + \sqrt{-x_2}}_{f(x_2)}$$

$f \downarrow$

Ε πορρω

Μαθηρι

5

(4)

(6)

(10)

(11).

(12) OXI TO E

(13)