3. ⓐ $a^2-4a+4 \geq 0$

$(a-2)^2 \geq 0$ ✓

Σελίδα 7

ⓑ $a^2+25 \geq 10a$

$a^2-10a+25 \geq 0$

$(a-5)^2 \geq 0$ ✓

ⓖ $a(a+2) \geq -1$

$a^2+2a+1 \geq 0$

$(a+1)^2 \geq 0$

ⓓ $(\alpha+\beta)^2 \geq 4\alpha\beta$

$a^2+2\alpha\beta+\beta^2 \geq 4\alpha\beta$

$a^2-2\alpha\beta+\beta^2 \geq 0$

$(\alpha-\beta)^2 \geq 0$ ✓

3.

(ε) $2(a^2+b^2) \geq (a-b)^2$

$2a^2+2b^2 \geq a^2-2ab+b^2$

$a^2+2ab+b^2 \geq 0$

$(a+b)^2 \geq 0$

(02) $2(a^2+9) \geq (a+3)^2$

$2a^2+18 \geq a^2+6a+9$

$a^2-6a+9 \geq 0$

$(a-3)^2 \geq 0$

Βασική Αποδεικτική Ανίσωση

23. (Β) Αν $\alpha < \beta$ τοτε

να δω $\alpha^3 - \beta^3 \leq \alpha\beta^2 - \alpha^2\beta$

$\alpha^3 - \beta^3 - \alpha\beta^2 + \alpha^2\beta \leq 0$

$\alpha(\alpha^2 - \beta^2) + \beta(-\beta^2 + \alpha^2) \leq 0$

$\alpha(\alpha^2 - \beta^2) + \beta(\alpha^2 - \beta^2) \leq 0$

$(\alpha^2 - \beta^2)(\alpha + \beta) \leq 0$

$(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)(\alpha + \beta) \leq 0$

$(\alpha - \beta)(\alpha + \beta)^2 \leq 0$ ✓

$(\alpha - \beta)$ (−) $(\alpha + \beta)^2$ (+)

- Αφου $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha - \beta < 0$

Εξισωση

1. Αν $x \leq -2$ τοτε νδο $\frac{x^3}{2} - x^2 - 2x + 4 \leq 0$

$$x^3 - 2x^2 - 4x + 8 \leq 0$$

$$x^2(x-2) - 4(x-2) \leq 0$$

$$(x-2)(x^2-4) \leq 0$$

$$(x-2)(x-2)(x+2) \leq 0$$

$$(x-2)^2(x+2) \leq 0$$

(+) (−)

- $x \leq -2 \Rightarrow x+2 \leq 0$

2. Av $x \geq 2$ vdo $x^3+4x \geq 2x^2+8$

$x^3+4x-2x^2-8 \geq 0$

$x(x^2+4)-2(x^2+4) \geq 0$

$(x^2+4)(x-2) \geq 0$

(+) (+)

• $x \geq 2 \Rightarrow x-2 \geq 0$

Βασικο Ειδος ασκησης

Ιδιοτητα

$$\alpha^2 + \beta^2 = 0$$

Τοτε $\alpha = 0$ και $\beta = 0$

1. $x^2 + 4y^2 - 2x - 4y + 2 = 0$

Βρ! x, y.

$$\underbrace{x^2 - 2x + 1}_{} + \underbrace{4y^2 - 4y + 1}_{} = 0$$

$$(x-1)^2 + (2y-1)^2 = 0$$

$x - 1 = 0$ και $2y - 1 = 0$

$x = 1$, $y = \frac{1}{2}$.

2. $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z=-14$

$x^2-6x+9+y^2+2y+1+z^2-4z+4=0$

$(x-3)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=0$

$x-3=0$ dan $y+1=0$ dan $z-2=0$

$x=3$ $\quad y=-1$ $\quad z=2$

3. $2x^2+1+2xy-2x+y^2=0$

$x^2+1+x^2+2xy+y^2-2x=0$

$x^2-2x+1+(x+y)^2=0$

$(x-1)^2+(x+y)^2=0$

$x-1=0$ dan $x+y=0$

$x=1$ $\quad 1+y=0$

$y=-1$

Τελικό είδος ασκήσεων

1. Έστω $1 < x < 2$ και $3 < y < 4$.

(α) $x+y$

- $1 < x < 2$
- $3 < y < 4$

$\Big\}$ (+) $\Rightarrow 4 < x+y < 6$

(β) $3x+2y$

- $1 < x < 2 \Rightarrow 3 < 3x < 6$
- $3 < y < 4 \Rightarrow 6 < 2y < 4$

$\Big\}$ (+)

$9 < 3x+2y < 10$

⑦ $x-y$

- $1 < x < 2 \Rightarrow 1 < x < 2$
- $3 < y < 4 \Rightarrow -3 > -y > -4$ ⊕

$$-4 < -y < -3$$

$$-3 < x-y < -1$$

⑧ $\frac{x}{y} - 1$

- $1 < x < 2 \Rightarrow 2 > x > 1$
- $3 < y < 4 \Rightarrow \frac{1}{3} > \frac{1}{y} > \frac{1}{4}$ ⊙

$$\frac{2}{3} > \frac{x}{y} > \frac{1}{4}$$

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος: Πεμπτη 1/10.

Ώρα μαθήματος: 19:00.

Ασκήσεις

Ενοτητα 7

(5)

(19)

(20)

(21)

(22)

(6) α β γ

+ Ασκησεις →

παρατηρήσεις

(27) αγ.

Επαναληπτικά Μαθήματα

Ασκήσεις

1. Αν $2\cdot[5(\alpha-3)-2(\alpha-9)]<-3\cdot(1-\alpha)$

   τότε $\alpha<-3$

2. Αν $\alpha<3<\beta$ τότε $\alpha\beta+9<3(\alpha+\beta)$

3. Αν $\alpha<-2<\beta$ τότε $\alpha^2-2\beta>\alpha(\beta-2)$

4. Αν α,β θετικοί τότε $\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\geq 2$

5. Ν.δ.ο. $\alpha^2+\beta^2-2(\alpha-\beta)+2\geq 0$

6. Ν.δ.ο. $2\alpha^2+\beta^2+9\geq 2\alpha(3-\beta)$.