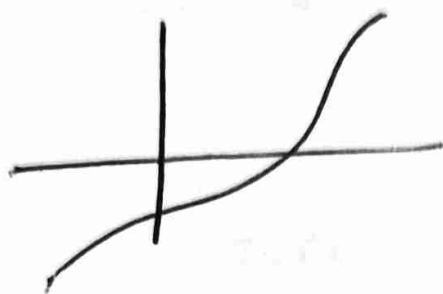
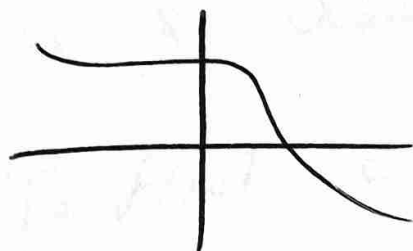


Βασικά Έννοιες

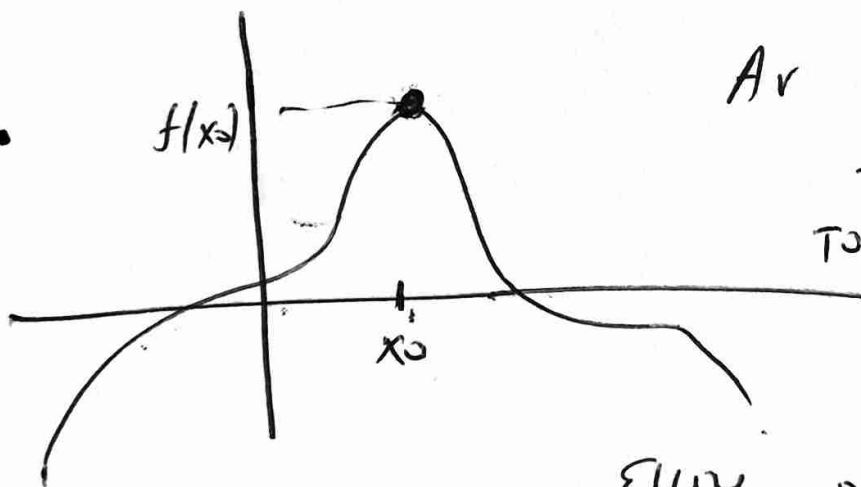
1. Η f είναι γνησίως αυξανόμενη
 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) < f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A_f$



2. Η f είναι γνησίως φθίνουσα
 $x_1 < x_2 \Leftrightarrow f(x_1) > f(x_2) \quad \forall x_1, x_2 \in A_f$

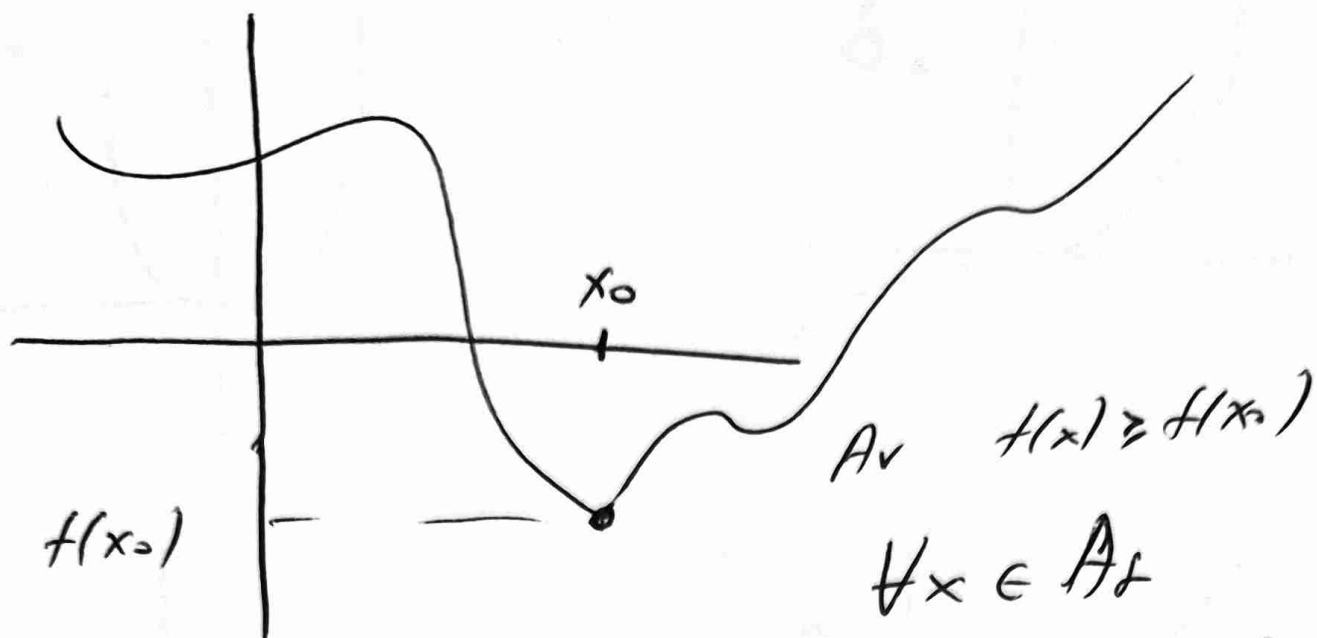


3. $\forall x \in A_f, f(x) \leq f(x_0)$
 $\forall x \in A_f$
 τότε ω
 $A(x_0, f(x_0))$
 είναι ολικό μέγιστο.



→ x_0 θέση μέγιστου
 → $f(x_0)$ μέγιστη τιμή.

4.



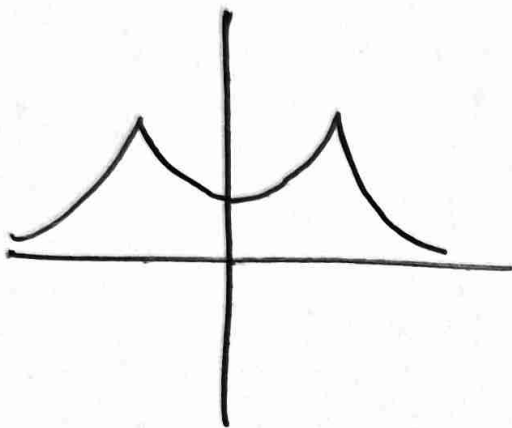
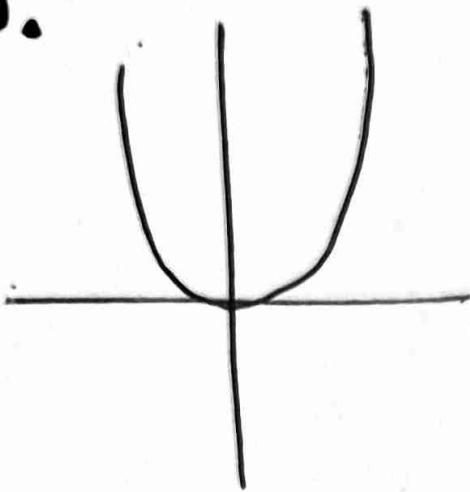
τοτε $x_0 \in A(x_0, f(x_0))$

τοτε x_0 ελαχιστο,

→ το x_0 ελαχιστο

→ το $f(x_0)$ ελαχιστη τιμη.

5.



$$f(x) = f(-x) \\ \forall x \in A_f.$$

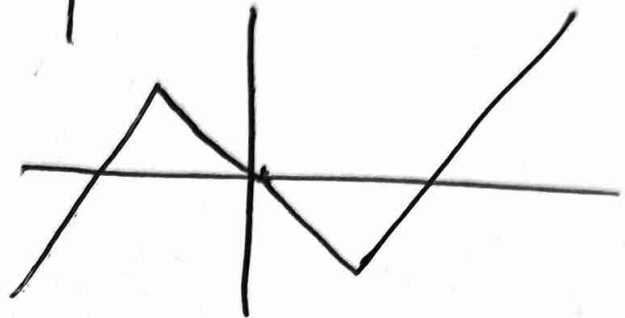
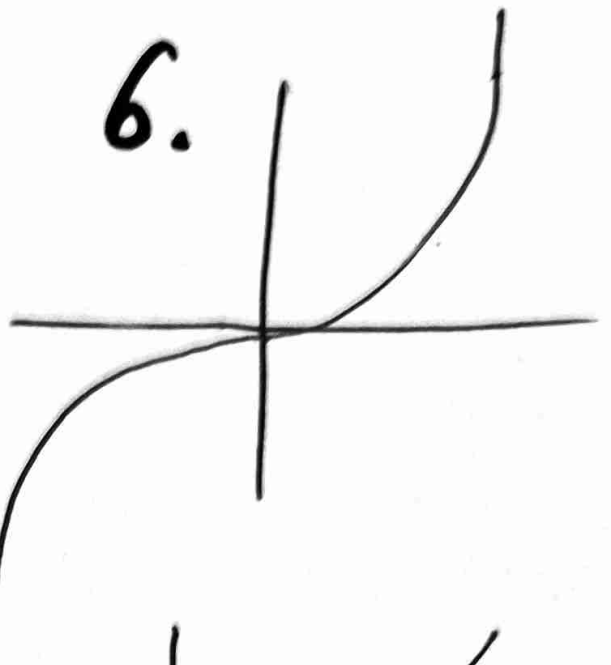
Αρτια

συμμετρικη

ως προς

$y' y$

6.



$$f(-x) = -f(x) \\ \forall x \in A_f$$

SOS
Αν $x \in A_f$
και $-x \in A_f$

Περικττω

συμμετρικη

ως προς

το

$(0,0)$.

5

1. (a) $H \nmid \downarrow \sigma \in \mathbb{R}$.

(b) $H \mid \uparrow (-\infty, \frac{1}{2}]$ and $g \nmid \downarrow [\frac{1}{2}, +\infty)$

(c) $H \mid \downarrow (-\infty, 0]$ and $[2, +\infty)$

$H \mid \nmid [0, 2]$

(d) $H \nmid \downarrow (-\infty, -2]$ and $t \nmid \uparrow [2, +\infty)$

$\forall x \in [-2, 2]$ is not satisfied

2. (a) $H \nmid \nmid [1, 3]$ and $f \nmid \downarrow (-\infty, 1]$ and $[3, +\infty)$

(b)

x	1	3
$f(x)$	$\searrow$	$\searrow$

(c) $1 < \alpha < \beta$
 $f(1) < f(\alpha) < f(\beta)$

(i) $2 < 3$
 $\Rightarrow f \nmid \uparrow$
 $f(2) < f(3)$

(ii) $4 < 5$
 $\Rightarrow f \nmid \downarrow$
 $f(4) > f(5)$

(iii) $\frac{1}{6} > \frac{1}{7}$
 $f(\frac{1}{6}) < f(\frac{1}{7})$

3. $f \downarrow$

① $\forall x < 1 \quad \forall \delta \quad f(x) > f(1)$

$x < 1 \xrightarrow{f \downarrow} f(x) > f(1) \quad \checkmark$

② $f(2x-3) > f(x+1)$
 $f \downarrow$

$2x-3 < x+1$

$2x-x < 3+1$

$x < 4$

③ $f(x^2) = f(1)$

Агар f гр.
повтор

$x^2 = 1$

$x = \pm 1$

④ i) $\forall \delta \quad f(x+1) - f(x) < \delta$

$x < x+1 \Rightarrow f(x) > f(x+1)$

$f(x+1) - f(x) < \delta$

ii). $f(x^2+1) \leq f(2x)$

$\bullet (x-1)^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0$

$\Rightarrow x^2 + 1 \geq 2x$

$f \downarrow$

$f(x^2+1) \leq f(2x)$

5.

(a)

x	2
$f(x)$	$\rightarrow \phi \rightarrow -$

$$x < 2 \Rightarrow f(x) > f(2) \Rightarrow f(x) > 0$$

$$x > 2 \Rightarrow f(x) < f(2) \Rightarrow f(x) < 0$$

(b)

$$1 < 2$$

$$f(1) > f(2)$$

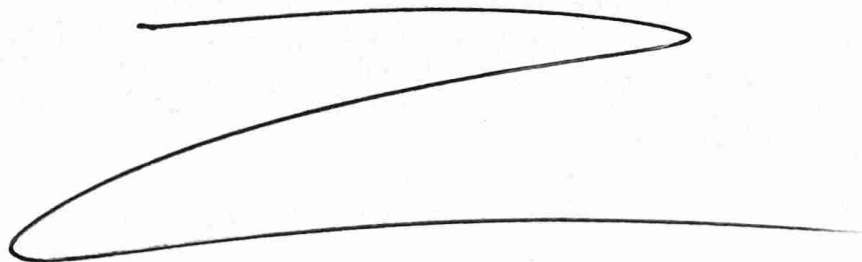
$$f(1) > 0$$

$$3 > 2$$

$$f(3) < f(2)$$

$$f(3) < 0$$

$$f(1)f(3) < 0$$



6. (a) f γρ. μονωτική $\Rightarrow f \uparrow$ ή $f \downarrow$

$$\begin{aligned} f(3) &< f(n) \\ (=) \\ 3 &< n \quad f \uparrow \end{aligned}$$

(B) $-\frac{3}{4} < -\frac{2}{3}$

$$f\left(-\frac{3}{4}\right) < f\left(-\frac{2}{3}\right).$$

7. ⑨ f yv. porocoma $\Rightarrow f \nearrow$ и $f \downarrow$

$$A(2,3) \Rightarrow f(2)=3$$

$$B(-1,5) \Rightarrow f(-1)=5$$

опн $2 > -1 \Rightarrow f(2) < f(-1)$

$f \downarrow$

③ i) $13 < 17$

$f \downarrow$

$$f(13) > f(17)$$

ii) $a < a+1$

$f \downarrow$

$$f(a) > f(a+1)$$

④ Ақсу $x < 2 \Rightarrow f(x) > f(2)$
 $f(x) > 3$

⑤ $f(x) < 5$
 $f(x) < f(-1)$
 $f \downarrow$
 $x > -1$

8. ① $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. gr. monoton $\Rightarrow f \uparrow$ i' $f \downarrow$

$$\underline{\underline{f(2)=0}}$$

$$\underline{\underline{f(0)=-2}}$$

$$2 > 0 \quad (\Rightarrow) \quad \begin{array}{c} f(2) > f(0) \\ \parallel \quad \parallel \\ 0 \quad -2 \end{array}$$

$f \uparrow$

②

$$1 < 2$$

$f \uparrow$

$$f(1) < f(2)$$

$$f(1) < 0$$

$$1 > 0$$

$f \uparrow$

$$f(1) > f(0)$$

$$f(1) > -2$$

③ $f(a^2+9) \geq f(6a)$

$f \uparrow$

$$a^2+9 \geq 6a$$

$$a^2 - 6a + 9 \geq 0$$

$$(a-3)^2 \geq 0$$

✓

Μονοτονία και Τύπο

1. $f(x) = 2x^3 + 5x + 1$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^3 < x_2^3 \Rightarrow 2x_1^3 < 2x_2^3$ ⊕

• $x_1 < x_2 \Rightarrow 5x_1 < 5x_2 \Rightarrow 5x_1 + 1 < 5x_2 + 1$

$$\underbrace{2x_1^3 + 5x_1 + 1} < \underbrace{2x_2^3 + 5x_2 + 1}$$
$$\underline{f(x_1)} < f(x_2)$$

f ↗

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sqrt{x} - x^2, \quad x > 0$$

$$\bullet \quad x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$$

(+)

$$\bullet \quad x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2} \Rightarrow -\sqrt{x_1} > -\sqrt{x_2}$$

$$\bullet \quad x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2 \Rightarrow -x_1^2 > -x_2^2$$

$$\underbrace{\frac{1}{x_1} - \sqrt{x_1} - x_1^2} > \underbrace{\frac{1}{x_2} - \sqrt{x_2} - x_2^2}$$

$$\underline{f(x_1) > f(x_2)}$$

$f \downarrow$

known

1. $x_1 < x_2 \Rightarrow 3x_1 < 3x_2$

2. $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^5 < x_2^5$

3. $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$ αν $x_1, x_2 > 0$
θετικά

4. $x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$

1. $x_1 < x_2 \Rightarrow -3x_1 > -3x_2$

2. $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 > x_2^2$ x_1, x_2 αρνητικά

3. $x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$, x_1, x_2 ορόσημα

6.

1. (a) T_0 $A(-1, -1)$ ολικό ελάχιστο.
↓
 T_0 -1 άσπρη ελάχιστο

T_0 -1 ελάχιστο τιμή ή ελάχιστο
όπου T_0 $B(1, 1)$ μέγιστο.

(b) $A(-2, 2)$ και $B(4, 2)$ Ο.Μ

$T(2, -2)$ Ο.Ε.

2. ③ $f(x) = \frac{6x}{x^2+9}$

vdó gda $x = -3$ napawowu cłaxowu

Prku vdó $f(x) \geq f(-3)$

$$\frac{6x}{x^2+9} \geq \frac{-18}{18}$$

$$\frac{6x}{x^2+9} \geq -1$$

$$6x \geq -x^2 - 9$$

$$x^2 + 6x + 9 \geq 0$$

$$(x+3)^2 \geq 0$$



υδο για $x=3$ εχουμε ποσο.

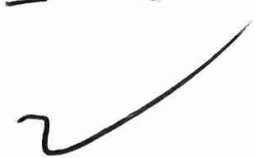
Αρα υδο $f(x) \leq f(3)$

$$\frac{6x}{x^2+9} \leq \frac{18}{18}$$

$$\frac{6x}{x^2+9} \leq 1$$

$$6x \leq x^2+9$$

$$0 \leq x^2-6x+9$$

$$0 \leq (x-3)^2$$


Εποχια Μανδύα

5

⑩

⑪ ,

⑫ α β γ δ ,

⑬ ,