# κανονες διαταξης

1. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\alpha - \beta < 0$
2. Αν $\alpha > \beta$ τοτε $\alpha - \beta > 0$
3. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\alpha + \gamma < \beta + \gamma$
4. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\alpha\gamma < \beta\gamma$, $\gamma > 0$
5. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\alpha\gamma > \beta\gamma$, $\gamma < 0$
6. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\alpha^3 < \beta^3$
7. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\alpha^2 < \beta^2$, αν $\alpha, \beta$ θετικοι
8. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\alpha^2 > \beta^2$, αν $\alpha, \beta$ αρνητικοι
9. Αν $\alpha < \beta$ τοτε $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$ $\alpha, \beta$ ομοσημοι

# Μεγάλη προσοχή

1. $\left.\begin{matrix} \alpha < \beta \\ \gamma < \delta \end{matrix}\right\} \oplus \quad \alpha + \gamma < \beta + \delta$

Μπορώ να προσθέσω κατά μέλη ανισότητα προς προς.

2. $\left.\begin{matrix} \alpha < \beta \\ \gamma < \delta \end{matrix}\right\} \odot \quad \alpha\gamma < \beta\delta$

Μπορώ να πολλαπλασιάσω κατά μέλη ανισότητα προς προς αρκεί τα μέλη θετικά.

3. Δεν αφαιρώ, Δεν διαιρώ κατά μέλη ανισότητα.

# Σεναρια αποδαξη

## ΑΝΙΣΟΤΗΤΩΝ

---

**1.** Αν $x < -3$ τοτε νδο

$2 \cdot [5(x-3) - 2(x-9)] < -3(1-x)$

$2 \cdot [5x - 15 - 2x + 18] < -3 + 3x$

$2[3x + 3] < 3x - 3$

$6x + 6 < 3x - 3$

$3x < -9$

$x < -3$ που ισχυει!

2. Νδο $2(x^2+9) \geq (x+3)^2$

$2x^2+18 \geq x^2+6x+9$

$2x^2+18-x^2-6x-9 \geq 0$

$x^2-6x+9 \geq 0$

$(x-3)^2 \geq 0$ που ισχυει!

3. Νδο $2x^2-6x+9>0$

$x^2+x^2-6x+9>0$

$x^2+(x-3)^2>0$

που ισχυει!

4. Νδο $x^2+2x+5>0$

$x^2+2x+1+4>0$

$(x+1)^2+4>0$

που ισχυει.

5. Νδο $\frac{x}{x^2+1} \leq \frac{1}{2}$

Αφου το 2 και το $x^2+1$ ειναι θετικα εχω χιαστι.

$2x \leq x^2+1$

$0 \leq x^2-2x+1$

$0 \leq (x-1)^2$

που ισχυει.

6. Αν $x \neq 1$ νδο $\frac{x^3-2}{x-1} > \frac{x^2-2x}{x-1}$

$$\frac{x^3-2}{x-1} - \frac{x^2-2x}{x-1} > 0$$

$$\frac{x^3-2-x^2+2x}{x-1} > 0$$

$$\frac{x^2(x-1)+2(x-1)}{x-1} > 0$$

$$\frac{(x-1)(x^2+2)}{x-1} > 0$$

$x-1$

$x^2+2 > 0$ που ισχύει.

**7.** Νδο $\alpha\beta \le \frac{\alpha^2+\beta^2}{2} \le \frac{\alpha^3-\beta^3}{\alpha-\beta}$

αν $\alpha \neq \beta$

$\alpha\beta \le \frac{\alpha^2+\beta^2}{2}$ και $\frac{\alpha^2+\beta^2}{2} \le \frac{\alpha^3-\beta^3}{\alpha-\beta}$

$2\alpha\beta \le \alpha^2+\beta^2$ $\quad$ $\frac{\alpha^2+\beta^2}{2} - \frac{\alpha^3-\beta^3}{\alpha-\beta} \le 0$

$0 \le \alpha^2+\beta^2-2\alpha\beta$

$0 \le (\alpha-\beta)^2$ $\quad$ $\frac{(\alpha^2+\beta^2)(\alpha-\beta)}{2(\alpha-\beta)} - \frac{(\alpha^3-\beta^3)2}{2(\alpha-\beta)} \le 0$

$$\frac{(\alpha^2+\beta^2)(\alpha-\beta) - 2(\alpha^3-\beta^3)}{2(\alpha-\beta)} \le 0 .$$

$$\frac{(\alpha^2+\beta^2)(\alpha-\beta)-2(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)}{2(\alpha-\beta)} \leq 0$$

$$\frac{(\alpha-\beta)\cdot(\alpha^2+\beta^2-2(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)}{2(\alpha-\beta)} \leq 0$$

$$\frac{\alpha^2+\beta^2-2\alpha^2-2\alpha\beta-2\beta^2}{2} \leq 0$$

$$\frac{-\alpha^2-2\alpha\beta-\beta^2}{2} \leq 0$$

$$\frac{\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2}{2} \geq 0$$

$$\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2 \geq 0 \qquad (\alpha+\beta)^2 \geq 0$$

V

8. Αν $\alpha > \beta > 1$

να δ.ο $\beta(\alpha+1) > \alpha+\beta^2$

$\beta\alpha+\beta > \alpha+\beta^2$

$\beta\alpha+\beta - \alpha - \beta^2 > 0$

$\alpha(\beta-1) + \beta(1-\beta) > 0$

$\alpha(\beta-1) - \beta(\beta-1) > 0$

$(\beta-1)(\alpha-\beta) > 0$

- $\beta > 1 \Rightarrow \beta - 1 > 0$
- $\alpha > \beta \Rightarrow \alpha - \beta > 0$

# Εξισώσεις

**1.** Νδο $(\alpha+\beta)^2 \geq 4\alpha\beta$

$\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2 \geq 4\alpha\beta$

$\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2-4\alpha\beta \geq 0$

$\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2 \geq 0$

$(\alpha-\beta)^2 \geq 0.$

**2.** Νδο $(\alpha+3\beta)^2 \geq 2\beta(5\alpha+2\beta).$

$\alpha^2+6\alpha\beta+9\beta^2 \geq 10\alpha\beta+4\beta^2$

$\alpha^2-4\alpha\beta+5\beta^2 \geq 0.$

$\alpha^2-4\alpha\beta+4\beta^2+\beta^2 \geq 0$

$(\alpha-2\beta)^2+\beta^2 \geq 0$

3. Nδo $(a-\beta)^2+8\beta^2 \geq 4a\beta$

$a^2-2a\beta+\beta^2+8\beta^2-4a\beta \geq 0$

$a^2-6a\beta+9\beta^2 \geq 0$

$(a-3\beta)^2 \geq 0.$

4. Nδo $\left(\frac{a+\beta}{2}\right)^2 \geq a\beta$

$\frac{(a+\beta)^2}{2^2} \geq a\beta$

$\frac{a^2+2a\beta+\beta^2}{4} \geq a\beta$

$a^2+2a\beta+\beta^2 \geq 4a\beta$

$a^2-2a\beta+\beta^2 \geq 0 \Rightarrow (a-\beta)^2 \geq 0.$

**5.** Nδο $3(a^2-\beta^2)+2a\beta \geq -2(a+2\beta)^2$

$3a^2-3\beta^2+2a\beta \geq -2(a^2+4a\beta+4\beta^2)$

$3a^2-3\beta^2+2a\beta \geq -2a^2-8a\beta-8\beta^2$

$5a^2+10a\beta+5\beta^2 \geq 0$

$a^2+2a\beta+\beta^2 \geq 0$

$(a+\beta)^2 \geq 0.$

**6.** Nδο $a^2+\beta^2-4a+6\beta \geq -13.$

$a^2-4a+4+\beta^2+6\beta+9 \geq 0$

$(a-2)^2+(\beta+3)^2 \geq 0$

**7.** Να δ.ο $(\alpha^2+\beta^2)(x^2+y^2) \geq (\alpha x+\beta y)^2$

$\alpha^2x^2+\alpha^2y^2+\beta^2x^2+\beta^2y^2 \geq \alpha^2x^2+2\alpha x\beta y+\beta^2y^2$

$\alpha^2y^2+\beta^2x^2-2\alpha x\beta y \geq 0$

$(\alpha y-\beta x)^2 \geq 0.$

**8.** Να δ.ο $13a^2-12a+13>0$

$4a^2+9a^2-12a+4+9>0$

$4a^2+(3a-2)^2+9>0$

# Επόμενο μάθημα

**Ημερομηνία μαθήματος :** Παρασκευή 25/9

**Ώρα μαθήματος :** 18:30.

**Ασκήσεις**

Ενότητα 7.

(3)

Χρονοδιάγραμμα

25/9 - 1/10

Τελειώνω τη διαδικασία

2/10 Γενική Επανάληψη

8/10 Τεστ σε τμήματα παραγοντοποίησης

**παρατηρήσεις**