Θέμα Α

Τεστ προτύπο

i) $\alpha^2 \geq \alpha$ Λάθος

ii) $2\alpha \geq \alpha$ Λάθος

iii) $\alpha + 2 \geq \alpha$ Σωστό

iv) $\alpha - 2 \leq \alpha$ Σωστό.

v) $x^2 > 0$, $x \neq 0$ Σωστό.

vi). Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < \delta$ τότε $\alpha - \gamma > \beta - \delta$

• $\alpha > \beta$ ⊕

• $\gamma < \delta \Rightarrow -\gamma > -\delta$

$\alpha - \gamma > \beta - \delta$

Σωστό.

vii). Αν $\alpha < -2$ και $\beta < -3$

$\alpha\beta > -6$ Λάθος

viii). $(\alpha-1)^2 + (\alpha+1)^2 > 0$ Σωστό!

↓ ↓

$\alpha = 1$ $\alpha = -1$

Δεν υπάρχει α ώστε να μηδενίζει ταυτόχρονα

ix | Αν $\alpha > \beta$ και $\alpha > -\beta$ τότε $\alpha > 0$

$2\alpha > 0 \Rightarrow \alpha > 0$ Σωστό.

x | $\frac{\alpha}{\beta} > 1$ τότε $\alpha > \beta$ Σωστό

Θέμα Β

i) $(\alpha-1)^2 + (\beta+3)^2 = 2(2\alpha+\beta)-3$

$\alpha^2 - 2\alpha + 1 + \beta^2 + 6\beta + 9 = 4\alpha + 2\beta - 3$

$\alpha^2 - 6\alpha + 10 + \beta^2 + 4\beta + 3 = 0$

$\alpha^2 - 6\alpha + 9 + \beta^2 + 4\beta + 4 = 0$

$(\alpha-3)^2 + (\beta+2)^2 = 0$

$\alpha = 3$ $\beta = -2$

$$a(x^2-y^2)+2xy \geq B(x+2y)^2$$

$$3(x^2-y^2)+2xy \geq -2(x+2y)^2$$

$$3x^2-3y^2+2xy \geq -2(x^2+4xy+4y^2)$$

$$3x^2-3y^2+2xy \geq -2x^2-8xy-8y^2$$

$$5x^2+5y^2+10xy \geq 0$$

$$x^2+2xy+y^2 \geq 0$$

$$(x+y)^2 \geq 0$$

✓

$$d(x,y) = |x-y|$$

27. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα, όπως δείχνει η πρώτη γραμμή του.

Απόλυτη τιμή	Απόσταση	Διάστημα ή ένωση διαστημάτων
$\|x-1\| \leq 3$	$d(x, 1) \leq 3$	$[-2, 4]$
$\|x+2\| < 4$	$d(x,-2) < 4$	$(-6, 2)$
$\|x-1\| > 2$	$d(x,1) > 2$	$(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
$\|x+2\| \geq 4$	$d(x,-2) \geq 4$	$(-\infty, -6] \cup [2, +\infty)$
$\|x-1\| < 2$	$d(x, 1) < 2$	$(-1, 3)$
$\|x+1\| \geq 5$	$d(x, -1) \geq 5$	$(-\infty, -6] \cup [4, +\infty)$
$\|x-3\| \leq 4$	$d(x,3) \leq 4$	$[-1, 7]$
$\|x+1\| \geq 2$	$d(x,-1) \geq 2$	$(-\infty, -3] \cup [1, +\infty)$

42. Αν $-1 \le x \le 1$

να δ.ο $|x^3 - 3x^2 + 2x - 1| \le 7$

Αφού $-1 \le x \le 1 \Rightarrow |x| \le 1$

- $|x| \le 1 \Rightarrow |x|^3 \le 1^3 \Rightarrow |x|^3 \le 1$
- $|x| \le 1 \Rightarrow |x|^2 \le 1^2 \Rightarrow 3|x|^2 \le 3$
- $|x| \le 1 \Rightarrow 2|x| \le 2$

} (+)

$$|x|^3 + 3|x|^2 + 2|x| \le 6$$

$$|x|^3 + 3|x|^2 + 2|x| + 1 \le 7$$

Τριγωνική Ανισότητα

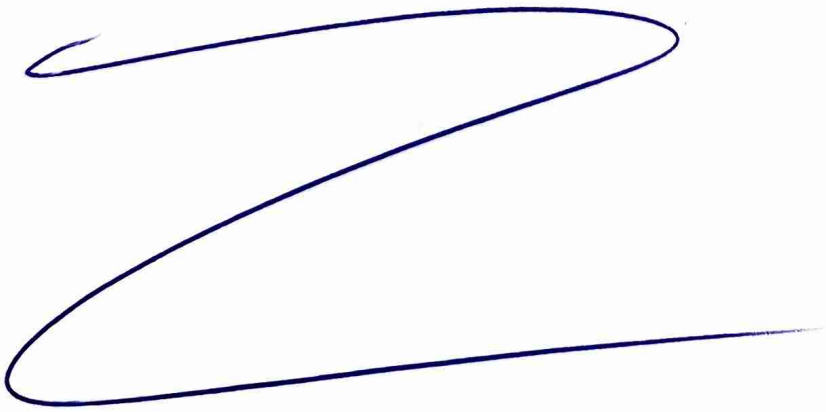
$$|\alpha + \beta| \le |\alpha| + |\beta| .$$

Ако тригонометрична неравенство

$$|x^3 - 3x^2 + 2x - 1| \leq |x^3| + |-3x^2| + |2x| + |-1|$$

$$|x^3 - 3x^2 + 2x - 1| \leq |x|^3 + 3|x^2| + 2|x| + 1 \leq 7$$

$$|x^3 - 3x^2 + 2x - 1| \leq 7$$



43. (B) Αν $|z-2| \leq 3$ και $|w+3| \leq 2$

Να δείξετε ότι $|z-w+1| \leq 11$

$|z-2| \leq 3$

$-3 \leq z-2 \leq 3$

$\boxed{-1 \leq z \leq 5}$

$|w+3| \leq 2$

$-2 \leq w+3 \leq 2$

$\boxed{-5 \leq w \leq -1}$

$5 \geq -w \geq 1$

$5 \geq z \geq -1$

$(+)$

$10 \geq z-w \geq 0$

$11 \geq z-w+1 \geq 1$

43. (B) $|z-2| \leq 3$ και $|w+3| \leq 2$

Να δείξετε ότι $|z-w+1| \leq 11$.

$$|z-w+1| = |(z-2)+2+(-w-3)+3+1|$$

$$= |(z-2)+(-w-3)+6| \leq$$

$$\leq |z-2|+|-w-3|+|6|$$

Αρα $|z-w+1| \leq |z-2|+|w+3|+6$ ισχύει.

- $|z-2| \leq 3$
- $|w+3| \leq 2$

$\Rightarrow |z-2|+|w+3| \leq 5$

$|z-2|+|w+3|+6 \leq 11$

51. $A = \dfrac{x^2 - 6|x| + 9}{x^2 - 3|x|}$

(01) $x^2 - 3|x| = 0$

$|x|^2 - 3|x| = 0$

$|x|(|x| - 3) = 0$

$|x| = 0$ и $|x| - 3 = 0$

$|x| = 3$

$x = 0$ $\quad x = 3$ $\quad x = -3$

Нараҳсак орқсы

$\forall x \neq 0, 3, -3.$

(B) $|A| < \frac{1}{3}$

$$-\frac{1}{3} < A < \frac{1}{3}$$

$$-\frac{1}{3} < \frac{|x|-3}{|x|} < \frac{1}{3}$$

$$-|x| < 3|x| - 9 < |x|$$

$-|x| < 3|x| - 9$ **kau** $3|x| - 9 < |x|$

$9 < 4|x|$ $\quad 2|x| < 9$

$\frac{3}{2} < |x|$ $\quad |x| < \frac{9}{2}$

$x > \frac{3}{2}$ atau $x < -\frac{3}{2}$ $\quad x \in (-\frac{9}{2}, \frac{9}{2})$

(B)

$$A = \frac{x^2 - 6|x| + 9}{x^2 - 3|x|}$$

$$A = \frac{|x|^2 - 6|x| + 9}{|x|^2 - 3|x|} = \frac{(|x| - 3)^2}{|x|(|x| - 3)}$$

$$A = \frac{|x| - 3}{|x|}.$$

(8) i) $|A| = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ $\frac{|x| - 3}{|x|} = \frac{1}{2}$

$A = \frac{1}{2}$ ou $A = -\frac{1}{2}$

$2|x| - 6 = |x|$

$|x| = 6$

$x = 6$ $\quad$ $x = -6$

ou

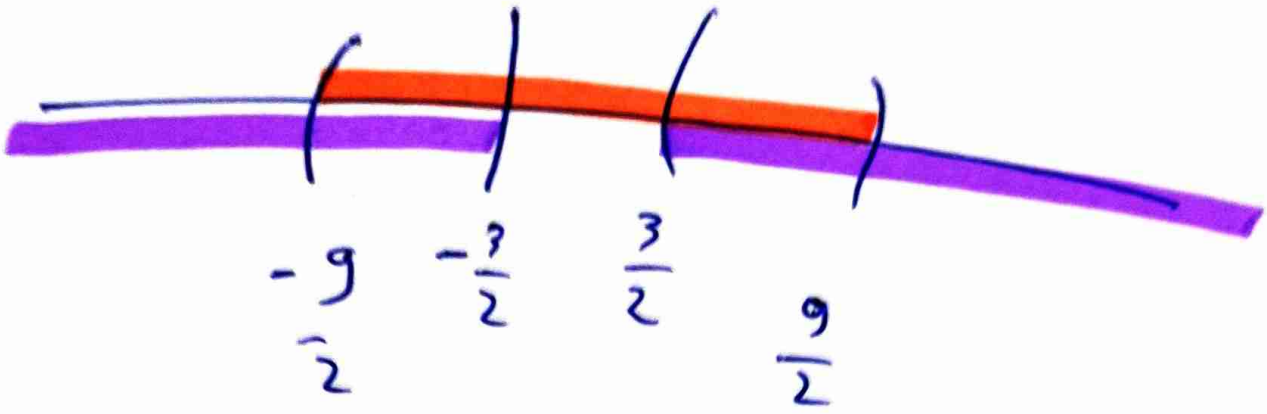
$\frac{|x| - 3}{|x|} = -\frac{1}{2}$

$2|x| - 6 = -|x|$

$3|x| = 6$

$|x| = 2$

$x = 2$ $\quad$ $x = -2$



$x \in \left(-\frac{9}{2}, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{2}\right)$.

$\hookrightarrow x \neq 3 _ x \neq -3$

46 Av $\left|\frac{3a+1}{a+3}\right| < 1$ vdo $|a| < 1$

$$\frac{|3a+1|}{|a+3|} < 1$$

$$|3a+1| < |a+3|$$

$$|3a+1|^2 < |a+3|^2$$

$$9a^2 + 6a + 1 < a^2 + 6a + 9$$

$$8a^2 < 8$$

$$a^2 < 1$$

$$a^2 < 1^2$$

$$|a| < |1|$$

$$|a| < 1$$

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος : 27/10/26

Ώρα μαθήματος : 20:00

Ασκήσεις

Ενότητα 8

20 47

34 48

35 49

38 5 =

44

παρατηρήσεις

Στο μαθημα απ Τρίτη τσεκαρουμε πολλά και νεα ασκησεις. Αν προλαβω μπαινω ρολ.