

9. $f(x) = \frac{1}{x-1}$

ΕΥΟΤΗΤΑ
3

$$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$g(x) = \sqrt{x} \quad D_g = [0, +\infty)$$

(a) $(g \circ f)(x) = \underline{g(f(x))} = \sqrt{\frac{1}{x-1}}$

$$\boxed{x \in D_f \quad \text{και} \quad f(x) \in D_g}$$

$$x \neq 1$$

$$\frac{1}{x-1} \geq 0$$

$$x-1 > 0$$

$$D_{g \circ f} = (1, +\infty)$$

$$\underline{\underline{x > 1}}$$

(b) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{1}{\sqrt{x}-1}$

$$x \in D_g \quad \text{και} \quad g(x) \in D_f$$

$$\underline{\underline{x \geq 0}}$$

$$\sqrt{x} \neq 1$$

$$\underline{\underline{x \neq 1}}$$

$$D_{f \circ g} = [0, 1) \cup (1, +\infty)$$

10. $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ $D_f = \mathbb{R} - \{-1\}$

$g(x) = \frac{1}{x}$ $D_g = \mathbb{R}^*$

(a) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{\frac{1}{x} - 1}{\frac{1}{x} + 1} = \frac{1-x}{1+x}$

$x \in D_g$ and $g(x) \in D_f$

$x \neq 0$ $\frac{1}{x} \neq -1$

$1 \neq -x$

$x \neq -1$

$D_{f \circ g} = \mathbb{R} - [0, -1]$

(b) $(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{\frac{x-1}{x+1} - 1}{\frac{x-1}{x+1} + 1} = \frac{x-1-x-1}{x-1+x+1}$

$= \frac{-2}{2x} = -\frac{1}{x}$

$x \in D_f$ and $f(x) \in D_f$

$x \neq -1$

$\frac{x-1}{x+1} \neq -1$

$D_{f \circ f} = \mathbb{R} - \{-1, 0\}$

$x-1 \neq -x-1$

$2x \neq 0$ $x \neq 0$

11. $f(x) = e^x + \ln(x+1) - 1$

$D_f = (-1, +\infty)$

ΕΥΟΤΗΤΑ

4

Αύξουσα $f(x) > 0$

$f(x) > f(0)$

f'

$x > 0$

Μονοτονία

$x_1 < x_2 \Rightarrow e^{x_1} < e^{x_2}$

⊕

$x_1 < x_2 \Rightarrow \ln(x_1+1) - 1 < \ln(x_2+1) - 2$

$f(x_1) < f(x_2)$

f'

12.

$$f(x) = x^3 + x - 10$$

Concave $\uparrow$

① $x > \frac{10}{x^2 + 1}$

$$x(x^2 + 1) > 10$$

$$x^3 + x - 10 > 0$$

$$f(x) > 0$$

$$f(x) > f(2)$$

$\uparrow$

$$\underline{\underline{x > 2}}$$

② $x^2 + \frac{10}{x} < -1$

$$\underline{\underline{x < 0}}$$

$$x^3 + 10 > -x$$

$$x^3 + x + 10 > 0$$

$$x^3 + x - 10 + 10 > -10$$

$$f(x) > -20 \Rightarrow f(x) > f(-2)$$

$$\uparrow \underline{\underline{0 > x > -2}}$$

$$\textcircled{7} \quad \ln^3 x + \ln x > 10$$

$$\ln^3 x + \ln x - 10 > 0$$

$$f(\ln x) > 0$$

$$f(\ln x) > f(2)$$

$f \nearrow$

$$\ln x \geq 2$$

$$e^{\ln x} \geq e^2$$

$$\underline{\underline{x \geq e^2}}$$

$$\textcircled{8} \quad f(3x-4) + 10 < x^3 + x$$

$$f(3x-4) < x^3 + x - 10$$

$$f(3x-4) < f(x)$$

$f \nearrow$

$$3x-4 < x$$

$$2x < 4$$

$$\underline{\underline{x < 2}}$$

③ $f(x^3 + 2x - 2) + (0 - x) > x^3$

$$f(x^3 + 2x - 2) \geq x^3 + x - 10$$

$$f(x^3 + 2x - 2) > f(x)$$

87

$$x^3 + 2x - 2 > x$$

$$x^3 + x - 2 \rightarrow 0$$

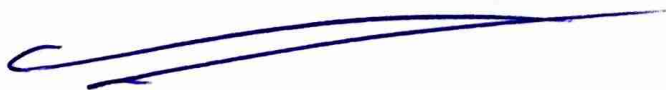
$$x^3 + x - 10 > -10 + 2$$

$$f(x) > -8$$

$$f(x) \geq f(1)$$

JP

$x > 1.$



(52)

$$f^3(x) + f(x) - x > x^3$$

$$f^3(x) + f(x) > x^3 + x$$

$$f^3(x) + f(x) - 10 > x^3 + x - 10$$



$$f(f(x)) > f(x)$$

$f \uparrow$

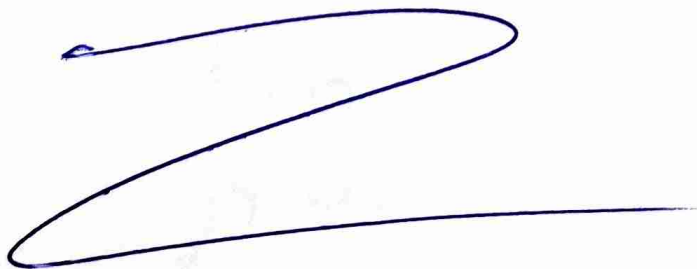
$$f(x) > x$$

$$x^3 + \cancel{x} - 10 > \cancel{x}$$

$$x^3 - 10 > 0$$

$$x^3 > 10$$

$$x > \sqrt[3]{10}$$



15. $f(x) = \ln x + x - 1$

(a) Monoton

Erweise $f \uparrow$

(B) i) $x^2 + \ln(x^2+1) > 0.$

$$\ln(\underline{x^2+1}) + \underline{x^2+1} > 1$$

$$\ln(\underline{x^2+1}) + \underline{x^2+1} - 1 > 0$$

$$f(x^2+1) > 0$$

$$f(x^2+1) > f(1)$$

$f \uparrow$

$$x^2+1 > 1$$

$$x^2 > 0$$

$$x \in \mathbb{R}^*.$$

$$11) \ln \frac{3x}{x^2+2} < x^2 - 3x + 2$$

$$\ln 3x - \ln(x^2+2) < x^2 - 3x + 2$$

$$\ln 3x + 3x - 1 < \ln(x^2+2) + x^2 + 2 - 1$$

$$f(3x) < f(x^2+2)$$

$f \nearrow$

$$3x < x^2 + 2$$

$$0 < x^2 - 3x + 2$$

x	1	2
$x^2 - 3x + 2$	+	+

$$x \in (0, 1) \cup (2, +\infty)$$

20. (a) $\underbrace{x^7 + 2x - 3}_{f(x)} < 0$

$$f(x) < f(1)$$

Єuc2,

$f \nearrow$

$f \nearrow$

$$\underline{\underline{x < 1}}$$

(b) $e^x < 1 - 2x$

$$\underbrace{e^x - 1 + 2x}_{f(x)} < 0$$

$$f(x)$$

$$f(x) < 0$$

Єuc2,

$$f(x) < f(0)$$

$f \nearrow$

$f \nearrow$

$$\underline{\underline{x < 0}}$$

22. $f(x) = e^{x-1}, x > 0$

$g(x) = \frac{1}{x}, x > 0$

CTW $f(x) < g(x)$

$$e^{x-1} < \frac{1}{x}$$

$$e^{x-1} - \frac{1}{x} < 0$$

$$\underbrace{\hspace{1cm}}_{h(x)}$$

$$h(x) < 0$$

$$h(x) < h(1)$$

h

$$\underline{\underline{0 < x < 1}}$$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow e^{x_1-1} < e^{x_2-1}$

(+)

• $x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Rightarrow -\frac{1}{x_1} < -\frac{1}{x_2}$

$$h(x_1) < h(x_2)$$

h

$\forall x \in (0, 1)$ и f и g .

$\forall x \in (1, +\infty)$ и f и g .

$\forall x = 1$ термом,

18.

$$f(x) = \alpha^x - x, \quad 0 < \alpha < 1$$

$$\textcircled{a} \quad \begin{aligned} x_1 < x_2 &\Rightarrow \alpha^{x_1} > \alpha^{x_2} \\ x_1 < x_2 &\Rightarrow -x_1 > -x_2 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} x_1 < x_2 &\Rightarrow \alpha^{x_1} > \alpha^{x_2} \\ x_1 < x_2 &\Rightarrow -x_1 > -x_2 \end{aligned}} \right\} \textcircled{+}$$

$$f(x_1) > f(x_2) \quad \downarrow$$

$$\textcircled{b} \quad \alpha^{x^2+4} - \alpha^{5x-2} < x^2 - 5x + 6$$

$$\underline{\underline{0 < \alpha < 1}}$$

$$\alpha^{\overbrace{x^2+4}} \div \overbrace{(x^2+4)} < \alpha^{\overbrace{5x-2}} \div \overbrace{(5x-2)}$$

$$f(x^2+4) < f(5x-2)$$

$$\downarrow$$

$$x^2 + 4 > 5x - 2$$

$$x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$x \in (-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$$

x	2	3
$x^2 - 5x + 6$	+	-
	+	+

23. (a) $(2x+1)^5 + (2x+1)^3 < 2$

$$(\underline{2x+1})^5 + (\underline{2x+1})^3 - 2 < 0$$

$f(x) = x^5 + x^3 - 2$

$f(2x+1) < f(1)$

$f \nearrow$

$$2x+1 < 1$$

$$2x < 0$$

$$x < 0,$$

2. (B) $f(x) = 1 - \sqrt{3 - 2x}$

ΕΥΟΤΗΤΑ
6

• $x_1 < x_2 \Rightarrow 3 - 2x_1 > 3 - 2x_2$

$$1 - \sqrt{3 - 2x_1} < 1 - \sqrt{3 - 2x_2}$$

$$f \nearrow \Rightarrow f(3) = 1$$

(E) $f(x) = \ln \frac{x}{1-x}$

ΕΥΟΤΗΤΑ $f(x_1) = f(x_2)$

$$\ln \frac{x_1}{1-x_1} = \ln \frac{x_2}{1-x_2}$$

$$\frac{x_1}{1-x_1} = \frac{x_2}{1-x_2}$$

$$x_1(1-x_2) = x_2(1-x_1)$$

$$x_1 - x_1 x_2 = x_2 - x_1 x_2$$

$$x_1 = x_2 \quad f(3) = 1$$

$$4. \quad f(2) = 3$$

$$f(3) = 1$$

$$(a) \quad f(x) = 3$$

$$f(x) = f(2)$$

$$f(3) = 1$$

$$\underline{\underline{x = 2}}$$

$$(b) \quad f(e^x + 1) = 3$$

$$f(e^x + 1) = f(2)$$

$$f(3) = 1$$

$$e^x + 1 = 2$$

$$e^x = 1$$

$$\underline{\underline{x = 0}}$$

$$(c) \quad f(x^2 - 3x) = f(x - 3)$$

$$f(3) = 1$$

$$x^2 - 3x = x - 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x = 2)$$

$$(x = 3)$$

$$(d) \quad f(f(x) - 1) = 3$$

$$f(f(x) - 1) = f(2)$$

$$f(3) = 1$$

$$f(x) - 1 = 2$$

$$f(x) = 3$$

$$f(x) = f(2)$$

$$x = 2$$

5. $f(x) = x^5 + 2x^3 - 3$

(a) Given $f \uparrow$

(b) $x^5 + 2x^3 = 3$

$$x^5 + 2x^3 - 3 = 0$$

$$f(x) = 0$$

$$f(x) = f(1)$$

$$f(1) = 1$$

$$x = 1$$

(c) Av $\lambda^5 - \mu^5 = 2\mu^3 - 2\lambda^3$ vdo $\lambda = \mu$

$$\lambda^5 + 2\lambda^3 = \mu^5 + 2\mu^3$$

$$\lambda^5 + 2\lambda^3 - 3 = \mu^5 + 2\mu^3 - 3$$

$$f(\lambda) = f(\mu)$$

$$f(1) = 1$$

$$\lambda = \mu$$

$$\textcircled{6} \quad (3x-2)^5 + 2(3x-2)^3 = 3$$

$$(\underline{3x-2})^5 + 2(\underline{3x-2})^3 - 3 = 0$$

$$f(3x-2) = f(1)$$

$$f(3x-2)$$

$$3x-2 = 1$$

$$3x = 3$$

$$x = 1$$



10. (B) $\ln \varepsilon \varphi x = \delta w x - \eta \rho x \quad x \in (0, \frac{\eta}{2})$

$$\ln \frac{\eta \rho x}{\delta w x} = \delta w x - \eta \rho x$$

$$\ln \eta \rho x - \ln \delta w x = \delta w x - \eta \rho x$$

$$\ln \eta \rho x + \eta \rho x = \ln \delta w x + \delta w x$$

$$f(x) = \ln x + x$$

$$f' \Rightarrow f|_{x=1}$$

$f(\eta \rho x) = f(\delta w x)$

$$f|_{x=1}$$

$$\eta \rho x = \delta w x$$

$$\frac{\eta \rho x}{\delta w x} = 1$$

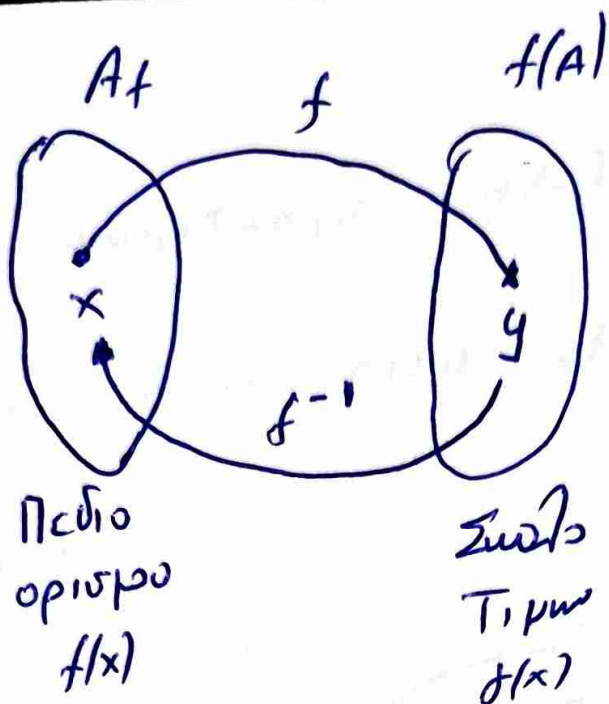
$$\varepsilon \varphi x = 1$$

$$\varepsilon \varphi x = \varepsilon \varphi \frac{\eta}{4}$$

$$x = \frac{\eta}{4}$$

Σημείωση

1.



$$f(x) = y \quad \text{και} \quad f^{-1}(y) = x$$

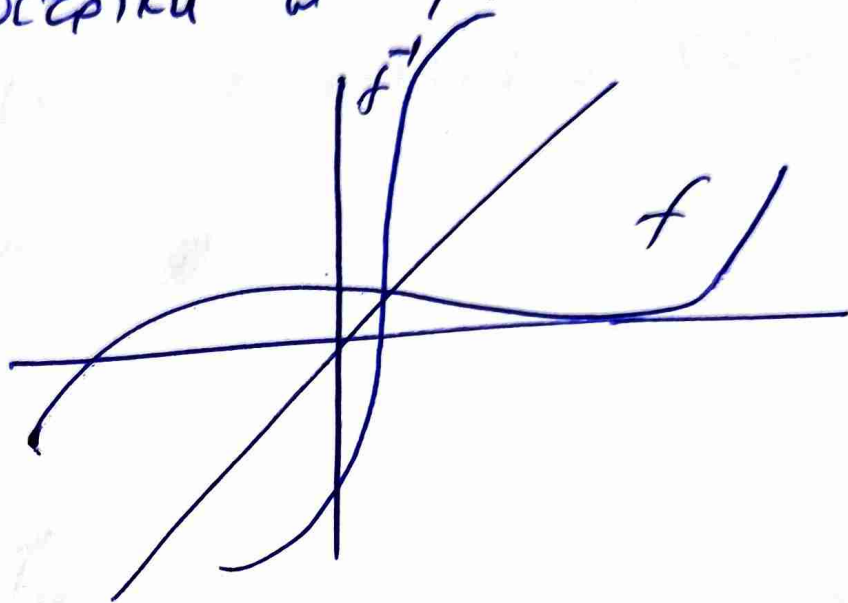
Αναγκασιότητα προϋπόθεση για
να υπάρχει η $f^{-1}(x)$ είναι
η f να είναι 1-1.

SOS

$$T_0 \sum T_f = D_f^{-1}$$

2. Αν $f(5) = 6 \Rightarrow f^{-1}(6) = 5$

3. Οι συναρτήσεις $f(x)$ και $f^{-1}(x)$ είναι συγγενικά κ' από την ευθεία $y = x$



4. $f^{-1}(f(x)) = x \quad , \quad x \in A$

$f(f^{-1}(x)) = x \quad , \quad x \in f(A)$

5. Οι εξισώσεις $f(x) = x$ και

$f^{-1}(x) = x$ είναι ισοδυναμικές,

6. Η επίδραση $f(x) = f^{-1}(x)$ είναι

ισοδυναμεί με την $f(x) = x$ και

την $f^{-1}(x) = x$

υπό μια προϋπόθεση

f ↗

Απόδειξη

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$f(f(x)) = f(f^{-1}(x))$$

$$f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) + f(x) = x + f(x)$$

$$\boxed{g(x) = f(x) + x}$$

$$\rightarrow g(f(x)) = g(x)$$

$g(x) = x$

$$f(x) = x$$

$$x_1 < x_2 \rightarrow \textcircled{+}$$
$$\Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$$g(x_1) < g(x_2)$$

$$g \nearrow$$

$$g(x) = x$$

Ασκηση Αντίστροφη

1. $f(x) = 1 - \sqrt{e^x + 1}$, $x \in \mathbb{R}$.

• $x_1 < x_2 \Rightarrow e^{x_1} < e^{x_2} \Rightarrow e^{x_1} + 1 < e^{x_2} + 1$

$$\sqrt{e^{x_1} + 1} < \sqrt{e^{x_2} + 1}$$

$$-\sqrt{e^{x_1} + 1} > -\sqrt{e^{x_2} + 1}$$

$$f \downarrow \Rightarrow f \circ (-)$$

$$f(x_1) > f(x_2)$$

αρα f αντιστρέφεται.

Θετω $f(x) = y$

$$y = 1 - \sqrt{e^x + 1}$$

$$\sqrt{e^x + 1} = 1 - y$$

$$e^x + 1 = (1 - y)^2$$

$$e^x = (1 - y)^2 - 1$$

$$x = \ln((1 - y)^2 - 1)$$

Περιορισμοί
για y

$$1 - y \geq 0$$

$$y \leq 1$$

$$(1 - y)^2 - 1 > 0$$

$$1 - 2y + y^2 - 1 > 0$$

$$y^2 - 2y > 0$$

$$\partial_{\text{ETW}} \quad x = f^{-1}(y)$$

$$f^{-1}(y) = \ln((1-y)^2 - 1)$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \ln((1-x)^2 - 1)$$

Σωρξω

$$y^2 - 2y > 0$$

$$y(y-2) > 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 0 & 2 \end{array}$$

y	0	2
$y^2 - 2y$	+	-

$$y \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$$

Apr $y \leq 1$ kon $y \in (-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$

$$D_{f^{-1}} = (-\infty, 0)$$

$$2. \quad f(x) = \ln(x-2) \quad , \quad x > 2$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow x_1 - 2 < x_2 - 2 \Rightarrow \ln(x_1 - 2) < \ln(x_2 - 2)$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

$f \nearrow \Rightarrow f^{-1}$ — строго возрастающая.

$$f(x) = y$$

$$y = \ln(x-2)$$

$$e^y = e^{\ln(x-2)}$$

$$e^y = x - 2$$

$$e^y + 2 = x$$

$$\text{Итак } x = f^{-1}(y)$$

$$f^{-1}(y) = e^y + 2$$

$$D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$$

$$f^{-1}(x) = e^x + 2$$

Проверка

$$x > 2$$

$$e^y + 2 > 2$$

$$e^y > 0$$

✓

$$3. f(x) = \frac{x}{x-1}, \quad x > 1$$

ЄСТW $f(x_1) = f(x_2)$

$$\frac{x_1}{x_1-1} = \frac{x_2}{x_2-1}$$

$$x_1(x_2-1) = x_2(x_1-1)$$

$$\cancel{x_1}x_2 - x_1 = \cancel{x_2}x_1 - x_2$$

$$x_1 = x_2$$

$$f^{-1}(y) = y$$

ЄСТW $f(x) = y$

$$y = \frac{x}{x-1}$$

$$y(x-1) = x$$

$$yx - y = x$$

$$yx - x = y$$

$$x(y-1) = y$$

$$x = \frac{y}{y-1}$$

прич $y-1 \neq 0$

$y \neq 1$

$$f^{-1}(y) = \frac{y}{y-1}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$4. f: (-\infty, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = x^2 - 2x + 1$$

$$f(x) = (x-1)^2$$

$$x_1 < x_2 \rightarrow x_1 - 1 < x_2 - 1$$

$$(x_1 - 1)^2 > (x_2 - 1)^2$$

$$f(x_1) > f(x_2)$$

$f \downarrow$

$$y = (x-1)^2$$

$$\sqrt{y}^2 = (x-1)^2$$

$$|\sqrt{y}^{\oplus}| = |x-1|^{\ominus}$$

$$\sqrt{y} = -x + 1$$

$$x = 1 - \sqrt{y}$$

$$\underline{y \geq 0}$$

$$\text{exists } x \leq 1$$

$$1 - \sqrt{y} \leq 1$$

$$0 \leq \sqrt{y}$$

$$f^{-1} = (-\infty, 0]$$

$$\underline{f^{-1}(x) = 1 - \sqrt{x}}$$

20. $f(x) = e^{x-1} + 2x - 3$

Ερωτήματα

7

(α) Εύρεση f^{-1}

(β) $f^{-1}(e+1)$

Ψάχνω $f(\text{ποσο};) = e+1$

$$f(2) = e+1$$

$$\underline{\underline{f^{-1}(e+1) = 2}}$$

(γ) i) $f(1 + f^{-1}(x+1)) = 0$

$$f(1 + f^{-1}(x+1)) = f(1)$$

$$f(0) = 1$$

$$\cancel{1 + f^{-1}(x+1) = 1}$$

$$f^{-1}(x+1) = 0$$

$$f^{-1}(x+1) = 0$$

$$f(f^{-1}(x+1)) = f(0)$$

$$x+1 = f(0)$$

$$x+1 = e^{-1} - 3$$

$$x = e^{-1} - 4$$

$$11). f(x^2+x) + \underline{f^{-1}(e^2+3)} > e+4$$

$$f(3) = e^2+3$$

$$f^{-1}(e^2+3) = 3$$

$$\rightarrow f(x^2+x) + 3 > e+4$$

$$f(x^2+x) > e+1$$

$$f(x^2+x) > f(2)$$

$$x^2+x \geq 2$$

$$x^2+x-2 \geq 0$$

x	-2	1
x^2+x-2	+	-

$$x \in (-\infty, -2) \cup (1, \infty)$$

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος: 24/9/26

Ώρα μαθήματος: 9 πρωί.

Ασκήσεις

Ενότητα 6

⑧ ολη

⑨ ολη

⑩ οι

⑫ ολη

⑬ ολη.

Ενότητα 7

⑦ ολη

παρατηρήσεις

8. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $e^{x-1} + \ln x = 1$

β. $e^{\frac{1}{x}} - \ln x = e$

9. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $(3x-2)^5 + (3x-2)^3 - 2 = 0$

β. $e^{x^3-x} + x^3 = x + 1$

10. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\ln \frac{2x^2+1}{x^2+2} = e^{x^2+2} - e^{2x^2+1}$

β. $\ln \epsilon \phi x = \sigma \upsilon \nu x - \eta \mu x, \quad x \in (0, \frac{\pi}{2})$

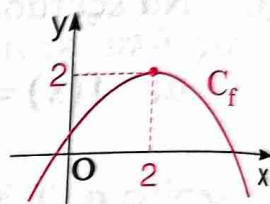
γ. $e^x - e^{x^5} = 4 \ln x$

11. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη στο $\mathbb{R}$. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $f(x^6+4) = f(x^4+4)$

β. $f(\eta \mu x) = f(\sqrt{3} \sigma \upsilon \nu x)$

γ. $f(f(x)) = 2$



12. Δίνεται η γνησίως φθίνουσα συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.

α. Να δείξετε ότι η $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $g(x) = f(x) - x$ είναι γνησίως φθίνουσα.

β. Να βρείτε το λ , ώστε $f(\lambda^2 - 3\lambda) - f(2\lambda - 6) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$.

13. Έστω $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ δύο συναρτήσεις με $g(x) = f(x+3) - f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ και η g είναι γνησίως μονότονη. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $f(x+2) + f(0) = f(x-1) + f(3)$

β. $f(x^2+3) + f(x+2) = f(x+5) + f(x^2)$

γ. Να βρείτε τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των f και f^{-1} .

5. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln x + 1$.

α. Να δείξετε ότι η f είναι 1-1.

β. Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και στη συνέχεια, να βρείτε την f^{-1} .

γ. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις C_f και $C_{f^{-1}}$ και με την βοήθεια αυτών να βρείτε τα κοινά τους σημεία.

6. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $f(x) = 2 + \sqrt{x-1}$ είναι 1-1. Να βρείτε την αντίστροφη της f^{-1} και στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις C_f και $C_{f^{-1}}$.

7. Να δείξετε ότι οι παρακάτω συναρτήσεις αντιστρέφονται και να βρείτε την αντίστροφή τους συνάρτηση.

α. $f(x) = 1 - \sqrt{1 + e^x}$

β. $f(x) = 1 - \ln(1 + e^x)$

γ. $f(x) = \frac{2x-1}{x-2}$

δ. $f(x) = \frac{2e^x - 1}{e^x + 1}$

ε. $f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$

στ. $f(x) = x - \ln(1 + e^x)$

ζ. $f(x) = \sqrt{1 - \ln x}$

η. $f(x) = \frac{\ln x}{\ln x - 1}$

8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (x-2)^2 + 3$, $x \geq 2$.

α. Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την f^{-1} .

β. Να σχεδιάσετε στο ίδιο σύστημα αξόνων τις C_f και $C_{f^{-1}}$.

γ. Για κάθε $x \geq 2$ θεωρούμε τα σημεία $A(x, f(x))$ και $B(f(x), x)$ των C_f και $C_{f^{-1}}$ αντίστοιχα. Να βρείτε την ελάχιστη απόσταση d των σημείων A και B .

9. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^3$.

α. Να δείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφή της.

β. Να βρείτε τα κοινά σημεία της C_f και της $C_{f^{-1}}$.