

Επαυα λυψυ

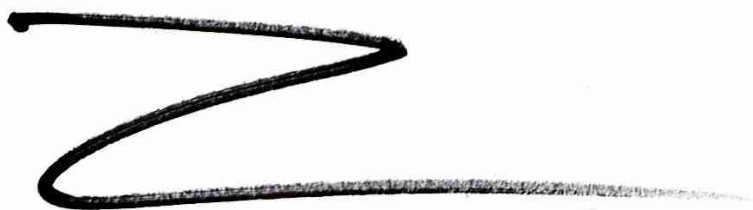
για το

Τελευταίο

διαγωνισμα

της χρονιας

καλο καρδοκουρε



Αποδοτικότητα

Αλγεβρα

3. $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

$$\sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$\left(\sqrt{a} \sqrt{b} \right)^{\vee} = \sqrt{ab}^{\vee}$$

$$\sqrt{a}^{\vee} \sqrt{b}^{\vee} = ab$$

$$ab = ab.$$

4. Εστω $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ και

x_1, x_2 ρίζες της.

Νόμος $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ και $x_1 x_2 = \frac{c}{a}$.

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{(-b)^2 - \sqrt{\Delta}^2}{4a^2} =$$

$$= \frac{b^2 - \Delta}{4a^2} = \frac{b^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

5. Έστω $\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$

Νόμο η εξίσωση αυτή μπορεί να
πάρει τη μορφή $x^2 - Sx + P = 0$
όπου S το άθροισμα και P το
γινόμενο των ριζών.

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0 \quad \alpha \neq 0$$

$$\frac{\alpha x^2}{\alpha} + \frac{\beta x}{\alpha} + \frac{\gamma}{\alpha} = 0$$

$$x^2 + \frac{\beta}{\alpha} x + \frac{\gamma}{\alpha} = 0$$

$$x^2 - \left(-\frac{\beta}{\alpha}\right) x + \frac{\gamma}{\alpha} = 0$$

$$x^2 - Sx + P = 0.$$

6. Νδο ο v-οσος ορος μιας
αριθμητικης προοδου εστι

$$a_v = a_1 + w(v-1)$$

$$a_1 = a_1$$

$$a_2 = a_1 + w$$

$$a_3 = a_2 + w$$

ο ο ο ο ο ο

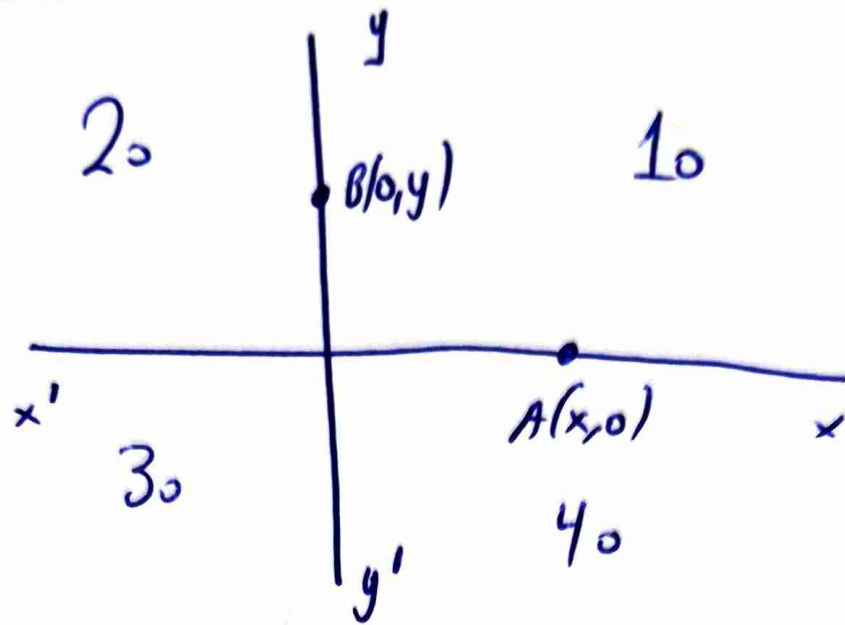
$$a_v = a_{v-1} + w$$

(+)

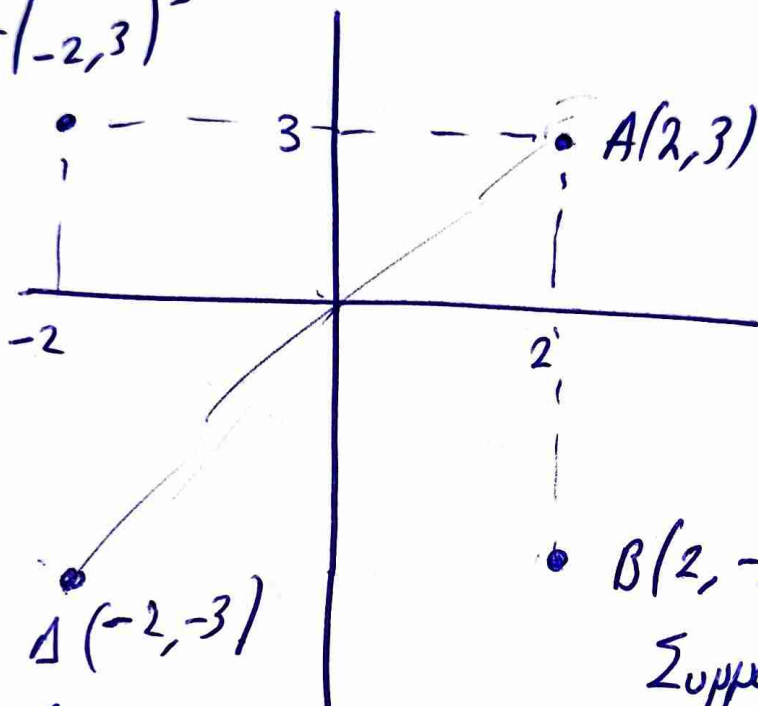
$$\cancel{a_1} + \cancel{a_2} + \cancel{a_3} + \dots + a_v = a_1 + \cancel{a_1} + w + \cancel{a_2} + w + \dots + \cancel{a_{v-1}} + w$$

$$a_v = a_1 + w(v-1)$$

καρτεσιανω σημειωσο



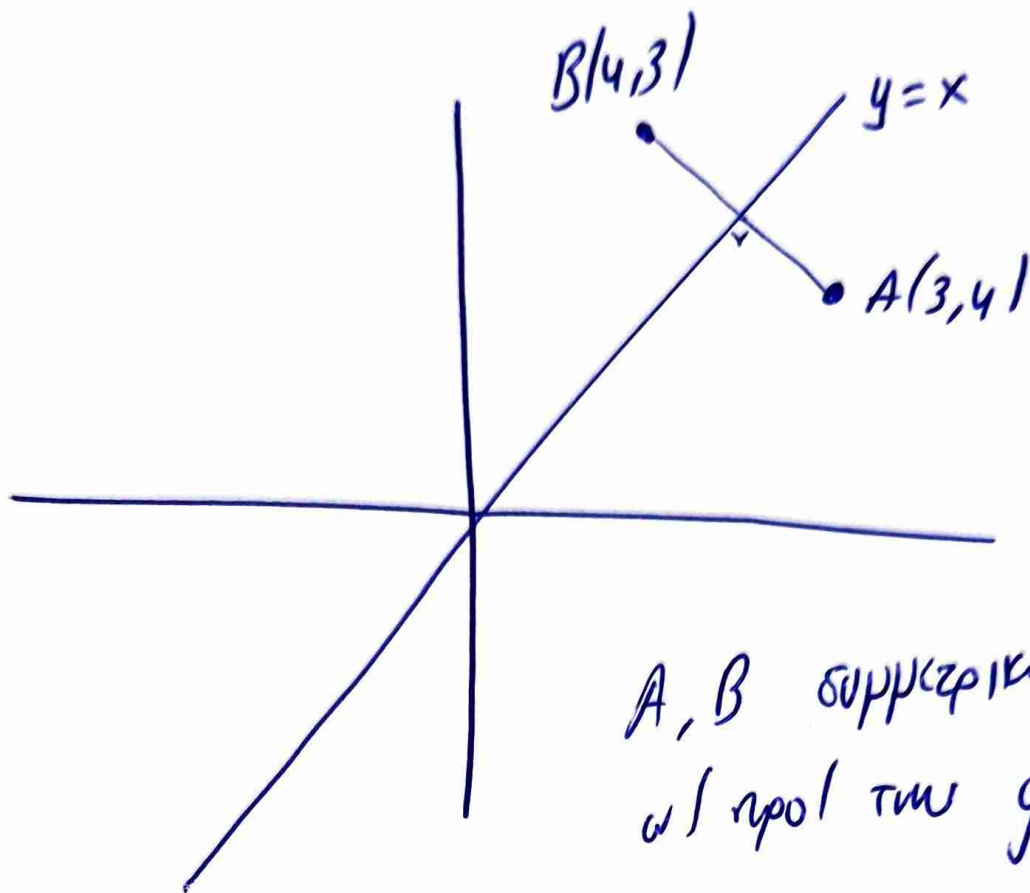
Συμμετρικο του A
ως προς τον $y'y$
 $\Gamma(-2, 3)$



Συμμετρικο
του A
ως προς την
αρχη των
αξων

$B(2, -3)$

Συμμετρικο του A
ως προς τον $x'x$



A, B συμπερτακά
ω/ προ/ τω $y=x$

Πιθανη ασκηση

$A(-3, 5)$

B συμπερτακά ω/ προ/.

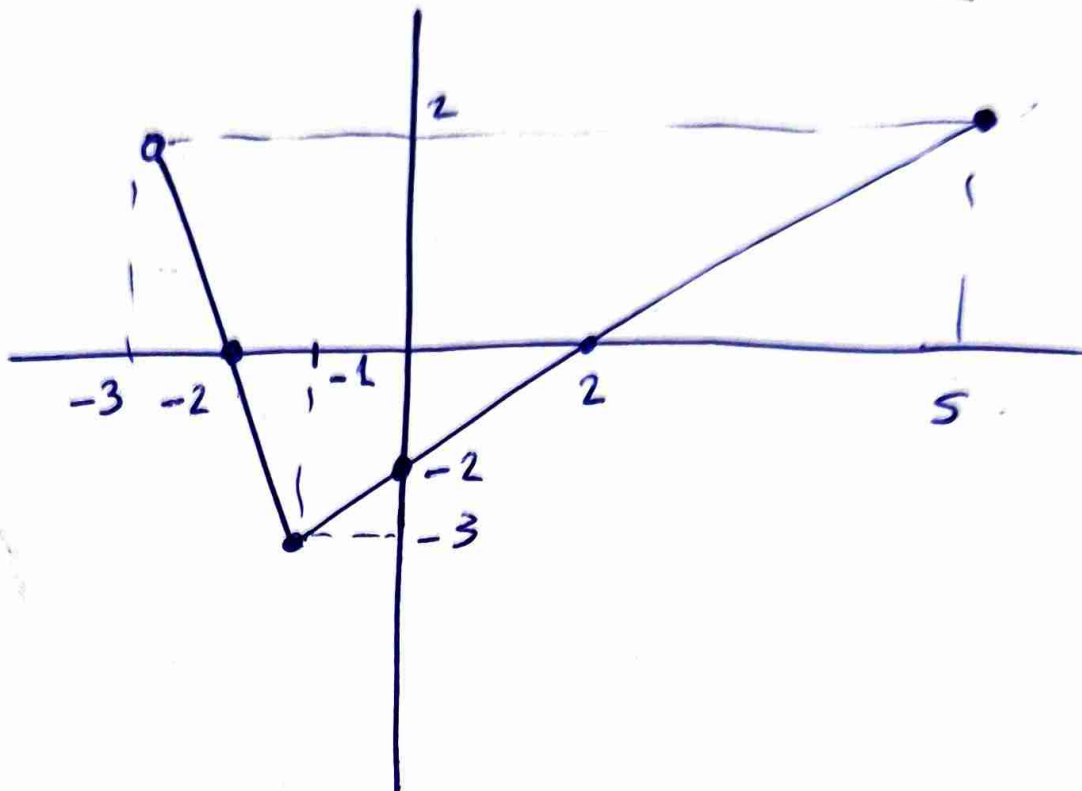
i) $x'x$ $(-3, -5)$

ii) $y'y$ $(3, 5)$

iii) $(0,0)$ $(3, -5)$

iv) $y=x$ $(5, -3)$

Γραφική Παράσταση



1. Πεδίο ορισμού της $f(x)$

$$A_f = [-3, 5]$$

2. Σύνολο Τιμών της $f(x)$

$$\Sigma T_f = [-3, 2]$$

3. Σημεία στροφής με αλγόριθμο.

$$\frac{x'x}{}$$

$$A(-2, 0)$$

$$B(2, 0)$$

$$\frac{y'y}{}$$

$$\Gamma(0, -2)$$

4. Αντίστροφα $f(x) \geq 0$

$$x \in (-3, -2] \cup [2, 5]$$

5. Επίστροφα $f(x) = 2$

$$x = 5.$$

6. Επίστροφα $f(x) = 2026$

Το 2026 $\notin \Sigma \Gamma f$ οπότε η

επίστροφα είναι κενή σύνολο.

7. Επίστροφα $f(x) = x^2 + 3$

Το $x^2 + 3 \geq 3$ η επίστροφα $f(x) = x^2 + 3$
Αδυνατεί.

8. Αντίστροφα $f(x) + 3 \leq 0$

$$f(x) \leq -3$$

$$x = -1$$

κλ α δ ω τ υ

$$\text{Έστω } f(x) = \begin{cases} \alpha x - 1, & x \leq 1 \\ 2 - \beta x, & x > 1 \end{cases}$$

η οποία διέρχεται από τα σημεία,

$$A(-1, -3) \quad \text{και} \quad B(3, -1)$$

1. Να βρεθούν τα α, β .

$$f(-1) = -\alpha - 1 = -3 \quad \Rightarrow \quad -\alpha = -2 \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha = 2}}$$

$$f(3) = 2 - 3\beta = -1 \quad \Rightarrow \quad 3 = 3\beta \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\beta = 1}}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 1 \\ 2 - x, & x > 1 \end{cases}$$

2. Σημια τερματ με αλωνα

$$\frac{x'x}{f(x)=0}$$

$$\frac{y'y}{f(y)=2 \cdot 0 - 1}$$

$$\underline{x \leq 1}$$

$$\underline{x > 1}$$

$$f'(0) = -1$$

$$f(x)=0$$

$$f(x)=0$$

$$\Delta(0, -1)$$

$$2x - 1 = 0$$

$$2 - x = 0$$

$$\boxed{x = \frac{1}{2}}$$

$$\boxed{x = 2}$$

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

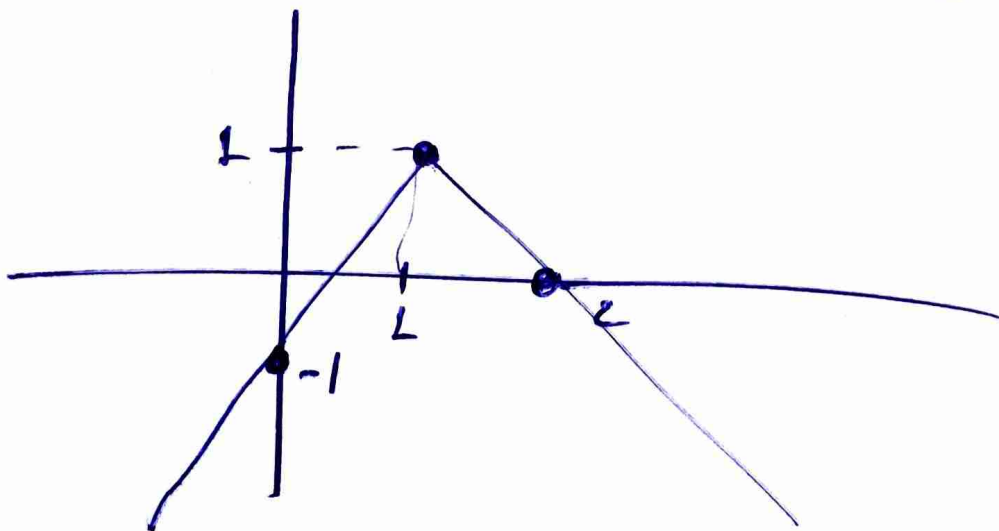
$$\Delta(2, 0)$$

3. Να σχεδιασθεί τμήμα $f(x)$

$$f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & x \leq 1 \\ 2 - x, & x > 1 \end{cases}$$

x	0	1
y	-1	1

x	1	2
y	1	0



4. Na lođu n ετιώαση $f(x) - x^2 = 0$

$$\underline{x \leq 1}$$

$$f(x) - x^2 = 0$$

$$2x - 1 - x^2 = 0$$

$$-x^2 + 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = 0$$

$$\textcircled{x=1}$$



$$\underline{x > 1}$$

$$f(x) - x^2 = 0$$

$$2 - x - x^2 = 0$$

$$-x^2 - x + 2 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$x = \frac{1 \pm 3}{-2}$$

$$\textcircled{-2}$$

$$\textcircled{2}$$



SOS

Δεσφαι $f(x) = x^2 - 2x + 2$ και

$$g(x) = 2x - \lambda^2$$

Νδσ η $f(x)$ και η $g(x)$ δεσφαι

και δεσφαι και δεσφαι δεσφαι

νδσ η $f(x)$ εχει ποσω δεσφαι

τη $g(x)$.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 = 2x - \lambda^2$$

$$x^2 - 2x + 2 - 2x + \lambda^2 = 0$$

$$x^2 - (2 + \lambda)x + \lambda^2 + 2 = 0$$

$$\Delta = (2 + \lambda)^2 - 4(\lambda^2 + 2)$$

$$\Delta = \lambda^2 + 4\lambda + 4 - 4\lambda^2 - 8$$

$$\Delta = -3\lambda^2 + 4\lambda - 4$$

$$\Delta^* = 16 - 4 \cdot (-3) \cdot (-4)$$

$$\Delta^* = 16 - 48 < 0$$

$$\Rightarrow \text{apa to } \Delta = -3\lambda^2 + 4\lambda - 4 < 0$$

⊖

apa u c'lonu h(x) = g(x)
akuza

$$\rightarrow f(x) > g(x)$$

$$x^2 - (2+\lambda)x + \lambda^2 + 2 > 0$$

⊕

$$\Delta < 0 \quad \text{ka } 1 > 0$$



SOS

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2$

και $g(x) = \lambda(x-1) + 1$

α) Να βρεθούν οι λ για τις οποίες οι f, g έχουν το ίδιο εύρος τιμών.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 = \lambda(x-1) + 1$$
$$x^2 = \lambda x - \lambda + 1$$

$$x^2 - \lambda x + \lambda - 1 = 0$$

$$\Delta = \lambda^2 - 4(\lambda - 1) = \lambda^2 - 4\lambda + 4 = (\lambda - 2)^2 \geq 0$$

Η εξίσωση έχει το ίδιο εύρος τιμών για $\lambda \in \mathbb{R}$

αρα οι f, g τερματίζουν το ίδιο εύρος τιμών

για κάθε λ .

ⓑ Βρες το λ ώστε οι f, g να τέμνονται σε μοναδικό σημείο.

$$\text{Απαιτώ } \Delta = 0 \Rightarrow (\lambda - 2)^2 = 0$$

$$\underline{\underline{\lambda = 2}}$$

ⓓ Βρες τα κοινά σημεία των f, g

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 - \lambda x + \lambda - 1 = 0$$

$$\Delta = (\lambda - 2)^2$$

$$x_{1,2} = \frac{\lambda \pm (\lambda - 2)}{2} \begin{cases} \frac{\lambda + \lambda - 2}{2} = \frac{2\lambda - 2}{2} = \lambda - 1 \\ \frac{\lambda - \lambda + 2}{2} = 1 \end{cases}$$

$$A(\lambda - 1, (\lambda - 1)^2)$$

$$B(1, 1)$$

SOS

Διvorca $f(x) = 2x^2 - 1$ και $g(x) = (\lambda - 1)x - \lambda$

Na Bpat ta λ wote u $f(x)$
ia diai naru ano tu $g(x)$

Αρατε $f(x) > g(x)$

$$2x^2 - 1 > (\lambda - 1)x - \lambda$$

$$2x^2 - (\lambda - 1)x + \lambda - 1 > 0$$

$$\Delta < 0$$

και

$$\lambda > 0$$

$$(\lambda - 1)^2 - 4 \cdot \lambda(\lambda - 1) < 0$$

$$\lambda^2 - 2\lambda + 1 - 4\lambda^2 + 4\lambda < 0$$

$$-3\lambda^2 + 2\lambda + 1 < 0$$

$$\Delta = 4 + 12 = 16$$

$$\lambda = \frac{-2 \pm 4}{-6}$$

$$\left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$(1)$$

λ	$-\frac{1}{3}$	1
$-3\lambda^2 + 2\lambda + 1$	-	+

$\lambda \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$

$$\lambda > 1$$

Επίλυση εξισώσεων

1. $\frac{x-2}{3} - \frac{2x-1}{9} = 1.$

$$9 \cdot \frac{x-2}{3} - 9 \cdot \frac{2x-1}{9} = 9 \cdot 1$$

$$3(x-2) - (2x-1) = 9$$

$$3x-6 - 2x+1 = 9$$

$$x-5 = 9$$

$$x = 5+9$$

$$x = 14$$

2.

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$a=2 \quad b=-1 \quad \gamma=-1$$

$$\Delta = b^2 - 4a\gamma$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-1)$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9 > 0$$

εχω δυο ριζα

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-(-1) \pm \sqrt{9}}{2 \cdot 2} = \frac{1 \pm 3}{4}$$

①
② $-\frac{1}{2}$

3.

$$|2x-4| = 6$$

$$2x-4 = 6$$

↓

$$2x-4 = -6$$

$$2x = 6+4$$

$$2x = -6+4$$

$$2x = 10$$

$$2x = -2$$

$$x = 5$$

$$x = -1$$

4.

$$|2x-2| = |4x-2|$$

$$2x-2 = 4x-2$$

↓

$$2x-2 = -4x+2$$

$$2x-4x = -2+2$$

$$2x+4x = 2+2$$

$$-2x = 0$$

$$6x = 4$$

$$x = 0$$

$$x = \frac{4}{6}$$

5.

$$(x-1)^3 = 27$$

$$(x-1)^3 = 3^3$$

$$x-1=3$$

$$x=3+1$$

$$x=4$$

6.

$$(x-2)^4 = 16$$

$$(x-2)^4 = 2^4$$

$$x-2=2$$

$$x=2+2$$

$$x=4$$

∴

$$x-2=-2$$

$$x=-2+2$$

$$x=0$$

Ιδιότητες απόλυτων τιμών.

1. $|x| = 0 \quad (\Rightarrow) x = 0 \quad \vee \quad x = -0$

2. $|x| = |y| \quad (\Rightarrow) x = y \quad \vee \quad x = -y$

3. $|a||b| = |ab|$

4. $\frac{|a|}{|b|} = \left| \frac{a}{b} \right|$

5. $\overset{\oplus}{|x|} = x \quad \Leftrightarrow \quad \overset{\ominus}{|x|} = -x$

6. $x^2 = |x|^2$

7. $|-x| = |x|$

8. $|x| \leq 0 \quad (\Rightarrow) -0 \leq x \leq 0 \quad (\Rightarrow) x \in [-0, 0]$

9. $|x| \geq 0 \quad (\Rightarrow) x \geq 0 \quad \vee \quad x \leq -0 \quad \Rightarrow x \in (-\infty, -0] \cup [0, +\infty)$

Ιδιότητες των ριζών

$$1. \sqrt{a} \sqrt{b} = \sqrt{ab}$$

$$2. \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$3. \sqrt{x} \geq 0 \quad \text{όπου } x \geq 0$$

$$4. \sqrt{x^2} = x \quad \text{ενώ} \quad \sqrt{x^2} = |x|$$

$$5. \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$6. \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$7. \sqrt[n]{a^n} = a$$

Εξίσωση 2ου Βαθμού

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0$$

$\alpha \neq 0$

→ $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

1. Αν $\Delta > 0$ έχουμε δύο ριζές $x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$
2. Αν $\Delta = 0$ έχουμε 1 ρίζα διπλή $x_1 = -\frac{\beta}{2\alpha}$
3. Αν $\Delta < 0$ είναι αδύνατη.

Επίλυση Αισωθσων

1.

$$2x - \frac{3(x-1)}{5} \geq 1 - \frac{1-2x}{10}$$

$$10 \cdot 2x - 10 \cdot \frac{3(x-1)}{5} \geq 10 \cdot 1 - 10 \cdot \frac{1-2x}{10}$$

$$20x - 2 \cdot 3(x-1) \geq 10 - 1 - 2x$$

$$20x - 6(x-1) \geq 10 - 1 - 2x$$

$$20x - 6x + 6 \geq 9 - 2x$$

$$14x + 2x \geq 9 - 6$$

$$16x \geq 3$$

$$x \geq \frac{3}{16}$$

$$2. \quad x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$\Delta = 16 - 12 = 4$$

$$x = \frac{4 \pm 2}{2} \begin{matrix} \textcircled{3} \\ \textcircled{1} \end{matrix}$$

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x^2 - 4x + 3$	+	0	0	+

$$x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$$

$$3. \quad -x^2 + 2x - 1 > 0$$

$$\Delta = 4 - 4(-1)(-1)$$

$$\Delta = 4 - 4 = 0$$

$$x_1 = \frac{-2}{2(-1)} = \frac{-2}{-2} = \textcircled{1}$$

x	1
$-x^2 + 2x - 1$	-

Answer

$$4. \quad -x^2 + 2x - 1 < 0$$

$$x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

5.

$$|2x-2| \leq 4$$

α' τροπος

$$-4 \leq 2x-2 \leq 4$$

$$2-4 \leq 2x \leq 4+2$$

$$-2 \leq 2x \leq 6$$

$$-1 \leq x \leq 3$$

6.

$$|2x-4| > 2$$

α' τροπος

$$|2x-4| > 2$$

$$2x-4 > 2 \quad \vee \quad 2x-4 < -2$$

$$2x > 4+2 \quad 2x < 4-2$$

$$2x > 6 \quad 2x < 2$$

$$x > 3 \quad x < 1$$

$$x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

β' τροπος

$$|2x-2|^2 \leq 4^2$$

$$(2x-2)^2 \leq 16$$

$$4x^2 - 8x + 4 \leq 16$$

$$4x^2 - 8x - 12 \leq 0$$

$$x^2 - 2x - 3 \leq 0$$

x	-1	3
x^2-2x-3	+	-

$$x \in [-1, 3]$$

β' τροπος

$$|2x-4|^2 > 2^2$$

$$(2x-4)^2 > 4$$

$$4x^2 - 16x + 16 > 4$$

$$4x^2 - 16x + 12 > 0$$

$$x^2 - 4x + 3 > 0$$

x	1	3
x^2-4x+3	+	-

$$x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$$

7.

$$|x-1| \leq |2x-3|$$

$$|x-1|^2 \leq |2x-3|^2$$

$$(x-1)^2 \leq (2x-3)^2$$

$$x^2 - 2x + 1 \leq 4x^2 - 12x + 9$$

$$x^2 - 2x + 1 - 4x^2 + 12x - 9 \leq 0$$

$$-3x^2 + 10x - 8 \leq 0$$

$$\Delta = 100 - 96 = 4$$

$$x = \frac{-10 \pm 2}{-6} < \begin{matrix} \frac{-8}{-6} = \left(\frac{4}{3}\right) \\ (2) \end{matrix}$$

x	$\frac{4}{3}$	2
$-3x^2 + 10x - 8$	-	+

$$x \in \left(-\infty, \frac{4}{3}\right] \cup [2, +\infty)$$

Αριθμητική Πρόοδος

Δίνονται οι αριθμοί 2, 5, 8, ...

1. Να βρω τον v -οστό όρο.

$$a_v = a_1 + w(v-1)$$

1ος όρος $\ni a_1 = 2$

Διαφορά $\ni w = 3$

$\rightarrow a_v = 2 + 3(v-1)$

$$a_v = 2 + 3v - 3$$

$$\underline{\underline{a_v = 3v - 1}}$$

2. Βρω τον 35ο όρο της πρόοδου

$$a_{35} = 3 \cdot 35 - 1$$

$$a_{35} = 105 - 1$$

$$\underline{\underline{a_{35} = 104}}$$

3. Ποιοι από τις προόδους είναι ο 2999;

$$a_v = 2999$$

$$3v - 1 = 2999$$

$$3v = 2999 + 1$$

$$3v = 3000$$

$$\underline{\underline{v = 1000}}$$

$$\boxed{a_{1000} = 2999}$$

4. Βρες το άθροισμα των 150 πρώτων όρων.

$$S_v = \frac{v}{2} (2a_1 + w(v-1))$$

$$\boxed{a_1 = 2 \quad w = 3 \quad v = 150}$$

$$S_{150} = \frac{150}{2} (2 \cdot 2 + 3 \cdot (150 - 1))$$

$$S_{150} = 75 (4 + 3 \cdot 149)$$

$$S_{150} = 75 \cdot (4 + 447)$$

$$S_{150} = 75 \cdot 1788$$

$$\boxed{S_{150} = 134100}$$

Συναρτήσεις

1. Να βρω το πεδίο ορισμού της συνάρτησης

α) $f(x) = \frac{x-6}{x^2-3x+2}$

β) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

α) $f(x) = \frac{x-6}{x^2-3x+2}$

πριν $x^2-3x+2 \neq 0$

$\rightarrow x^2-3x+2 = 0$

$\Delta = 9-8=1$

$x = \frac{3 \pm 1}{2} \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$

$D_f = \mathbb{R} - \{2, 1\}$

β) $f(x) = \sqrt{x^2-1}$

πριν $x^2-1 \geq 0$

$\Delta = 0^2+4=4$

$x = \frac{-0 \pm 2}{2} \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}$

x	-1	1
x^2-1	+	-

$D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

2. Δίνεται $f(x) = x^2 - 4x + 3$

α) Να βρω τα σημεία τοπικών
εξέλιξης x' και y'

$$\frac{x'x}{x'x}$$

$$f(x) = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$\Delta = 16 - 12 = 4$$

$$x = \frac{4 \pm 2}{2} \begin{cases} 3 \\ 1 \end{cases}$$

$$A(3, 0) \quad B(1, 0)$$

$$\frac{y'y}{y'y}$$

$$f(0) = 0^2 - 4 \cdot 0 + 3$$

$$f(0) = 3$$

$$\Gamma(0, 3)$$

β) Να βρω τα σημεία
εξέλιξης x ώστε $f(x)$
να βρισκείται κάτω από τον x'

$$f(x) < 0$$

$$x^2 - 4x + 3 < 0$$

x		1	3
$x^2 - 4x + 3$	+	-	+

$$x \in (1, 3)$$

γ) Βρει τα κοινά σημεία των $f(x)$ και

$g(x)$ όπου $g(x) = x - 1$

$$f(x) = g(x)$$

$$x^2 - 4x + 3 = x - 1$$

$$x^2 - 4x + 3 - x + 1 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$\Delta = 25 - 16 = 9$$

$$x = \frac{5 \pm 3}{2} \begin{cases} 4 \\ 1 \end{cases}$$

$$A(4, 3) \quad B(1, 0)$$

δ) Βρει τα x ώστε η $f(x)$ να είναι

πικρότερο των $g(x)$

$$f(x) > g(x)$$

$$x^2 - 4x + 3 > x - 1$$

$$x^2 - 5x + 4 > 0$$

x	1	4
$x^2 - 5x + 4$	$+$	$-$

$$x \in (-\infty, 1) \cup (4, +\infty)$$

$$3. f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$$

α) Na analizis tuw napisz

$$A = f(0) - f(1) + \frac{1}{2} f(2)$$

$$\bullet f(0) = 2 \cdot 0 - 1 = -1$$

$$\bullet f(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$\bullet f(2) = 2^2 = 4$$

$$A = -1 - 1 + \frac{1}{2} \cdot 4$$

$$A = -2 + 2 = 0$$

β) Na zudu u ε̄tiosu f(x) = x + 2

$$\underline{x \leq 1}$$

$$f(x) = x + 2$$

$$2x - 1 = x + 2$$

$$2x - x = 2 + 1$$

$$\boxed{x = 3}$$

$$\underline{x > 1}$$

$$f(x) = x + 2$$

$$x^2 = x + 2$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\textcircled{x=2}$$

$$\textcircled{x=-1}$$

① Σημια τερμα με αξου $x'x$ και $y'y$

$$\frac{x'x}{f(x)=0}$$

$$\frac{y'y}{f(y)=-1}$$

$$\frac{x \leq 1}{}$$

$$\frac{x > 1}{}$$

$$A(0, -1)$$

$$f(x)=0$$

$$f(x)=0$$

$$2x-1=0$$

$$x^2=0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{x=0}$$

$$B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$$

4. Δίνεται η ευθεία ε: $y = x + 1$

Να βρούμε την κλίση της και να τη σχεδιάσουμε.

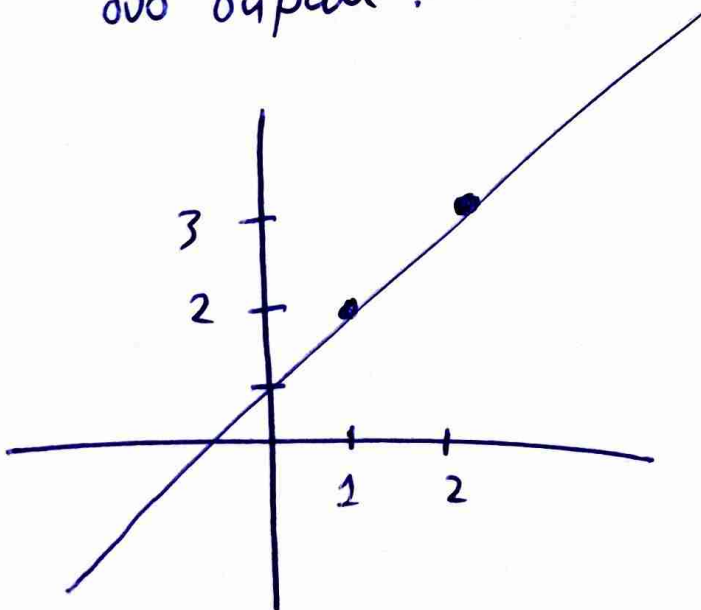
$$\varepsilon: y = x + 1$$

Κλίση ή συντελεστής διεύθυνσης είναι ο αριθμός που πολλαπλασιάζεται με το x .

$$\varepsilon \text{ δω } \underline{\underline{\lambda_{\varepsilon} = 1}}$$

Για να σχεδιάσω την ευθεία χρειαζόμαστε

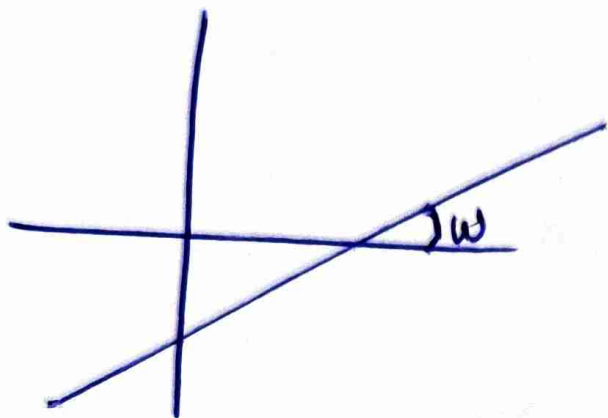
δύο σημεία.



x	1	2
y	2	3

5. Έστω η ευθεία $\varepsilon: y = -x + 2$

Να βρούμε τη γωνία που σχηματίζει
η ευθεία ε με τον $x'x$.



κάθε ευθεία σχηματίζει
με τον άξονα $x'x$
μία γωνία.

$$\varepsilon\varphi\omega = \lambda_\varepsilon$$

Εδώ τώρα

κλίση $\lambda_\varepsilon = -1$ αρ+ η γωνία

που σχηματίζει με τον $x'x$ είναι 135° .

Τυπώλοιο

Τύπος
Αν $\lambda_\varepsilon > 0$ οξεία
Αν $\lambda_\varepsilon < 0$ αμβλεία.

x	30	45	60	120	135	150
$\varepsilon\varphi x$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

6. Να βρω την εξίσωση της
ευθείας ϵ η οποία διέρχεται
από τα σημεία $A(0,2)$ και
 $B(2,4)$

Εστω $\epsilon: y = ax + b$ η ευθεία που ψάχνω

$$y = ax + b \begin{cases} \rightarrow A(0,2) & 2 = a \cdot 0 + b \Rightarrow \underline{\underline{b=2}} \\ \rightarrow B(2,4) & 4 = 2a + b \end{cases}$$

$$4 = 2a + 2$$

$$4 - 2 = 2a$$

$$2 = 2a$$

$$\underline{\underline{a=1}}$$

$$\epsilon: y = x + 2$$

Βασικό

Όταν για ευθεία διέρχεται από ένα σημείο
 οι συντεταγμένες του σημείου την επαληθεύουν

7. Να βρω η κλίση τῆς ευθείας
η οποία διέρχεται από τα σημεία
 $A(2,4)$ και $B(6,2)$ και στη συνέχεια
να βρω τῆς ευθείας AB .

$$\lambda_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2 - 4}{6 - 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\lambda_{AB} = -\frac{1}{2}$$

$$\Sigma \Rightarrow y = \alpha x + \beta$$

$$y = -\frac{1}{2}x + \beta \longrightarrow A(2,4)$$

$$4 = -\frac{1}{2} \cdot 2 + \beta$$

$$4 = -1 + \beta$$

$$\underline{\underline{5 = \beta}}$$

$$y = -\frac{1}{2}x + 5$$

8. Να βρεθεί η ευθεία ϵ_1 η οποία είναι παράλληλη στην $\epsilon: y = 2x - 4$ και τέμνει τον $x'x$ σε σημείο με τετμήριον 5.

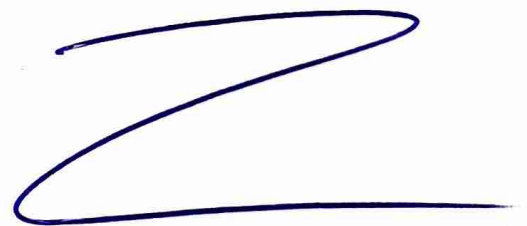
$$\epsilon_1: y = \alpha x + \beta$$
$$\epsilon_1 \parallel \epsilon \Rightarrow \lambda_\epsilon = \lambda_{\epsilon_1} = 2$$
$$y = 2x + \beta \rightarrow A(5, 0)$$

$$0 = 2 \cdot 5 + \beta$$

$$0 = 10 + \beta$$

$$\underline{\underline{\beta = -10}}$$

$$\epsilon_1: y = 2x - 10$$



Tip

κάθε σημείο του $x'x$ είναι $(x, 0)$

κάθε σημείο του $y'y$ είναι $(0, y)$.