3. ⓐ $A = \overset{(+)}{|\pi-3|} + \overset{(+)}{|\sqrt{2}-1|} - \overset{(-)}{|\sqrt{3}-2|}$

Ενότητα 8

$A = \pi - 3 + \sqrt{2} - 1 - (-\sqrt{3}+2)$

$A = \pi - 3 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - 2$

$A = \pi - 6 + \sqrt{3} + \sqrt{2}.$

4. ⓐ $|\overset{(+)}{x^2+1}| = x^2+1$

ⓑ $|\overset{(-)}{-x^2}| = x^2$

ⓖ $|x^2-2x+1| = |\overset{(+)}{(x-1)^2}| = (x-1)^2$

ⓢ $|-x^2+10x-25| = |x^2-10x+25|$

$= |\overset{(+)}{(x-5)^2}| = (x-5)^2 = x^2-10x+25.$

ⓔ. $|\overset{(+)}{|x|+1}| - |x| = \cancel{|x|+1-|x|} = 1$

10. ⓐ $A = |\beta - \alpha| + |\beta - \gamma| + |\gamma - \alpha|$

$\alpha < \beta < \gamma$

- $\alpha < \beta \Rightarrow 0 < \beta - \alpha$
- $\beta < \gamma \Rightarrow \beta - \gamma < 0$
- $\alpha < \gamma \Rightarrow \gamma - \alpha > 0$

$A = \beta - \alpha - \beta + \gamma + \gamma - \alpha$

$A = 2\gamma - 2\alpha$.

11. ⓐ $A = |\alpha| + |\alpha+1| - |\alpha-\beta|$

(−) (−) (−)

- $\alpha < -1 < \beta$

- $\alpha < -1$
- $\alpha < -1 \Rightarrow \alpha + 1 < 0$
- $\alpha < \beta \Rightarrow \alpha - \beta < 0$

$$A = -\alpha - \alpha - 1 - (-\alpha + \beta)$$

$$A = -2\alpha - 1 + \alpha - \beta$$

$$A = -\alpha - 1 - \beta$$

6. $A = \dfrac{|x-5|}{x-5} + \dfrac{|x-10|}{x-10}$ (+) (−)

- $5 < x < 10 \Rightarrow 0 < x-5 < 5$
- $5 < x < 10 \Rightarrow -5 < x-10 < 0$

$$A = \frac{x-5}{x-5} - \frac{x-10}{x-10} = 1-1 = 0.$$

13.

(A) $A = |3x-y| = 3x-y$ (+)

- $1<x<3 \Rightarrow 3<3x<9 \Rightarrow 9>3x>3$
- $2<y<3 \Rightarrow -2>-y>-3$ (+)

$7>3x-y>0$

(B) $B = |xy-9|$ (−) $= -xy+9$

- $1<x<3$
- $2<y<3$

} (·) $2<xy<9$

$-7<xy-9<0$

(F) $F = |x-\frac{1}{y}| = x-\frac{1}{y}$. (+)

- $1<x<3$

$2<y<3 \Rightarrow \frac{1}{2}>\frac{1}{y}>\frac{1}{3}$

$-\frac{1}{2}<-\frac{1}{y}<-\frac{1}{3}$

$\frac{1}{2}<x-\frac{1}{y}<\frac{8}{3}$

15. $B = \frac{|2x-1|}{|1-2x|} - 3\frac{|3y+2|}{|-2-3y|} + 2\frac{|x-y+2|}{|y-x-2|}$

$|x| = |-x|$

$B = \frac{|2x-1|}{|2x-1|} - 3\frac{|3y+2|}{|3y+2|} + 2\frac{|x-y+2|}{|x-y+2|}$

$B = 1 - 3 + 2 = 0.$

19.

(a) Av $x<2$ $\quad A = |\overset{(-)}{3x-6}| - |\overset{(+)}{4-2x}| + x$

- $x<2 \Rightarrow 3x<6 \Rightarrow 3x-6<6-6 \Rightarrow 3x-6<0$
- $x<2 \Rightarrow -2x>-4 \Rightarrow 4-2x>0$

$$A = -3x+6-(4-2x)+x$$

$$A = -3x+6-4+2x+x$$

$$A = 2$$

1ο sos ιδιοτητα

$|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ή $x = -0$

Π.χ $|x| = 4 \Leftrightarrow x = 4$ ή $x = -4$

Π.χ $|2x-4| = 8$

$2x-4 = 8$

$2x = 12$

$x = 6$

ή

$2x-4 = -8$

$2x = -4$

$x = -2$

2η SOS ΙΔΙΟΤΗΤΑ

$$|x| = |y| \iff x = y \text{ ή } x = -y$$

Π.χ $|x| = |7| \iff x = 7$ ή $x = -7$

Π.χ $|2x-3| = |1-x|$

$2x-3 = 1-x$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

ή $2x-3 = -1+x$

$x = 2$

3η sos ιδιοτητα

$|x| < \theta \iff -\theta < x < \theta$

π.χ $|x| < 5 \iff -5 < x < 5$

π.χ $\left|\frac{x-1}{2} - 1\right| < 3$

$$-3 < \frac{x-1}{2} - 1 < 3$$

$$-6 < x - 1 - 2 < 6$$

$$-6 < x - 3 < 6$$

$$\boxed{-3 < x < 9}$$

Μη sos ιδιοτητα

$|x| > \theta \iff x > \theta$ ή $x < -\theta$

π.χ $|x| > 1 \Rightarrow x > 1$ ή $x < -1$

π.χ $|1 - x| > 2$

$1 - x > 2$ ή $1 - x < -2$

$-x > 1$ $\quad -x < -3$

$x < -1$ $\quad x > 3$

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Απόλυτες τιμές

30 ανάμεικτες εξισώσεις και ανισώσεις

Να λυθούν στο $\mathbb{R}$ οι παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις.

1 $|2x-4|=0$

2 $|x|<0$

3 $|3x-2|\leq 7$

4 $|x+3|>4$

5 $|x|\geq 0$

6 $|2x+1|=|x-5|$

7 $|x-4|<0$

8 $\left|\frac{x-1}{2}-1\right|<3$

9 $|x|>-3$

10 $|3x+6|<0$

11 $|x-5|\geq 6$

12 $|x+4|>0$

13 $|x|\leq 0$

14 $|x-4|=-2$

15 $|4-2x|\geq 3$

ΦΥΛΛΟ ΕΡΓΑΣΙΑΣ

Απόλυτες τιμές

30 ανάμεικτες εξισώσεις και ανισώσεις

Να λυθούν στο $\mathbb{R}$ οι παρακάτω εξισώσεις και ανισώσεις.

16 $|x| > 0$

17 $|x+2| \leq -3$

18 $|2x-3| = |1-x|$

19 $|x-8| > 5$

20 $\left|\frac{2x+1}{3}\right| \leq 2$

21 $|5x-1| \leq -2$

22 $|x+7| = 0$

23 $|x| < -3$

24 $|3-2x| = 3$

25 $|x-2| \geq -4$

26 $|x+6| \leq 0$

27 $|2x+4| < 6$

28 $|x| = 7$

29 $\left|\frac{x+5}{3} - 1\right| \geq 2$

30 $|x-2| = |3x+4|$

1. $|2x-4|=0 \Rightarrow 2x-4=0$

$2x=4$

$x=2$

2. $|x|<0$ Абсолют.

3. $|3x-2|\leq 7$

$-7 \leq 3x-2 \leq 7$

$2-7 \leq 3x-2+2 \leq 7+2$

$-5 \leq 3x \leq 9$

$-\frac{5}{3} \leq x \leq 3$

4. $|x+3| > 4$

$x+3 > 4$ ili $x+3 < -4$

$x > 1$ $x < -7$

5. $|x| \geq 0$ $x \in R$

6. $|2x+1| = |x-5|$

$2x+1 = x-5$ ili $2x+1 = -x+5$

$x = -6$ $3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

7. $|x-4| < 0$

Apsurd.

8. $\left|\frac{x-1}{2}-1\right| < 3$

$-3 < \frac{x-1}{2} - 1 < 3$

$-6 < x-1-2 < 6$

$-6 < x-3 < 6$

$3-6 < x < 9$

$\boxed{-3 < x < 9}$

9. $|x| > -3$

$x \in R.$

10. $|3x+6| < 0$

Absurd.

11. $|x-5| \geq 6$

$x-5 \geq 6$; $x-5 \leq -6$

$x \geq 11$ $x \leq -1.$

12. $|x+4| > 0$

$x \in \mathbb{R} - \{-4\}$.

13. $|x| \leq 0$

$|x| = 0$

$x = 0$

14. $|x-4| = -2$

Δεκτόν.

15. $|4-2x| \geq 3$

$4-2x \geq 3$ ή $4-2x \leq -3$

$-2x \geq -1$ $\quad -2x \leq -7$

$x \leq \frac{1}{2}$ $\quad x \geq \frac{7}{2}$.

16. $|x| > 0 \quad x \neq 0$

17. $|x+2| \leq -3$ Άδειο.

18. $|2x-3| = |1-x|$

$2x-3 = 1-x$

$3x = 4$

$x = \frac{4}{3}$

ή $2x-3 = -1+x$

$x = 2$

19. $|x-8| > 5$

$x-8 > 5$

$x > 13$

ή $x-8 < -5$

$x < 3$

20. $\left|\frac{2x+1}{3}\right| \leq 2$

$-2 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 2$

$-6 \leq 2x+1 \leq 6$

$-7 \leq 2x \leq 5$

$-\frac{7}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$.

21. $|5x-1| \leq -2$

Αδύνατη.

22. $|x+7| = 0$

$x+7 = 0$

$x = -7$

23. $|x| < -3$

Αδύνατη.

24. $|3-2x| = 3$

$3-2x = 3$ ή $3-2x = -3$

$-2x = 0$ $-2x = -6$

$x = 0$ $x = 3$

25. $|x-2| \geq -4$ Адрісм.

$x \in \mathbb{R}$

26. $|x+6| \leq 0$

$|x+6| = 0$

$x = -6$

27. $|2x+4| < 6.$

$-6 < 2x+4 < 6$

$-10 < 2x < 2$

$-5 < x < 1$

28. $|x| = 7$

$x = 7$ ні $x = -7.$

29. $\left|\frac{x+5}{3}-1\right| \geq 2$

$\frac{x+5}{3}-1 \geq 2$

$x+5-3 \geq 6$

$x+2 \geq 6$

$x \geq 4$

ve

$\frac{x+5}{3}-1 \leq -2$

$x+5-3 \leq -6$

$x+2 \leq -6$

$x \leq -8$

30. $|x-2| = |3x+4|$

$x-2 = 3x+4$

$x-3x = 6$

$-2x = 6$

$x = -3$

ve

$x-2 = -3x-4$

$4x = -2$

$x = -\frac{1}{2}$