

Την Τετάρτη

26/11/25

Τ 203

Θέρμα

Οτι

Είπαμε

Επανάληψη

Σχολίο Βιβλίο

Σελ 54-55

Διαβάζουμε τα πλαίσια κυρίως για Σ-1
ή συμπλήρωση κενών.

Σελ 57-58

$$1 \leq x \leq 2$$

$(\Rightarrow)$

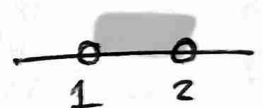
$$x \in [1, 2]$$



$$1 < x < 2$$

$(\Rightarrow)$

$$x \in (1, 2)$$



$$1 \leq x < 2$$

$(\Rightarrow)$

$$x \in [1, 2)$$



$$x > 2$$

$\Rightarrow$

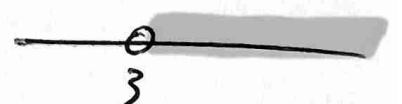
$$x \in [2, +\infty)$$



$$x > 3$$

$\Rightarrow$

$$x \in (3, +\infty)$$



$$x \leq 4$$

$\Rightarrow$

$$x \in (-\infty, 4]$$



$$x < 4$$

$\Rightarrow$

$$x \in (-\infty, 4)$$



Σελ 62

1. Ορισμοί ανόδου τιμής (505)
2. Ανόδου σελ 63 (505)
3. Διαβάζουμε τα πλαίσια. (64-65)
μόνο Σ-Π ή συμπλήρωση.
4. Σελ 69 (ορισμοί τετραγωνικά ρίτη
505).
5. Ορισμοί νεοσάλ ρίτη σελ 70.
6. Ανόδου 1 σελ 71 (505)
7. Σελ 72 κουτσάκι (505)

Διαστήματα

1. Όταν $a < x < b$ τότε $x \in (a, b)$
 2. Όταν $a \leq x \leq b$ τότε $x \in [a, b]$
 3. Όταν $a \leq x < b$ τότε $x \in [a, b)$
 4. Όταν $x \leq b$ τότε $x \in (-\infty, b]$
 5. Όταν $x > a$ τότε $x \in (a, +\infty)$.
-

Κανόνες διατήρησης αριθμών

1. Αν $a > b \Leftrightarrow a - b > 0$
2. Αν $a < b \Rightarrow a - b < 0$
3. Αν a, b ομοσημιοί $\Leftrightarrow ab > 0$ και $\frac{a}{b} > 0$
4. Αν a, b ετεροσημιοί $\Leftrightarrow ab < 0$ και $\frac{a}{b} < 0$
5. Γενικά ισχύει ότι $a^2 \geq 0, \forall a \in \mathbb{R}$
6. Αν $a^2 = 0$ τότε $a = 0$

Ιδιότητες ανισοτήτων

1. Μπορώ να προσθέσω κατά μέλη θετικές ανισότητες
$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ \gamma < \delta \end{array} \right\} \oplus a + \gamma < b + \delta$$
2. Μπορώ να πολλαπλασιάσω κατά μέλη θετικές ανισότητες.

$$\left. \begin{array}{l} a < b \\ \gamma < \delta \end{array} \right\} \odot a\gamma < b\delta.$$

2. Μπορώ να πολλαπλασιάσω κατά μέγλη θετική ανισότητα.

$$\left. \begin{matrix} a < b \\ \gamma < \delta \end{matrix} \right\} \Rightarrow a\gamma < b\delta.$$

3. Μπορώ να προσθέσω και στα δύο μέλη μιας ανισότητας τον ίδιο αριθμό.

$$\text{Αν } a < b \text{ τότε } a + \gamma < b + \gamma, \gamma \in \mathbb{R}.$$

4. Αν πολλαπλασιάσω και στα δύο μέλη μιας ανισότητας έναν αριθμό τότε :

$$\text{i) αν } a < b \Leftrightarrow a\gamma < b\gamma, \gamma > 0$$

$$\text{ii) αν } a < b \Leftrightarrow a\gamma > b\gamma, \gamma < 0$$

5. Δεν διαίρω κατά μέγλη ανισότητα

6. Δεν αφαιρώ κατά μέγλη ανισότητα.

7. Ισχύει η μεταβατική ιδιότητα.

$$\text{Αν } a < b \text{ και } b < \gamma \text{ τότε } a < \gamma$$

Προσοχή

1. Αν $a > 0, b > 0, \gamma > 0, \gamma \in \mathbb{N}$ τότε

$$a^\gamma > b^\gamma \Leftrightarrow a > b$$

2. Αν $a, b \in \mathbb{R}$ και γ περιττός τότε $a^\gamma > b^\gamma \Leftrightarrow a > b$

Ιδιότητες απολυτών τιμών

1. $|x|^{\oplus} = x$ όταν $x \geq 0$

2. $|x|^{\ominus} = -x$ όταν $x < 0$

3. $|x| = |-x|$, $x \in \mathbb{R}$

4. $|x| \geq x$, $x \in \mathbb{R}$

5. $|x| \geq -x$, $x \in \mathbb{R}$

6. $|x|^2 = |x^2| = x^2$, $x \in \mathbb{R}$

7. $|x| \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$

8. $|xy| = |x||y|$

9. $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}$

10. $\forall |x| + |y| = 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

11. $\forall |x| + |y| \leq 0 \Leftrightarrow x = y = 0$

12. $\forall |x| + |y| > 0 \Leftrightarrow (x \neq 0 \vee y \neq 0)$

13. $||x| - |y|| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$. Τριγωνική
ανισότητα

14. $d(x, y) = |x - y|$ απόσταση των x, y

Σημαντικά Ιδιότητες απόλυτων

$$1. \quad |x| = 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad x = 0 \quad \text{ή} \quad x = -0$$

$$2. \quad |x| = |y| \quad (\Leftrightarrow) \quad x = y \quad \text{ή} \quad x = -y$$

$$3. \quad |x| \leq 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad -0 \leq x \leq 0$$

$$4. \quad |x| \geq 0 \quad (\Leftrightarrow) \quad x \geq 0 \quad \text{ή} \quad x \leq -0$$

Τετραγωνικές ρίζες

$$1. \quad x = \sqrt{a} \Leftrightarrow x^2 = a, \quad a \geq 0, x \geq 0$$

$$2. \quad \sqrt{x^2} = |x|, \quad x \in \mathbb{R}.$$

$$3. \quad \sqrt{x}^2 = x, \quad x \geq 0$$

$$4. \quad \sqrt{x} \sqrt{y} = \sqrt{xy}$$

$$5. \quad \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\frac{x}{y}}$$

$$6. \quad x = \sqrt[n]{a} \Leftrightarrow x^n = a, \quad a \geq 0, x \geq 0$$

$$7. \quad \sqrt[n]{a}^n = a, \quad a \geq 0$$

$$8. \quad \sqrt[n]{a}^n = |a|, \quad a \in \mathbb{R}$$

$$9. \quad \sqrt[n]{a} \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$10. \quad \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$11. \quad \sqrt[n]{a^n b} = |a| \sqrt[n]{b}$$

$$12. \quad \sqrt[n]{a^p} = a^{p/n}$$

Προσοχή

1. Αν $x=y$ τότε $x^2=y^2$

2. Αν $x^2=y^2$ τότε $x=y$ ή $x=-y$

3. Αν $x^2=y^2$ τότε $|x|=|y|$

4. Αν $x^2 < y^2$ τότε $|x| < |y|$

5. Αν $|x| < |y|$ τότε $|x|^2 < |y|^2$

Βασικά πύλες

• $\sqrt{0} = 0$

• $\sqrt{1} = 1$

• $\sqrt{4} = 2$

• $\sqrt{9} = 3$

• $\sqrt{16} = 4$

• $\sqrt{25} = 5$

• $\sqrt{36} = 6$

• $\sqrt{49} = 7$

• $\sqrt{64} = 8$

• $\sqrt{81} = 9$

• $\sqrt{100} = 10$

• $\sqrt{121} = 11$

• $\sqrt{144} = 12$

• $\sqrt{169} = 13$

• $\sqrt{196} = 14$

• $\sqrt{225} = 15$

• $\sqrt{256} = 16$

• $\sqrt{289} = 17$

• $\sqrt{324} = 18$

• $\sqrt{361} = 19$

• $\sqrt{400} = 20$

• $\sqrt{441} = 21$

• $\sqrt{484} = 22$

• $\sqrt{529} = 23$

• $\sqrt{576} = 24$

• $\sqrt{625} = 25$

Ασκηση 5

Απόλυτα

505

1. Να βρεθεί το x σε κάθε περίπτωση

(α) $|2x-5|=7$

(β) $d(x, -3) = d(x, 7)$

(γ) $d(x, -1) \geq 2$

(δ) $|2x+8| < 12$

(ε) $|x-3|=6$

(ζ) $|3x-1| = 2|2x+1|$

Προσοχή: $d(a, b) = |a-b|$

2. $A = |3x-1| - 2|2x-5| - |-x|$

Έστω

$$1 < x < 2$$

Να γραφεί χωρίς απόλυτα.

3. $A = |x-3| - 2x$

Γραψε χωρίς αποδοτα.

4. $A = \frac{|2x-1|}{|1-2x|} - \frac{|x-2|}{|2-x|}$

Γραψε χωρίς αποδοτα.

5. κανε αποδοσεις.

$$\frac{x^2 - 2|x| + 1}{x^2 - |x|}$$

6.

$d(x, 1) < 2$		
	$ x+2 \geq 4$	

Ασκήσεις 505

P174

1. Νδδ $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}-\sqrt{5}} \cdot \sqrt{2\sqrt{2}+\sqrt{5}} = 3$

2.
$$\frac{\sqrt{20} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{12}}{\sqrt{45} - 2\sqrt{18} + 3\sqrt{27}}$$

3. Ρητοροισι $\frac{3}{\sqrt{8}}$ και $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{50}-\sqrt{12}}$

4. Νδδ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = 4.$

5. Υπολογίσε $\sqrt{5 \sqrt[3]{5^4 \sqrt{25}}}$

6. Αν $A = \sqrt{x^2+2x+1} - \sqrt{1-4x+4x^2}$

και $d(3x, -1) < 2$ αντιστοίχως