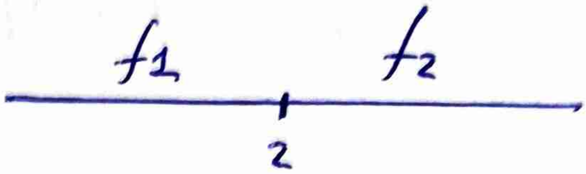
4. $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x<2 \\ x^2-1, & x \geq 2 \end{cases}$

Εισαγω
23

(α) $D_f = \mathbb{R}$

(β) $f(1) = 3 \cdot 1 - 1 = 2$



$f(3) = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

$f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

(γ) $x^3 = f(0)$

Εξισωση

$x^3 = 3 \cdot 0 - 1$

$x^3 = -1$

$\underline{x = -1}$

5. $f(x) = \begin{cases} x^2-3x, & x \leq -1 \\ \dfrac{3}{x+1}, & -1 < x < 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$

26.

(a) Νδο $f(0) + |f(-1)| + f(2021) = 8$

- $f(0) = \dfrac{3}{0+1} = 3$
- $f(-1) = (-1)^2 - 3(-1) = 1+3 = 4$
- $f(2021) = 1$

Άρα $3 + |4| + 1 = 8$ ✓

(β) $f(\sqrt[3]{8}) + f(1) = 2$

$f(\sqrt[3]{8}) = f(2) = \dfrac{3}{2+1} = \dfrac{3}{3} = 1$

$f(1) = 1$

$\underline{1} + \underline{1} = 2$

26. $f(x) = \dfrac{4x^2 + a|x| + 1}{2|x| - 1}$ $\quad f(-1) = 1$

ⓐ πρέπει $2|x| - 1 \neq 0$

$\rightarrow 2|x| - 1 = 0 \Rightarrow 2|x| = 1 \Rightarrow |x| = \frac{1}{2}$

$D_f = \mathbb{R} - \{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\}$. $\quad x = \frac{1}{2} \quad x = -\frac{1}{2}$

ⓑ $f(-1) = 1$

$\dfrac{4(-1)^2 + a|-1| + 1}{2|-1| - 1} = 1 \Leftrightarrow \dfrac{4 + a + 1}{2 - 1} = 1$

$5 + a = 1 \quad a = -4$

$$\boxed{f(x) = \frac{4x^2 - 4|x| + 1}{2|x| - 1}}$$

ⓒ $f(x) = \dfrac{4|x|^2 - 4|x| + 1}{2|x| - 1} = \dfrac{(2|x| - 1)^{\cancel{2}}}{\cancel{2|x| - 1}}$

$f(x) = 2|x| - 1$

22. $f(x) = \begin{cases} 3x+1, & x<0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$

ⓐ $f(|x|) = |x|^2 = x^2$

ⓑ $f(-x^2) = 3(-x^2)+1 = 1-3x^2$

$x \neq 0$

ⓒ $f(\sqrt{x^2+1}) = \sqrt{x^2+1}^2 = x^2+1$

(ד) $f(x) < 3 \Rightarrow 2|x| - 1 < 3$

$$2|x| < 4$$

$$|x| < 2$$

$$-2 < x < 2$$

$$x \in (-2, 2).$$

D_f שעכל עם f

$$x \in \left(-2, -\tfrac{1}{2}\right) \cup \left(-\tfrac{1}{2}, \tfrac{1}{2}\right) \cup \left(\tfrac{1}{2}, 2\right)$$

6. $f(x) = \begin{cases} 3x-1, & x \text{ ρητός} \\ 0, & x \text{ άρρητος.} \end{cases}$

α) $f\left(-\frac{2}{3}\right) = 3\left(-\frac{2}{3}\right) - 1 = -2 - 1 = -3$

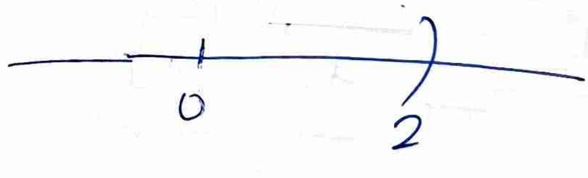
β) $f(\sqrt{2}) = 0$

γ) $f(\pi) = 0$

δ) $f(\sqrt{4}) = f(2) = 5$

7. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{3x-a}{x-2} - 1, & 0 < x < 2 \\ a\sqrt{-x} + \beta, & x \leq 0 \end{cases}$

α) $D_f = (-\infty, 2)$



β) $f(1) = -2$

$\dfrac{3-a}{-1} - 1 = -2$

$a - 3 = -1$

$a = 2$

$f(0) + f(-1) = 6$

$\beta + a + \beta = 6$

$2\beta = 4$

$\beta = 2$

21. $f(x) = x^2 - 3x$

Το -2 και το -3 ανήκουν στο σύνολο τιμών της $f(x)$

$f(x) = -2$

$x^2 - 3x = -2$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$x = 2$ $\quad$ $x = 1$

$f(2) = -2$

$f(1) = -2$

$f(x) = -3$

$x^2 - 3x = -3$

$x^2 - 3x + 3 = 0$

$\Delta < 0$

Αδύνατη

το $-3 \notin$

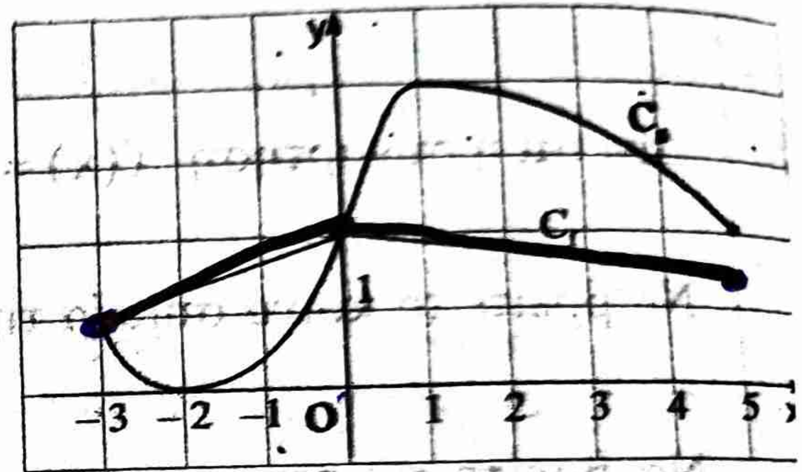
ΣT_f

α) $D_f = [-3, 5]$. $D_g = [-3, 5]$.

β) $\Sigma T_f = [1, 2]$ $\Sigma T_g = [0, 4]$

γ) i) $x = -3$ $x = 0$

13. Στο διπλανό σχήμα είναι οι γραφικές παραστάσεις δύο συναρτήσεων f και g.



α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των f και g.

β. Να βρείτε το σύνολο τιμών των f και g.

γ. Να λύσετε:

i. την εξίσωση $f(x) = g(x)$

ii. την ανίσωση $f(x) < g(x)$.

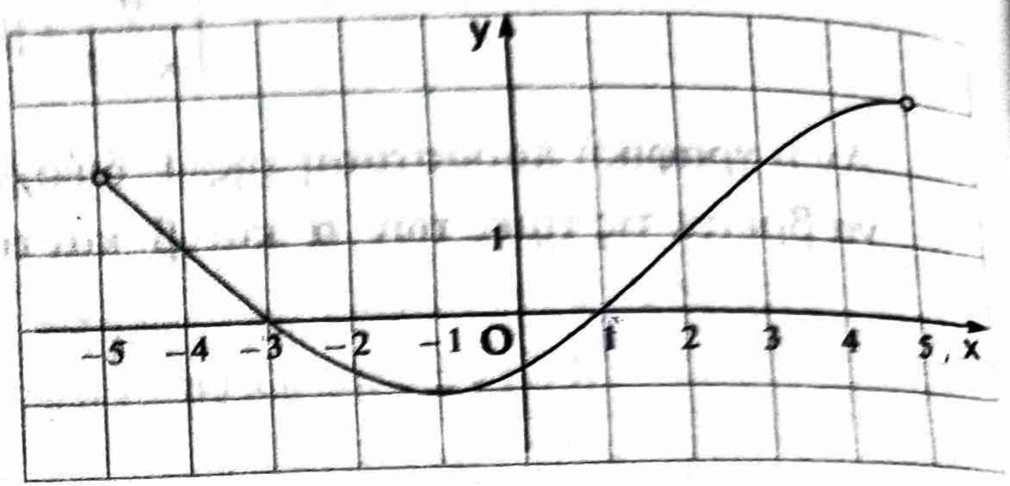
ii) $x \in (0, 5)$.

α $D_f = (-5, 5)$

β $x = -3 \quad x = 1$

γ $x \in (-3, 1)$

12. Στο διπλανό σχήμα είναι η γραφική παράσταση μίας συνάρτησης f.



α. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f.

β. Να λύσετε την εξίσωση

$$f(x) = 0$$

γ. Να λύσετε την ανίσωση

$$f(x) < 0$$

δ. Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων: $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ και $h(x) = \sqrt{f(x)}$.

δ $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$ πρεπει $f(x) \neq 0$

$D_g = R - \{-3, 1\}$

Πρεπει $f(x) \geq 0$

$D_h = (-5, -3] \cup [1, 5)$

Επομενο Μαθημα

Παρασκευη 27/3

23

14

15

18

19

20

25

1

2

3

4

5

6

9

10

11

Σχολιο

Οταν μου λενε οτι η $f(x)$ διερχεται απο το σημειο $A(\alpha, \beta)$ τοτε $f(\alpha) = \beta$