

Evoluta 5

4. $f \uparrow$

$$f(1) = 0.$$

(a) $\forall x > 1 \quad \forall \epsilon > 0 \quad f(x) > 0$

$$\bullet x > 1$$

$f \uparrow$

$$f(x) > f(1)$$

$$f(x) > 0 \quad \checkmark$$

$f \uparrow$
 $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$

(b) $\forall \epsilon > 0$

$$f(0) < 0$$

$$f(0) < f(1)$$

$f \uparrow$

$$0 < 1 \quad \checkmark$$

(c) $f(3x-5) > 0$

$$f(3x-5) > f(1)$$

$f \uparrow$

$$3x-5 > 1$$

$$3x > 6$$

$$\underline{\underline{x > 2}}$$

6.

f gr. powzorn

$\Rightarrow f \nearrow$ i $f \downarrow$

$$f(3) < f(n)$$

Ⓐ

$$3 < n$$

$f \nearrow$

$$f(3) < f(n)$$

Ⓑ

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) \quad f\left(-\frac{3}{4}\right).$$

⊆ σ τ ω

$$\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 8 < 9$$

✓

$$-\frac{2}{3} > -\frac{3}{4}$$

$$f\left(-\frac{2}{3}\right) > f\left(-\frac{3}{4}\right)$$

10.

$$f(x) = x^5 + 5x - 2, \quad x > 0.$$

(a)

$$\bullet \quad x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^5 < x_2^5$$

$$\bullet \quad x_1 < x_2 \Rightarrow 5x_1 < 5x_2$$

$$5x_1 - 2 < 5x_2 - 2$$

$$x_1^5 + 5x_1 - 2 < x_2^5 + 5x_2 - 2$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

$f \nearrow$

$$(B) \quad \forall a > b \quad \forall \epsilon > 0 \quad a^5 - b^5 > 5(b - a)$$

$$\text{Από } a > b \quad \text{τοτε } f(a) > f(b)$$

$$a^5 + 5a - 2 > b^5 + 5b - 2$$

$$a^5 - b^5 > 5b - 5a \Rightarrow a^5 - b^5 > 5(b - a)$$

11.

(a)

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{3}{x}$$

$$A_f = (0, +\infty)$$

$$\bullet x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{x_1} < 2\sqrt{x_2}$$

(+)

$$\bullet x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$$

$$\Rightarrow -\frac{3}{x_1} < -\frac{3}{x_2}$$

$$2\sqrt{x_1} - \frac{3}{x_1} < 2\sqrt{x_2} - \frac{3}{x_2}$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

f is $\nearrow$.

• (B) $f(x) = x^2 + 3\sqrt{x}$, $x \geq 0$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$

• $x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2}$

) (+)

$$\Rightarrow 3\sqrt{x_1} < 3\sqrt{x_2}$$

$$x_1^2 + 3\sqrt{x_1} < x_2^2 + 3\sqrt{x_2}$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

$f \nearrow$

12.

Decrease

$$f(x) = -x^5 - 3x + 4$$

$$(a) \quad f(1) = -1^5 - 3 \cdot 1 + 4 = 0$$

$$f(1) = 0$$

$$(b) \quad x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^5 < x_2^5 \Rightarrow -x_1^5 > -x_2^5$$

$$x_1 < x_2 \Rightarrow -3x_1 > -3x_2 \quad (+)$$

$$-3x_1 + 4 > -3x_2 + 4$$

$$-x_1^5 - 3x_1 + 4 > -x_2^5 - 3x_2 + 4$$

$$f(x_1) > f(x_2)$$

$$f \downarrow$$

⑦

$$f(2x-1) < 0$$

$$f(x) = -x^2 - 3x + 4$$

$$f(2x-1) < f(1)$$

$f \downarrow$

$$2x-1 > 1$$

$$2x > 2$$

$$\underline{\underline{x > 1}}$$

⑧ i)

$$x^2 + 3x > 4$$

$$0 > -x^2 - 3x + 4$$

$$0 > f(x)$$

$$f(1) > f(x)$$

$f \downarrow$

$$\underline{\underline{1 < x}}$$

13. (a) $f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{\alpha}{x} - 5 \rightarrow A(1, -6)$

$$-6 = 3\sqrt{1} - \frac{\alpha}{1} - 5$$

$$-6 = 3 - \alpha - 5$$

$$-6 = -2 - \alpha$$

$$\boxed{\alpha = 4}$$

$$\boxed{f(x) = 3\sqrt{x} - \frac{4}{x} - 5}$$

B.

$x_1 < x_2 \Rightarrow \sqrt{x_1} < \sqrt{x_2} \Rightarrow 3\sqrt{x_1} < 3\sqrt{x_2}$

$x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Rightarrow -\frac{4}{x_1} < -\frac{4}{x_2} \quad (+)$

$$-\frac{4}{x_1} - 5 < -\frac{4}{x_2} - 5$$

$$3\sqrt{x_1} - \frac{4}{x_1} - 5 < 3\sqrt{x_2} - \frac{4}{x_2} - 5$$

$$f(x_1) < f(x_2) \quad f \nearrow$$

$$(8) \quad f(4) = 3\sqrt{4} - \frac{4}{4} - 5$$

$$f(4) = 6 - 1 - 5 = 0$$

$$f(4) = 0 \quad \checkmark$$

$$(9) \quad 3\sqrt{x} > \frac{4}{x} + 5$$

$$3\sqrt{x} - \frac{4}{x} - 5 > 0$$

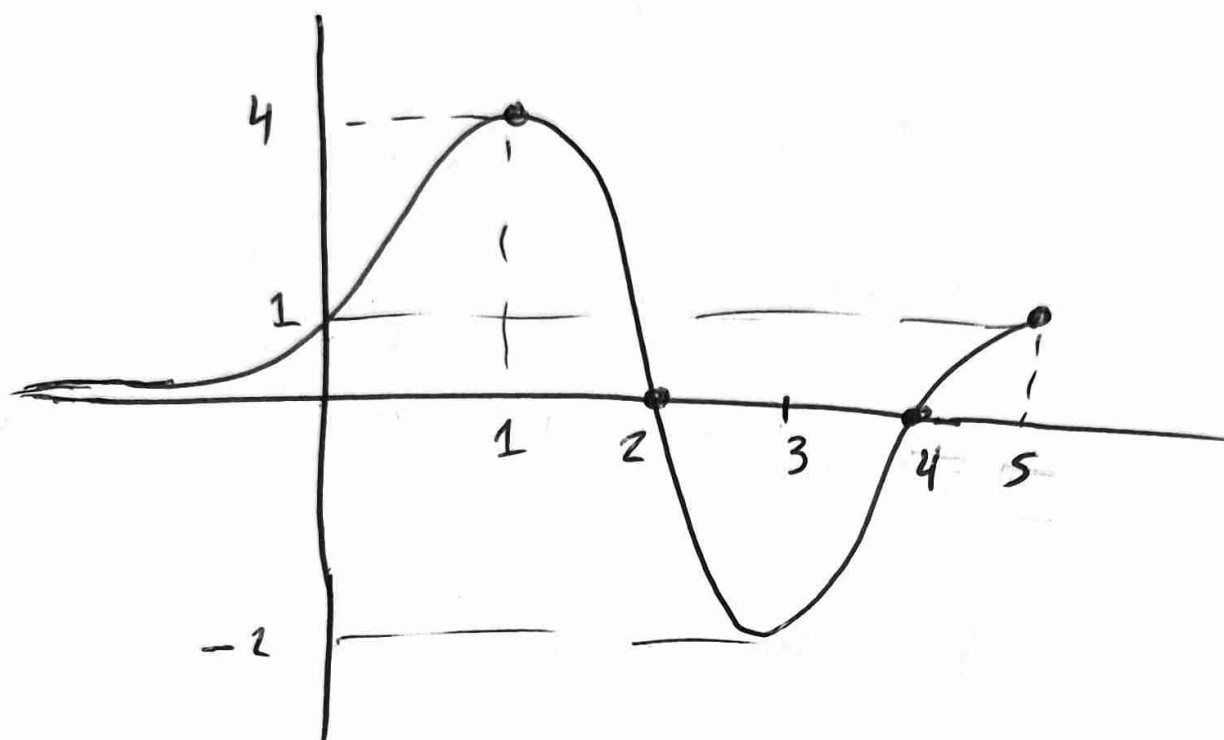
$$f(x) > 0$$

$$f(x) > f(4)$$

$$f \nearrow$$

$$x > 4$$

Βασικη Ασκηση



1. Πεδιο ορισμου και συνολο Τιμων
 $A_f = (-\infty, 5]$ $\Sigma T_f = f(A) = [-2, 4]$

2. Μονοτονια της $f(x)$

Η f ειν. αυξανουσα $(-\infty, 1]$ και $[3, 5]$

Η f ειν. φθινουσα $[1, 3]$

3. Ακρότατα του $f(x)$

Το $A(1, 4)$ Ολικό μέγιστο.

1: Θέση μέγιστου

4: Μέγιστη τιμή

Το $B(3, -4)$ Ολικό ελάχιστο.

3: Θέση ελάχιστου.

-4: Ελάχιστη τιμή.

4. Να ληθουν οι εξισώσεις

i) $f(x) = 0$

↓

$x=2$ $x=4$

ii) $f(x) = 4$

↓

$x=2$

5. Να ληθουν οι ανισώσεις.

i) $f(x) < 0$

$x \in (2, 4)$

ii) $0 \leq f(x) < 4$

$x \in (-\infty, 1) \cup (2, 2] \cup [4, 5]$

6. Να βρω το ανάλ
πίσω τη εξίσωση.

α) $f(x) = 3$.

2 πίλ.

β) $f(x) = 4$

1 πίλ.

γ) $f(x) = \frac{1}{2}$.

3 πίλ.

δ) $f(x) = 2026$

καμία πίλ.

$$(E) H(x) = a$$

$$Av \quad a > 4 \quad 0 \text{ p.i.}$$

$$Av \quad a = 4 \quad 1 \text{ p.i.}$$

$$Av \quad 1 < a < 4 \quad 2 \text{ p.i.}$$

$$Av \quad 0 < a \leq 1 \quad 3 \text{ p.i.}$$

$$Av \quad -2 < a \leq 0 \quad 2 \text{ p.i.}$$

$$av \quad a = -2 \quad 1 \text{ p.i.}$$

$$av \quad a < -2 \quad 0 \text{ p.i.}$$