

Ενότητα 2

2.

α

Ε

εχουμε κλίση -2

και διέρχεται $A(3,2)$

$$y = ax + b$$

$$y = -2x + b \rightarrow A(3,2)$$

$$2 = -2 \cdot 3 + b$$

$$2 = -6 + b$$

$$b = 8$$

$$\epsilon\varsigma y = -2x + 8$$

β

Ε

εχουμε 45° με $x'x$

$$y = ax + b$$

$$\epsilon\varphi 45 = a$$

$$y = x + b \rightarrow A(3,2)$$

$$2 = 3 + b$$

$$b = -1$$

$$y = x - 1$$

5.

$$\varepsilon \approx y = (a+b)x + a \longrightarrow A(1, -1)$$

(a)

$$-1 = a + b + a$$

$$2a + b = -1$$

$$a + b = -2$$

EXU K2104

-2

$$\begin{cases} 2a + b = -1 \\ a + b = -2 \end{cases} \quad \text{①}$$

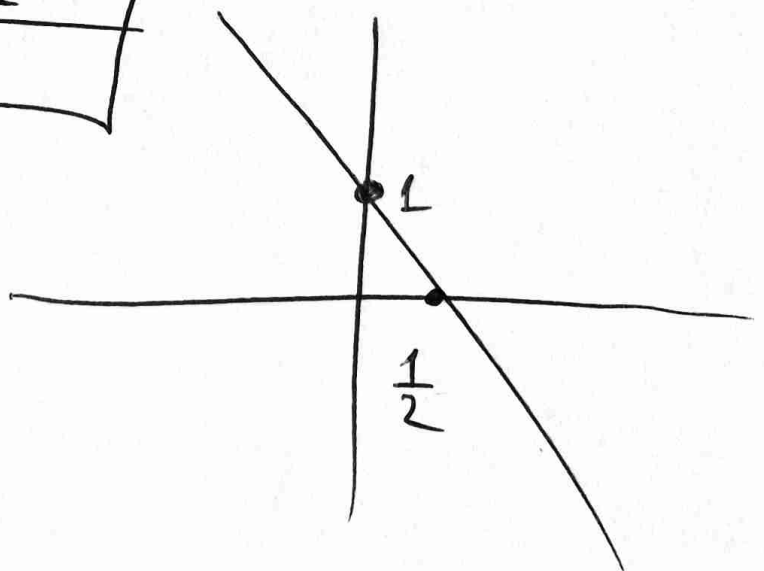
$$\underline{\underline{a = 1}}$$

$$\underline{\underline{b = -3}}$$

$$\varepsilon \approx y = -2x + 1$$

(B)

x	0	1/2
y	1	0



7. $\varepsilon //] \ni 2x - y = 1$

$$\boxed{y = 2x - 1}$$

$\downarrow$

$$]_{\varepsilon} = 2$$

$$\varepsilon \ni y = 2x + B \rightarrow M(-1, 2)$$

$$2 = -2 + B$$

$$\underline{\underline{B = 4}}$$

$$y = 2x + 4$$



11.

$$\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases} \quad (+)$$

$$2x=6$$

$$\underline{\underline{x=3}}$$

$$\underline{\underline{y=2}}$$

$$A(3,2).$$

12.

$$(a) \begin{cases} x-3y+1=0 \\ 2x-y-3=0 \end{cases} \Rightarrow -2x+6y-2=0 \quad (+)$$

$$A(2,1)$$

$$5y=5$$

$$\textcircled{y=1}$$

$$\textcircled{x=2}$$

$$(B) \quad \varepsilon: 2x-y=2+3$$

$$\rightarrow (2,1)$$

$$2\lambda - 1 = 2 + 3$$

$$\underline{\underline{\lambda=4}}$$

14.

$$E_1: 2\alpha x + \beta y = \alpha + 3\gamma \longrightarrow (5, 3)$$

$$E_2: x + (\alpha - \beta)y = \beta - 2 \longrightarrow (5, 3)$$

$$\begin{cases} 10\alpha + 3\beta = \alpha + 3\gamma \\ 5 + 3(\alpha - \beta) = \beta - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9\alpha + 3\beta = 3\gamma \\ 5 + 3\alpha - 3\beta = \beta - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3\alpha + \beta = 13 \\ 3\alpha - 4\beta = -7 \end{cases} \quad \text{---} \quad \text{---}$$

$$5\beta = 20$$

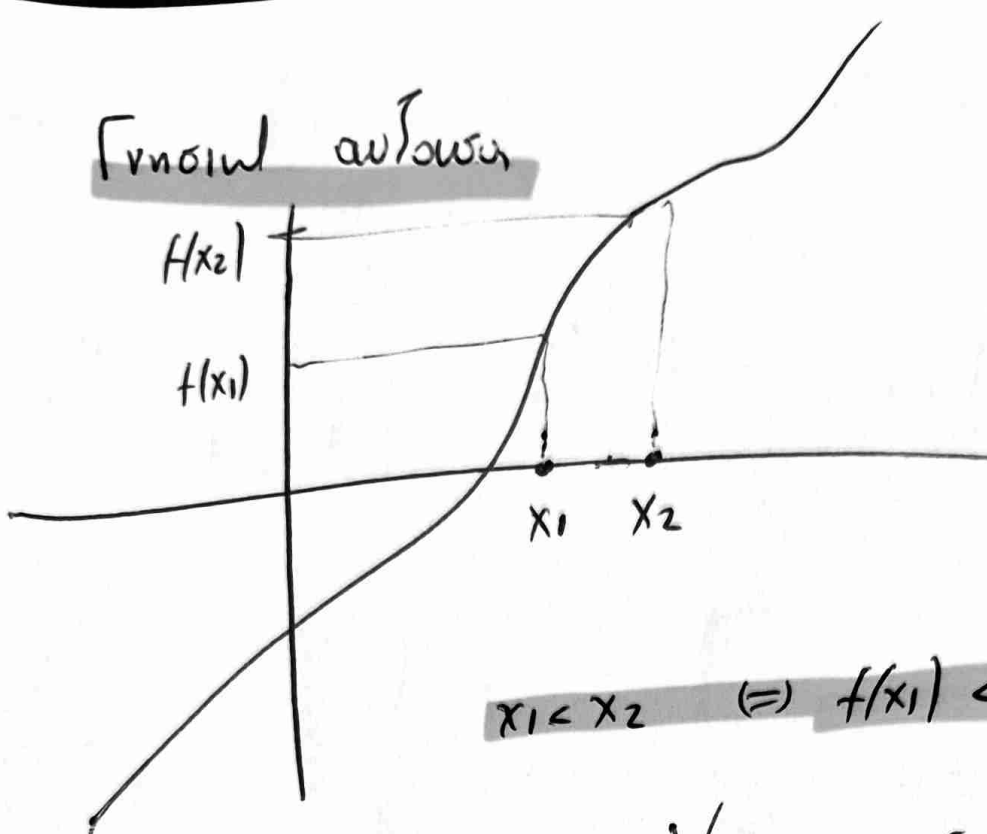
$$\underline{\underline{\beta = 4}}$$

$$3\alpha + 4 = 13$$

$$3\alpha = 9$$

$$\underline{\underline{\alpha = 3}}$$

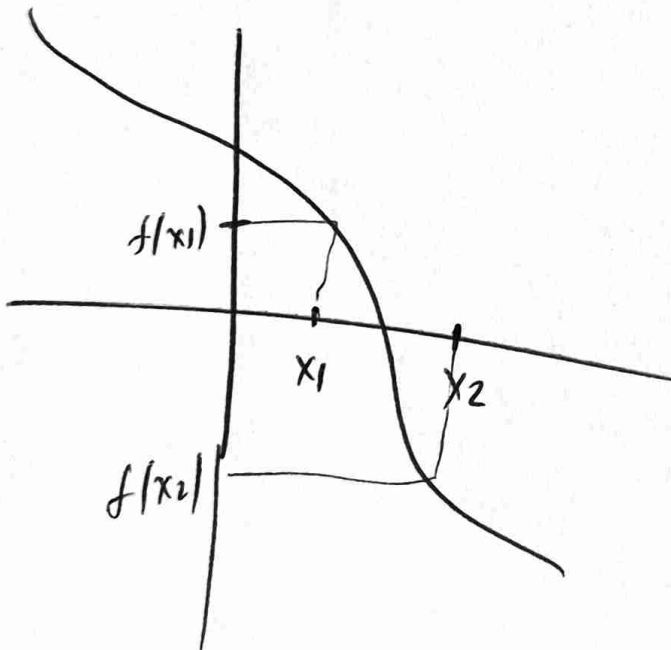
Γνωστό αυξων



$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$

$$\forall x_1, x_2 \in D_f$$

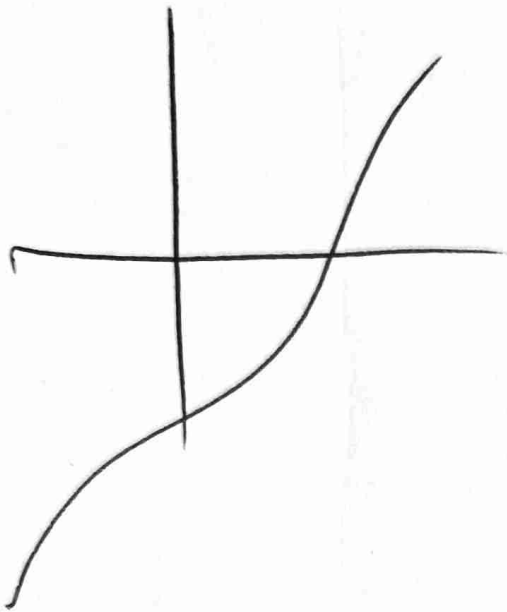
Γνωστό φθινων



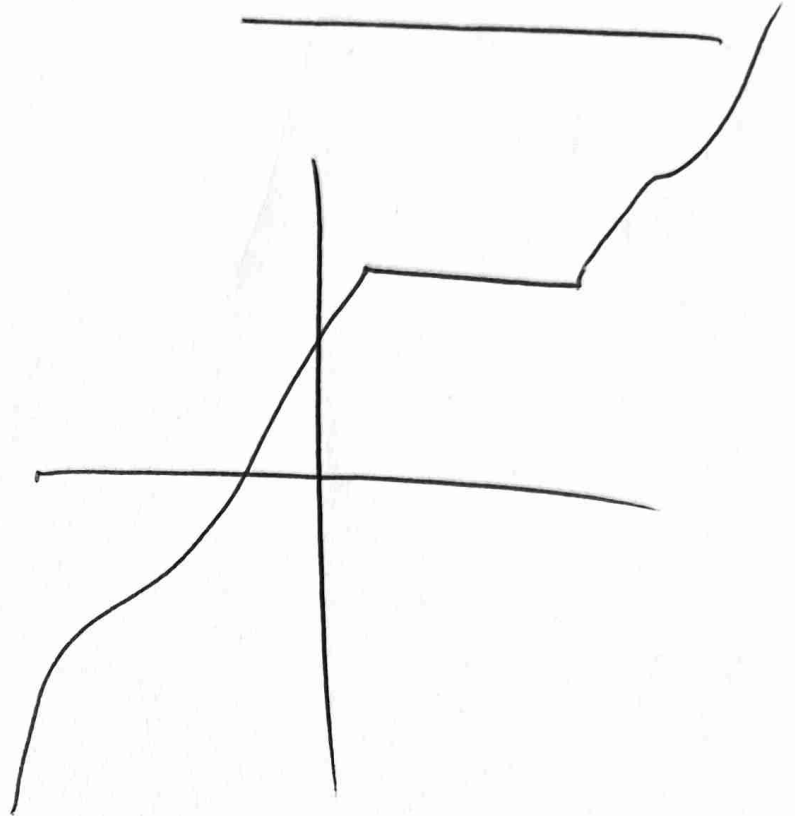
$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$

$$\forall x_1, x_2 \in D_f$$

f gr. avlousa



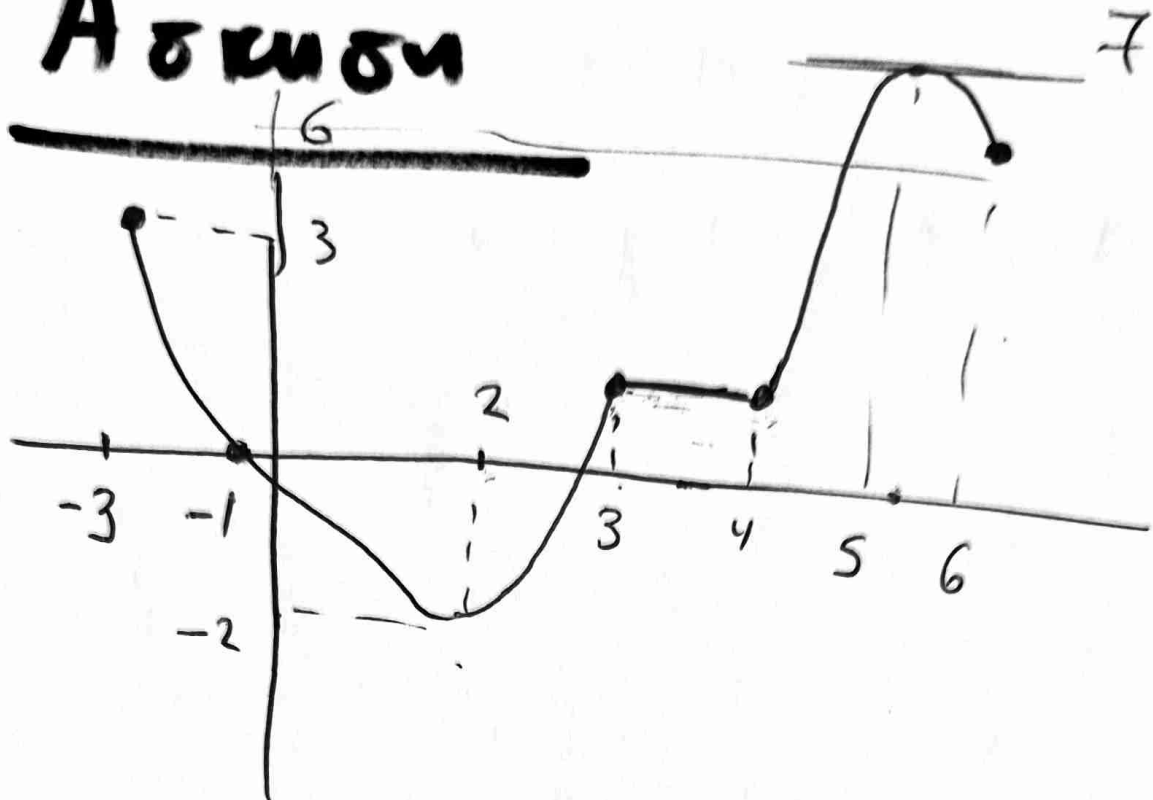
f avlousa



Όταν μια συνάρτηση είναι γνησίως
αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα τότε
λέμε ότι είναι γνησίως μονότονη.

Όταν μια συνάρτηση είναι γνησίως
μονότονη είναι γν. αύξουσα ή
γνησίως φθίνουσα Δεν ξέρουμε
όπως τι από τα δύο.

Άσκηση



Πεδίο ορισμού

$$D_f = A_f = [-3, 6]$$

Σύνολο Τιμών

$$\Sigma T_f = [-2, 7]$$

Μονοτονία - ακρότατα

f γν. φθίνουσα $[-3, 2]$ και $[5, 6]$

f γν. αυξανουσα $[2, 3]$ και $[4, 5]$.

Το σημείο A(-3, 3) Τοπικό Μέγιστο

Το σημείο B(2, -2) Ολικό Ελάχιστο.

Το σημείο Γ(5, 7) Ολικό Μέγιστο.

Το σημείο Δ(6, 6) Τοπικό Ελάχιστο

Άσκηση

Έστω f γν. ποσοτική συνάρτηση
η οποία διαχέεται από τα σημεία.

$$A(2, 5) \text{ και } B(-3, 8).$$

Βρί τα ποσοτικά.

$$\bullet \quad 2 > -3 \quad (=) \quad \begin{array}{cc} f(2) < f(-3) \\ \parallel & \parallel \\ 5 & 8 \end{array}$$

Αφού η f γνησίως ποσοτική

η f ~~↑~~ ή ~~↓~~ από ελω

$f \downarrow$

Συμπέρασμα

$f(5,11)$ και $f(5,49)$

Στο $(5,6)$ η f ↓ αρα.

$$5,11 < 5,49$$

$\Rightarrow$

$$f(5,11) > f(5,49)$$

4. $f(1) = 0$
 $f \nearrow$

(a) $\forall x > 1 \quad \forall \delta > 0 \quad f(x) > 0$

$\rightarrow \forall x > 1 \xRightarrow{f \nearrow} f(x) > f(1) \Rightarrow \underline{\underline{f(x) > 0}}$

(b) $\forall \delta > 0 \quad f(0) < 0$

$\rightarrow 0 < 1 \xRightarrow{f \nearrow} f(0) < f(1) \Rightarrow \underline{\underline{f(0) < 0}}$

(c) $f(3x-5) > 0$

$f(3x-5) > f(1)$
 $f \nearrow$

$3x-5 > 1$

$3x > 6$

$x > 2$

⑧

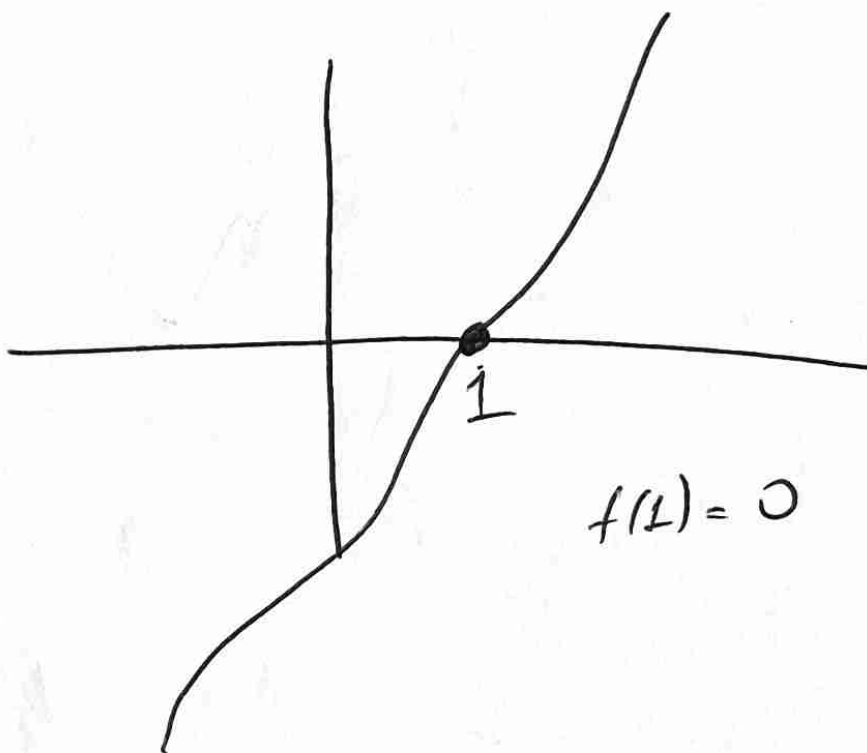
$$f(x^2) = 0$$

Enuđu f ↗

$$x^2 = 1$$

$$x = 1$$

$$x = -1$$



Επορω Μαθημα

5

①

②

⑥

③,

⑤

⑦

⑧

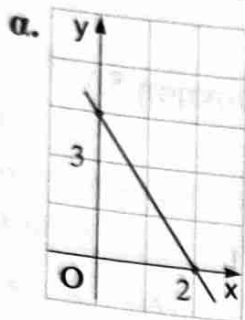
6

①

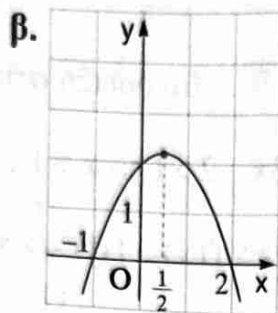
ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Εύρεση μονοτονίας της συνάρτησης f από τη C_f

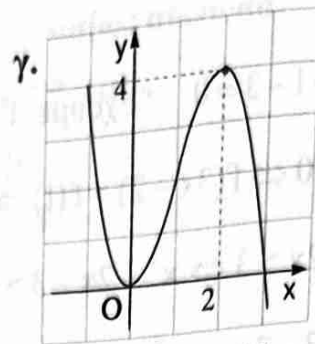
1. Με τη βοήθεια των παρακάτω γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων, γράψετε τα διαστήματα, στα οποία κάθε συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα, γνησίως φθίνουσα ή σταθερή.



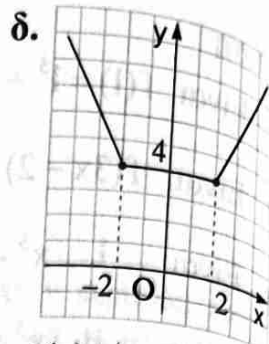
$$f(x) = -\frac{3}{2}x + 3$$



$$g(x) = -x^2 + x + 2$$



$$h(x) = -x^3 + 3x^2$$



$$t(x) = |x-2| + |x+2|$$

2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη στο $\mathbb{R}$.

α. Να γράψετε τα διαστήματα, στα οποία η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα ή γνησίως φθίνουσα.

β. Να κάνετε τον πίνακα μονοτονίας της f .

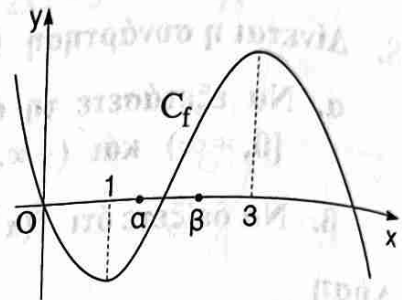
γ. Να συγκρίνετε τις τιμές:

i. $f(2)$ και $f(3)$

ii. $f(4)$ και $f(5)$

iii. $f\left(\frac{1}{6}\right)$ και $f\left(\frac{1}{7}\right)$

δ. Να γράψετε σε αύξουσα σειρά τους αριθμούς: $f(a)$, $f(1)$, $f(\beta)$.



3. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση, η οποία είναι γνησίως φθίνουσα.

α. Αν $x < 1$, να δείξετε ότι $f(x) > f(1)$.

β. Να λύσετε την ανίσωση $f(2x-3) > f(x+1)$.

γ. Να αποδείξετε ότι:

i. $f(x+1) - f(x) < 0$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$

ii. $f(x^2+1) \leq f(2x)$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$

δ. Να λύσετε την εξίσωση $f(x^2) = f(1)$.

- Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση, η οποία είναι γνησίως αύξουσα με $f(1) = 0$.
- Αν $x > 1$, να δείξετε ότι $f(x) > 0$.
 - Να δείξετε ότι $f(0) < 0$.
 - Να λύσετε την ανίσωση $f(3x - 5) > 0$.
 - Να λύσετε την εξίσωση $f(x^2) = 0$.
5. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση με $f(2) = 0$, η οποία είναι γνησίως φθίνουσα.
- Να κάνετε τον πίνακα προσήμων των τιμών της συνάρτησης f .
 - Να δείξετε ότι $f(1) \cdot f(3) < 0$.
6. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση, η οποία είναι γνησίως μονότονη και ισχύει:
- $$f(3) < f(\pi)$$
- Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της συνάρτησης f .
 - Να συγκρίνετε τις τιμές $f\left(-\frac{2}{3}\right)$ και $f\left(-\frac{3}{4}\right)$.
7. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση, η οποία είναι γνησίως μονότονη και η γραφική της παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(2, 3)$ και $B(-1, 5)$.
- Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της συνάρτησης f .
 - Να συγκρίνετε τις τιμές:
 - $f(13)$ και $f(17)$
 - $f(\alpha)$ και $f(\alpha+1)$
 - Για $x < 2$, να δείξετε ότι $f(x) > 3$.
 - Να λύσετε την ανίσωση $f(x) < 5$.
8. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ μία συνάρτηση, η οποία είναι γνησίως μονότονη, έχει ρίζα το 2 και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο -2 .
- Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της συνάρτησης f .
 - Να δείξετε ότι $f(1) < 0$.
 - Να δείξετε ότι $f(\alpha^2 + 9) \geq f(6\alpha)$, για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$.

