

Ευθεια

1. κάθε γραμμική εξίσωση $ax+by=c$ παριστάνει ευθεία.

π.χ

$$2x-3y=6$$

$$\text{ή } 3x-y=8$$

Αν λύσω ως προς y

$$-3y = 6-2x$$

$$-y = -3x+8$$

$$y = -\frac{6}{3} - \frac{2}{-3}x$$

$$y = 3x-8$$

$$y = \frac{2}{3}x - 2$$

Συμπέρασμα.

Μια ευθεία μπορεί να τη δώ
με δύο διαφορετικούς τρόπους.

2. Υπάρχει ένα σημαντικό αριθμός
για κάθε ευθεία που λυγίζει
κλίση ή συντελεστής διωνύμου
της ευθείας,

$$\varepsilon \ni y = \alpha x + \beta, \quad \lambda_\varepsilon = \alpha$$

$$\varepsilon \ni \gamma x + \delta y = \varepsilon, \quad \lambda_\varepsilon = -\frac{\gamma}{\delta}$$

Answer 1

$$\Sigma_1 \ni 2x - 4y = 9$$

$$\lambda_{\Sigma_1} = -\frac{2}{-4} = \frac{1}{2}$$

$$\Sigma_2 \ni y = -5x + 8$$

$$\lambda_{\Sigma_2} = -5$$

$$\Sigma_3 \ni y = \frac{1}{4}x - 1$$

$$\lambda_{\Sigma_3} = \frac{1}{4}.$$

$$\Sigma_4 \ni 3x - 7y - 9 = 0$$

$$\lambda_4 = -\frac{3}{-7} = \frac{3}{7}.$$

$$\Sigma_5 \ni 5y - 7x = 15.$$

$$-7x + 5y = 15$$

$$\lambda = -\frac{-7}{5} \\ = \frac{7}{5}.$$

3. Όταν δεχτώ να βρω το σημείο τομής δύο ευθειών λύνω το σύστημα τους.

π.χ

$$\varepsilon \ni 2x - y = 4$$

$$\Gamma \ni y = 3x - 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x - y = 4 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \rightarrow \begin{aligned} 2x - (3x - 1) &= 4 \\ 2x - 3x + 1 &= 4 \\ -x &= 3 \end{aligned}$$

$$y = 3(-3) - 1$$

$$y = -10$$

$$x = -3$$

Το σημείο τομής των δύο ευθειών είναι το

$$A(-3, -10).$$

4. Σημια τέρμα της ευθείας
ε με τας αξονας.

$$\frac{x'x}{y=0}$$

$$\frac{y'y}{x=0}$$

π.χ

$$\varepsilon \varepsilon y = 3x + 5$$

$$\frac{x'x}{y=0}$$

$$y=0$$

$$0 = 3x + 5$$

$$-3x = 5$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

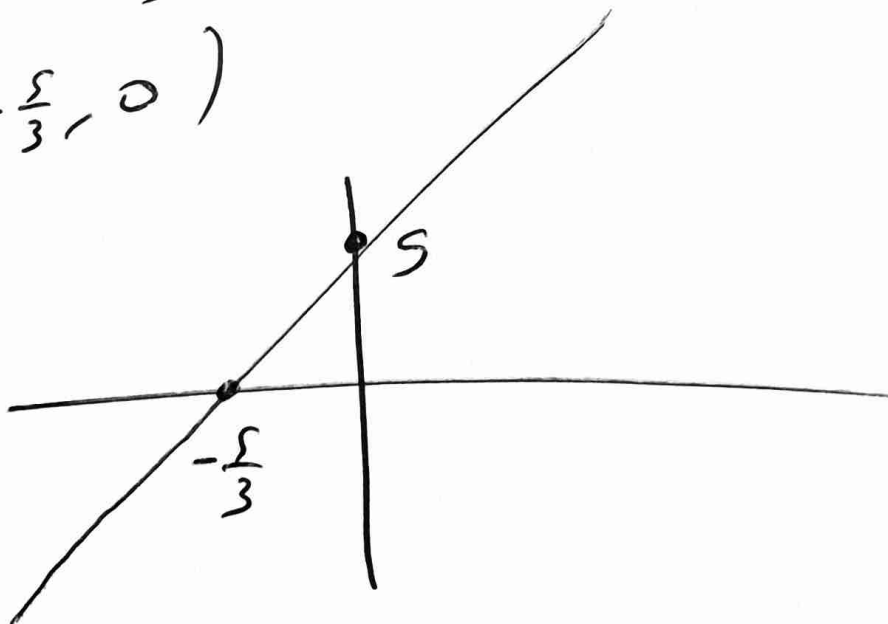
$$A\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$$

$$\frac{y'y}{x=0}$$

$$x=0$$

$$y = 3 \cdot 0 + 5$$

$$y = 5$$



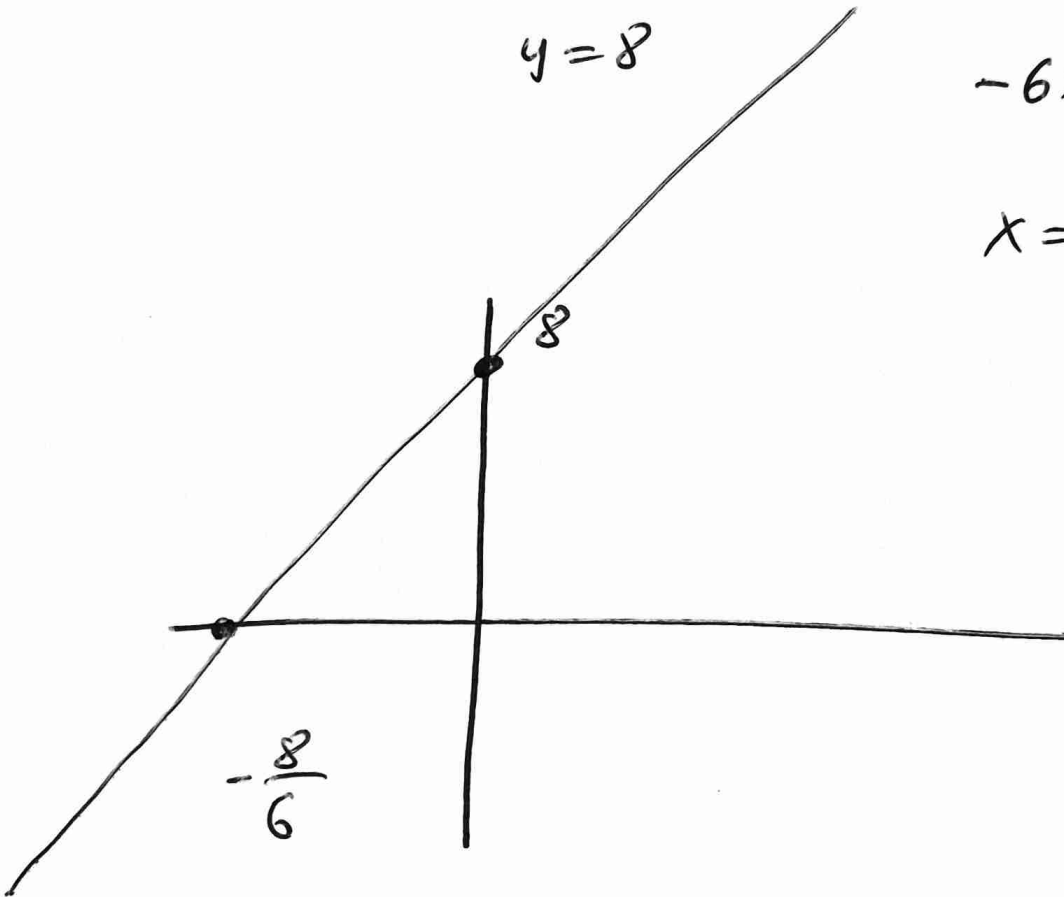
5. Πως σχεδιάζω μια αψίδα;

$$\varepsilon: y = 6x + 8$$

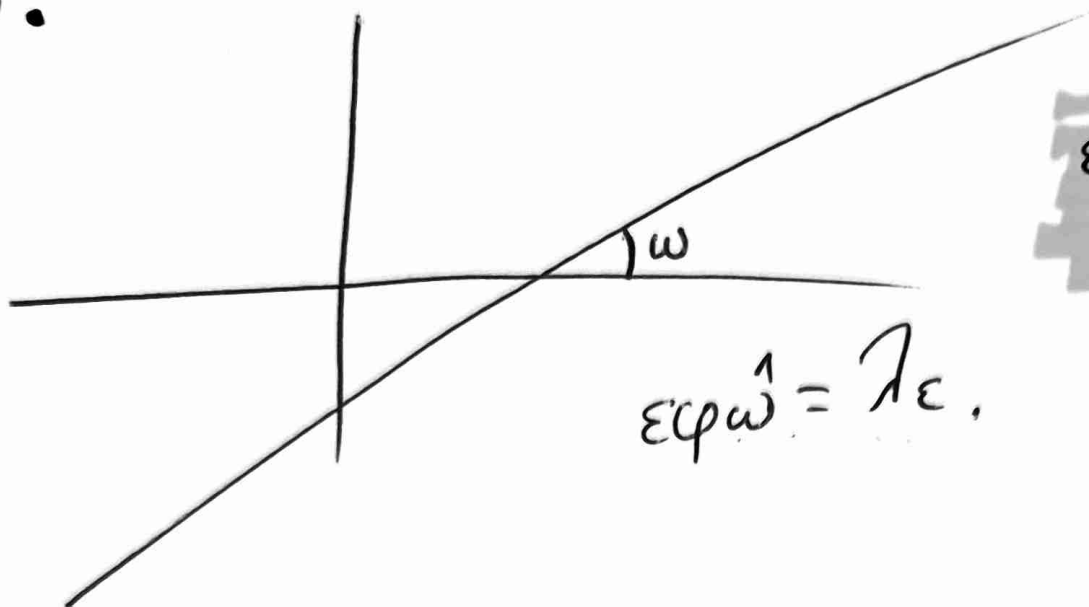
x	0	$-\frac{8}{6}$
y	8	0

$$\begin{aligned} x &= 0 \\ y &= 6 \cdot 0 + 8 \\ y &= 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 0 \\ 0 &= 6x + 8 \\ -6x &= 8 \\ x &= -\frac{8}{6} \end{aligned}$$



6.



$$\varepsilon\psi 45 = 1$$

$$\varepsilon\psi 135 = -1$$

$$\varepsilon\psi \omega = 7\varepsilon$$

7. Ψάχνω μια ευθεία Σ η οποία διέρχεται από τα σημεία

$$A(4, 6) \quad B(-3, 1)$$

$$\begin{array}{c} \Sigma \\ \hline y = \alpha x + \beta \end{array} \begin{array}{l} \nearrow A(4, 6) \\ \searrow B(-3, 1) \end{array}$$

$$\begin{cases} 6 = 4\alpha + \beta \\ 1 = -3\alpha + \beta \end{cases} \quad \text{⊖}$$

$$5 = 4\alpha + \beta - (-3\alpha + \beta)$$

$$5 = 4\alpha + \cancel{\beta} + 3\alpha - \cancel{\beta}$$

$$7\alpha = 5$$

$$\alpha = \frac{5}{7}$$

$$6 = 4 \cdot \frac{5}{7} + B$$

$$6 = \frac{20}{7} + B$$

$$42 = 20 + B$$

$$\underline{\underline{B = 22}}$$

$$\varepsilon \ni y = \frac{5}{7}x + 22$$

8. $\subset \supset \tau \omega$ $\supset \supset$ $\omega \supset \supset \supset$.

$$\varepsilon_1 \ni y = \alpha x + B$$

$$\varepsilon_2 \ni y = \gamma x + d$$

$$\supset \supset \supset \quad \varepsilon_1 // \varepsilon_2 \quad \supset \supset \supset$$

$$\lambda_{\varepsilon_1} = \lambda_{\varepsilon_2}$$

$$\underline{\underline{\alpha = \gamma}}$$

9. Ψάχνω ευθεία ε η οποία
είναι παράλληλη στην $\mathcal{L}: 2x - 4y = 1$
και διέρχεται από το σημείο $A(1, 4)$

$$\begin{array}{c} \varepsilon \\ \hline y = ax + b, \rightarrow (1, 4) \end{array}$$

Αφού $\varepsilon \parallel \mathcal{L}$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\downarrow \quad 4 = \frac{1}{2} \cdot 1 + b$$

$$8 = 1 + 2b$$

$$7 = 2b$$

$$b = \frac{7}{2}$$

$$\begin{array}{l} \mathcal{L}: 2x - 4y = 1 \\ -4y = -2x + 1 \end{array}$$

$$y = -\frac{2}{-4}x - \frac{1}{4}$$

$$\mathcal{L}: y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}$$

$$\varepsilon: y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$$

10. Βρίτ των ευθων ε

η οποια τερνυ των $x'x$

στο 4 και σχηματίζ

γωνία 45° με των $x'y$.

ε

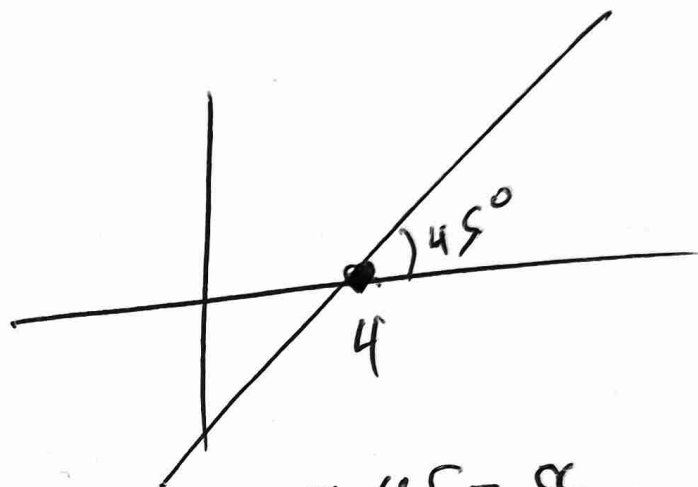
$$y = ax + b \rightarrow (4, 0)$$

$$0 = 4a + b$$

↓

$$0 = 4 \cdot 1 + b$$

$$\underline{\underline{b = -4}}$$

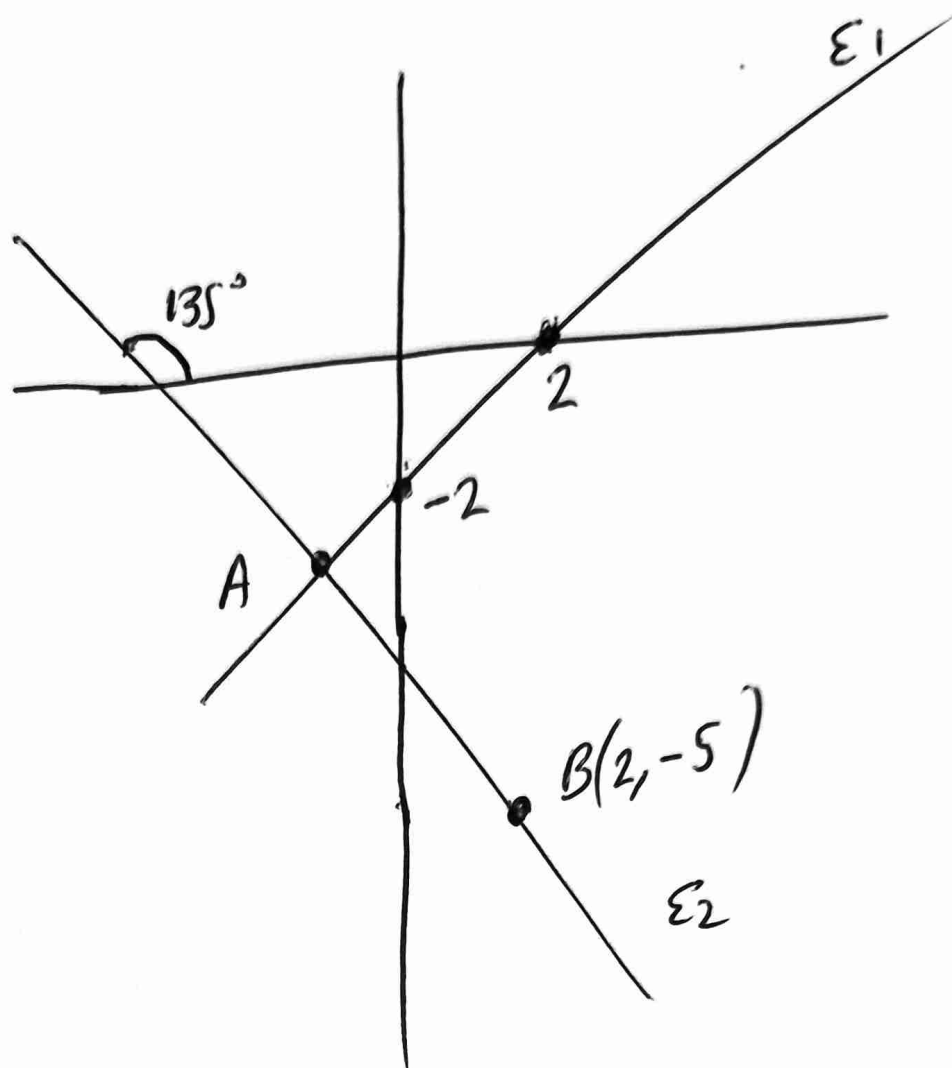


$$\varepsilon \varphi 45 = \alpha$$

$$\underline{\underline{1 = \alpha}}$$

$$\varepsilon \varphi y = x - 4$$

11.



$$\begin{array}{l} \underline{\epsilon_2} \\ y = ax + b \\ \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \epsilon \varphi 135 \\ \alpha = -1 \end{array} \right. \\ \downarrow \\ -5 = -1 \cdot 2 + b \end{array}$$

$$-5 = -2 + b$$

$$\underline{\underline{b = -3}}$$

$$\underline{\underline{\epsilon_2: y = -x - 3}}$$

$$\begin{array}{l} \underline{\epsilon_1} \\ y = ax + b \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow (2, 0) \\ \rightarrow (0, -2) \end{array}$$

$$\begin{cases} 0 = 2a + b \\ -2 = a \cdot 0 + b \end{cases} \rightarrow \begin{array}{l} b = -2 \\ 0 = 2a - 2 \end{array}$$

$$\underline{\underline{a = 1}}$$

$$\underline{\underline{\epsilon_1: y = x - 2}}$$

$$\begin{cases} y = -x - 3 \\ y = x - 2 \end{cases} \quad (+)$$

$$\begin{array}{l} 2y = -5 \\ y = -\frac{5}{2} \end{array}$$

↓

$$-\frac{5}{2} = x - 2$$

$$-5 = 2x - 4$$

$$2x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2}$$

$$A\left(-\frac{1}{2}, -\frac{5}{2}\right)$$

Трапсѣ Ссратѣ

1. $E_1: 2x + y = 6$

$$f_2: x - 2y = -2$$

(ο) κοίτο στην πύλη Μ.

$$\begin{cases} 2x+y=6 & \Rightarrow 4x+2y=12 \\ x-2y=-2, & \text{--- } | \oplus \end{cases}$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

$$2 - 2y = -2$$

$$-2y = -4$$

$$y=2$$

$M(2,2)$

③ Nдо и $E_3 \equiv 3x + y = 8$ сирхсэр M

$$3 \cdot 2 + 2 = 8$$

$$8 = 8$$

2. ① $\begin{cases} 5x - y = 5 \\ -5x + y = 2 \end{cases} \quad (+)$

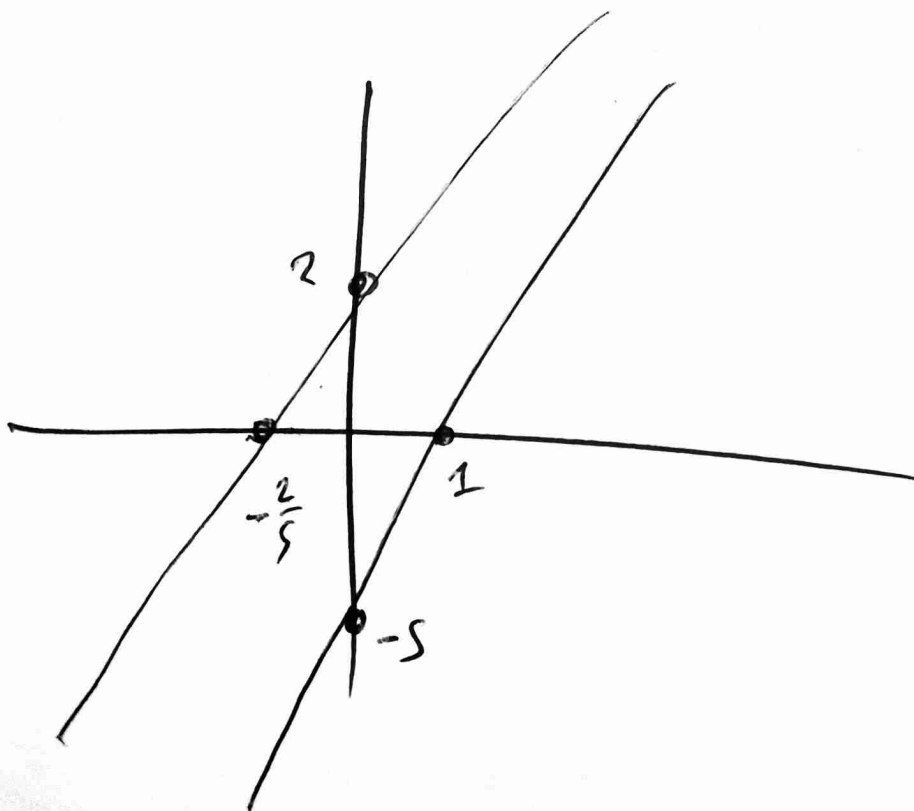
$0 = 7$ Absurd!

③ $E_1: 5x - y = 5$

x	0	1
y	-5	0

$E_2: -5x + y = 2$

x	0	$-\frac{2}{5}$
y	2	0



3.

$$\begin{cases} 3x+y=11 \\ 6x+ky=8 \end{cases}$$

Ⓐ k=2 $\begin{cases} 3x+y=11 \\ 6x+2y=8 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -6x-2y=-22 \\ 6x+2y=8 \end{cases} \textcircled{+}$

$$0 = -14$$

Answer.

Ⓑ For k=1 $\begin{cases} 3x+y=11 \Rightarrow -3x-y=-11 \\ 6x+y=8 \end{cases} \textcircled{+}$

$3x = -3$

$x = -1$

$-6+y=8$

$y=14$