

Εξίσωση

2ου

Βαθμίου

$$\alpha x^2 + \beta x + \gamma = 0, \alpha \neq 0$$

→ Διακρίνουσα: $\Delta = \beta^2 - 4\alpha\gamma$

1. Αν $\Delta > 0$ έχω δύο ρίζες αντίστοιχ τ.ω

$$x_{1,2} = \frac{-\beta \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha}$$

2. Αν $\Delta = 0$ τότε έχω διπλή ρίζα $x = -\frac{\beta}{2\alpha}$

3. Αν $\Delta < 0$ η εξίσωση δεν λύνεται.

7. (B) $\lambda x^2 + (\lambda - 1)x - 1 = 0$, $\lambda \neq 0$

$$\Delta = B^2 - 4\alpha\gamma$$

$$\Delta = (\lambda - 1)^2 - 4 \cdot \lambda \cdot (-1)$$

$$\Delta = \lambda^2 - 2\lambda + 1 + 4\lambda$$

$$\Delta = \lambda^2 + 2\lambda + 1$$

$$\Delta = (\lambda + 1)^2 \geq 0$$

1. Av $\lambda = -1$ тогц $\Delta = 0$ орох

эхв 1 дүн $\lambda = -1$ $x = -\frac{\lambda - 1}{2 \cdot \lambda}$

$$\lambda = -1 \Rightarrow x = -\frac{-2}{-2} = -1$$

2. Av $\lambda \neq -1$ тогц $(\lambda + 1)^2 > 0 \Rightarrow \Delta > 0$

$$x_{1,2} = \frac{-(\lambda - 1) \pm (\lambda + 1)}{2\lambda} \begin{cases} \frac{-\cancel{\lambda} + 1 + \cancel{\lambda} + 1}{2\lambda} = \left(\frac{1}{\lambda}\right) \\ \frac{-\lambda - 1 - \lambda - 1}{2\lambda} = \left(\frac{-2\lambda - 2}{2\lambda}\right) \end{cases}$$

$$\textcircled{8} \quad x^2 + (a^2 - 1)x - a^2 = 0$$

$$\Delta = (a^2 - 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-a^2)$$

$$\Delta = a^4 - 2a^2 + 1 + 4a^2$$

$$\Delta = a^4 + 2a^2 + 1$$

$$\Delta = (a^2 + 1)^2 > 0 \quad \checkmark$$

$$8. \textcircled{B} \lambda^2 x^2 - 3\lambda x - 4 = 0, \lambda \neq 0$$

$$\Delta = (-3\lambda)^2 - 4 \cdot \lambda^2 \cdot (-4)$$

$$\Delta = 9\lambda^2 + 16\lambda^2$$

$$\Delta = 25\lambda^2 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3\lambda \pm 5\lambda}{2\lambda^2} = \begin{cases} \frac{3\lambda + 5\lambda}{2\lambda^2} = \frac{8\lambda}{2\lambda^2} = \frac{4}{\lambda} \\ \frac{3\lambda - 5\lambda}{2\lambda^2} = \frac{-2\lambda}{2\lambda^2} = -\frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

$$\textcircled{8} \lambda x^2 - 2x - \lambda + 2 = 0, \lambda \neq 0,$$

$$\Delta = 4 - 4\lambda(-\lambda + 2)$$

$$\Delta = 4 + 4\lambda^2 - 8\lambda$$

$$\Delta = 4(\lambda^2 - 2\lambda + 1)$$

$$\boxed{\Delta = 4(\lambda - 1)^2 \geq 0}$$

$$1. \text{ Av } \lambda = 1 \quad \text{TOZC} \quad \Delta = 0 \quad \text{apoi } x = \frac{2}{2\lambda}$$

$$\text{ku apoi } \lambda = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$

$$2. \text{ Av } \lambda \neq 1 \quad \text{TOZC} \quad \Delta = 4(\lambda - 1)^2$$

$$x = \frac{2 \pm 2(\lambda - 1)}{2\lambda} = \begin{cases} \frac{2 + 2(\lambda - 1)}{2\lambda} \\ \frac{2 - 2(\lambda - 1)}{2\lambda} \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} \frac{\cancel{2}(1 + \lambda - 1)}{\cancel{2}\lambda} = \boxed{1} \end{cases}$$

$$x = \begin{cases} \frac{2 - 2\lambda + 2}{2\lambda} = \frac{4 - 2\lambda}{2\lambda} = \frac{\cancel{2}(2 - \lambda)}{\cancel{2}\lambda} \end{cases}$$

15. На Враб та 1 море

$$x^2 - 2\lambda x + \lambda^2 - \lambda + 1 = 0$$

а) $\in x$ дво рѣ море.

Анализ $\Delta > 0$

$$B^2 - 4AC > 0$$

$$4\lambda^2 - 4(\lambda^2 - \lambda + 1) > 0$$

$$4\lambda^2 - 4\lambda^2 + 4\lambda - 4 > 0$$

$$4\lambda > 4$$

$$\lambda > 1$$

б) $\in x$ дво рѣ.

Анализ $\Delta = 0 \Rightarrow 4\lambda - 4 = 0$

$$\lambda = 1$$

в) $\in x$ про море рѣ.

Анализ $\Delta \geq 0 \Rightarrow 4\lambda - 4 \geq 0$

$$\lambda \geq 1$$

⑧ Να πιν έχει πραγματική Αλ

Απαιτ $\Delta < 0$

$$4\lambda - 4 < 0$$

$$\underline{\underline{\lambda < 1}}$$

Μεγαλη προσοχη

Όταν θελω να εζηωση

α) εχη δυο πραγματικες και ανισες ριζες.

$$\text{Τότε } \Delta = b^2 - 4ac = \dots = \dots = \dots > 0$$

β) εχη διηλη ριζα

$$\text{Τότε } \Delta = b^2 - 4ac = \dots = \dots = 0$$

γ) ειναι αδυνατη

$$\text{Τότε } \Delta = b^2 - 4ac = \dots = \dots = \dots < 0$$

δ) εχη πραγματικες ριζες

$$\text{Τότε } \Delta = b^2 - 4ac = \dots = \dots = \dots \geq 0$$

Μεγάλη προσοχή

Όταν θέλουμε να βρούμε τα λωστε
η εξίσωση

α) να έχει δύο πραγματικές και αντισε ρίζες

Λύνουμε την ανίσωση $\Delta > 0$

β) να έχει διπλή ρίζα

Λύνουμε την εξίσωση $\Delta = 0$

γ) να είναι αδυνατη

Λύνουμε την ανίσωση $\Delta < 0$

δ) να έχει πραγματικές ρίζες

Λύνουμε την ανίσωση $\Delta \geq 0$

Άσκηση 1

Να βρούμε τις τιμές του $p \in \mathbb{R}$ ώστε

$$\text{η εξίσωση } x^2 + (p+1)x + p+4 = 0$$

να έχει δινητική ρίζα την οποία και να βρούμε.

$$\text{Απαιτούμε } \Delta = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$(p+1)^2 - 4 \cdot (p+4) = 0$$

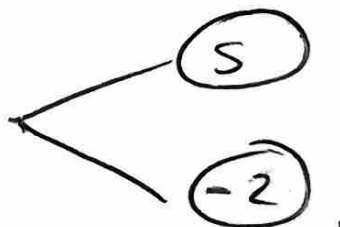
$$p^2 + 2p + 1 - 4p - 16 = 0$$

$$p^2 - 2p - 15 = 0$$

$$\Delta^* = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15)$$

$$\Delta^* = 4 + 60 = 64$$

$$p = \frac{2 \pm 8}{2}$$



$\Delta \ln \lambda_n$ p174

$$X = - \frac{p+1}{2}$$

$\Gamma_{\text{ua}} \quad p=1$

$$X = -3$$

$\Gamma_{\text{ua}} \quad p=-2$

$$X = \frac{1}{2}$$

Άσκηση 2

$$\infty \quad 3x^2 + (\lambda + 2)x + \lambda - 1 = 0$$

Να εχουμε ρίζα πραγματική.

$$\Delta = B^2 - 4\alpha\gamma = (\lambda + 2)^2 - 4 \cdot 3(\lambda - 1) =$$

$$= \lambda^2 + 4\lambda + 4 - 12\lambda + 12$$

$$= \lambda^2 - 8\lambda + 16 = (\lambda - 4)^2 \geq 0$$

$$\text{Αρα } \Delta \geq 0$$

αρα εχουμε ρίζα

πραγματική

Tonoi Vetta

Εστω η εξίσωση 2ου βαθμού

$$ax^2 + bx + \gamma = 0, \quad a \neq 0$$

η οποία έχει δύο ρίζες πραγματικές
και αντίστοιχα x_1, x_2

Το ζc

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad \therefore S$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\gamma}{a} \quad \therefore P$$

Άσκηση 1

Δίνεται η εξίσωση $2x^2 - x - 4 = 0$

α) Νόσο έχει 2 ρίζες.

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 1 + 32 = 33 > 0 \quad \checkmark$$

β) Να υπολογιστούν τα παρακάτω

$$i) x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$$

$$ii) x_1 x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-4}{2} = -2$$

$$x_1 x_2 = -2$$

$$iii) x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 =$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2 \cdot (-2) = \frac{1}{4} + 4 = \frac{17}{4}$$

$$iv) \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2}{x_1 x_2} + \frac{x_1}{x_1 x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{1}{2}}{-2} = -\frac{1}{4}$$

$$v) \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{\frac{17}{4}}{-2} = -\frac{17}{8}$$

$$\text{vi)} \quad x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2 = x_1 x_2 (x_1 + x_2) = -2 \cdot \frac{1}{2} \\ = \underline{\underline{-1}}$$

$$\text{v)} \quad (x_1 - x_2)^2 = x_1^2 - 2x_1 x_2 + x_2^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 x_2$$

$$= \frac{17}{4} - 2 \cdot (-1)$$

$$= \frac{17}{4} + 4 = \frac{17}{4} + \frac{16}{4}$$

$$= \underline{\underline{\frac{33}{4}}}$$

№ 209000 01 εξίσωση.

1. $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$.

Θετω $x^2 = t$

$$t^2 - 3t - 10 = 0$$

$$\Delta = 9 + 40 = 49$$

$$t = \frac{3 \pm 7}{2} \begin{cases} 5 \\ -2 \end{cases}$$

$$t = 5$$

$$x^2 = 5$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

$$t = -2$$

$$x^2 = -2$$

Αδυνα.

2. $5x^2 = 3|x| - 4$

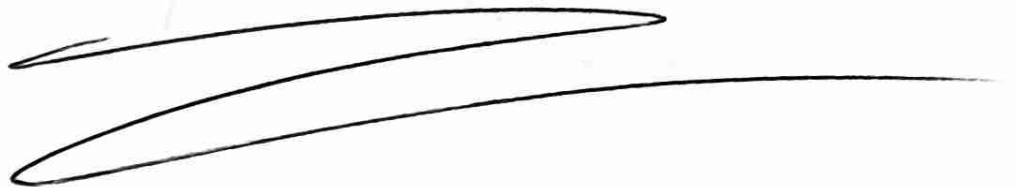
$$5|x|^2 - 3|x| + 4 = 0$$

$$|x| = t$$

$$5t^2 - 3t + 4 = 0$$

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 5 \cdot 4 < 0$$

Answer.



$$3. \quad 2x - \sqrt{x} - 1 = 0.$$

$\vartheta_{CTW} \quad \sqrt{x} = t$
 $x = t^2$

$$2t^2 - t - 1 = 0$$

$$\Delta = 1 + 8 = 9$$

$$t = \frac{1 \pm 3}{4}$$

$$t = 1$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$t = 1$$

$$\sqrt{x} = 1$$

$$x = \underline{1}$$

$$t = -\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{x} = -\frac{1}{2}$$

Answer.

Εποραιο Μαθημα

13

⑥

⑦ α γ

⑧ α γ

⑩

⑭