

**ΘΕΜΑ 4**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + x + 6}$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 09)

β) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση  $f$  είναι άρτια ή περιττή.

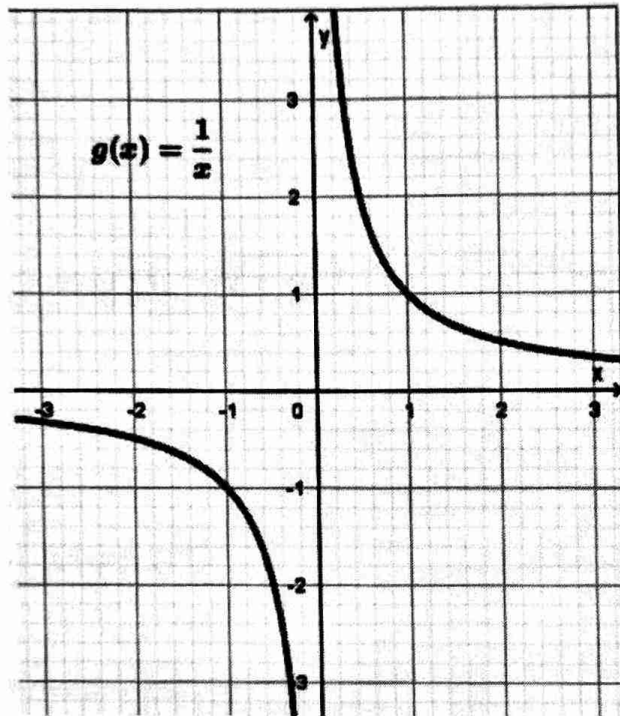
(Μονάδες 05)

γ)

i. Να απλοποιήσετε τον τύπο της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 02)

ii. Αν γνωρίζετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = \frac{1}{x}$  είναι η παρακάτω,



να κάνετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 04)

δ) Να λύσετε την εξίσωση:  $\left| \frac{1}{f(x)} \right| = 1$ .

(Μονάδες 05)

α) Προσν  $x^3 - 4x^2 + x + 6 \neq 0$

$$\begin{array}{cccc} 1 & -4 & 1 & 6 & (-1) \\ \downarrow & & & & \\ 1 & -5 & 6 & 0 & \end{array}$$

$$(x - (-1)) (x^2 - 5x + 6) \neq 0$$

$$(x+1) (x^2 - 5x + 6) \neq 0$$

$$x \neq -1$$

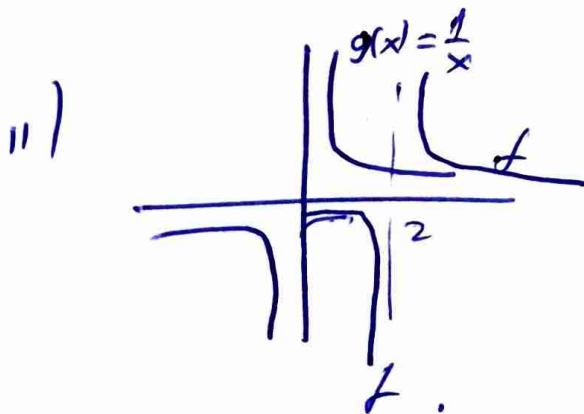
$$x \neq 2$$

$$x \neq 3$$

β) D<sub>f</sub> συν αυτα συμπληρωτικο ανα οτις ανα οτις περλητην ;

$$\textcircled{1} \text{ i) } f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 - 4x^2 + x + 6} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x+1)(x-2)(x-3)}$$

$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$



$$\textcircled{8} \quad \left| \frac{1}{f(x)} \right| = 1$$

$$\frac{1}{f(x)} = 1$$

or

$$\frac{1}{f(x)} = -1$$

$$\frac{1}{x-2} = 1$$

$$x-2 = 1$$

$$\textcircled{x=3}$$

$$\frac{1}{x-2} = -1$$

$$x-2 = -1$$

$$\textcircled{x=1}$$

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 + 2x + \beta$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Αν  $P(1) = 2$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $P(x) : (x-2)$  ισούται με 15,

α) Να δείξετε ότι  $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$ .

(Μονάδες 8)

β)

i. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $\pi(x) = x^2 + 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ .

(Μονάδες 5)

ii. Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

(Μονάδες 5)

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $\sin^3 x + \sin x = 1 - \frac{1}{2} \eta \mu^2 x$ ,  $x \in (0, 2\pi)$ .

(Μονάδες 7)

α)  $P(1) = 2$  και  $P(2) = 15$

$$2 - \alpha + 2 + \beta = 2$$

$$\boxed{\beta - \alpha = -2}$$

$$16 - 4\alpha + 4 + \beta = 15$$

$$\boxed{\beta - 4\alpha = -5}$$

$$\begin{cases} \beta - \alpha = -2 \\ \beta - 4\alpha = -5 \end{cases} \ominus$$

$$- \alpha + 4\alpha = 3$$

$$3\alpha = 3$$

$$\alpha = 1$$

$$\beta = -1$$

$$\begin{array}{r|l} \text{β) i) } 2x^3 - x^2 + 2x - 1 & x^2 + 1 \\ - (2x^3 + 2x) & 2x - 1 \\ \hline -x^2 - 1 & \\ - (-x^2 - 1) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$P(x) = (x^2 + 1)(2x - 1)$$

$$11). P(x) = 0$$

$$(x^2 + 1)(2x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{\gamma} \quad \sigma\omega^3 x + \sigma\omega x = 1 - \frac{1}{2} \eta \rho^2 x \quad x \neq 0,$$

$$\sigma\omega^3 x + \sigma\omega x = 1 - \frac{1}{2} (1 - \sigma\omega^2 x)$$

$$2\sigma\omega^3 x + 2\sigma\omega x = 2 - (1 - \sigma\omega^2 x)$$

$$2\sigma\omega^3 x + 2\sigma\omega x = 2 - 1 + \sigma\omega^2 x$$

$$2\sigma\omega^3 x - \sigma\omega^2 x + 2\sigma\omega x - 1 = 0$$

$$\text{DET} \quad \sigma\omega x = t.$$

$$2t^3 - t^2 + 2t - 1 = 0$$

$$P(t) = 0$$

$$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sigma\omega x = \frac{1}{2}$$

$$\sigma_{WX} = \sigma_{WU} \frac{\rho}{3}$$

$$X = 2k\pi + \frac{\rho}{3}$$

$$k=0$$

$$X = \frac{\rho}{3}$$

$$k=1$$

$$X = 2\pi + \frac{\rho}{3}$$

is

$$X = 2k\pi - \frac{\rho}{3}$$

$$k=0$$

$$X = -\frac{\rho}{3}$$

$$k=1$$

$$X = 2\pi - \frac{\rho}{3}$$

$$X = \frac{5\rho}{3}$$

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = ax^3 + bx^2 - bx + 3$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ . Αν είναι γνωστό ότι έχει ρίζα τον αριθμό 2, τότε:

α) Να αποδείξετε ότι τουλάχιστον ένας συντελεστής του δεν είναι ακέραιος.

(Μονάδες 7)

Αν επιπλέον  $P(1) = 0$ , τότε:

β) Να αποδείξετε ότι  $a = -3$  και  $b = \frac{21}{2}$ .

(Μονάδες 6)

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) \leq 0$ .

(Μονάδες 6)

δ) Να λύσετε την εξίσωση  $P(\sin x) = 0$ .

(Μονάδες 6)

α)  $P(2) = 0$

$$P(2) = a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 - b \cdot 2 + 3$$

$$0 = 8a + 4b - 2b + 3$$

$$\boxed{0 = 8a + 2b + 3}$$

$$2b = -8a - 3$$

$$b = \frac{-8a - 3}{2}$$

$$b = -4a - \frac{3}{2} \text{ δεν είναι ακέραιος.}$$

Αρκεί να δούμε αν ο  $a$  ή ο  $b$   
δεν είναι ακέραιος

β)  $P(1) = a + b - b + 3 = 0$

$$\alpha = -3$$

$$b = \frac{21}{2}$$

8)  $P(x) \leq 0$

$$-3x^3 + \frac{21}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \leq 0$$

$$-6x^3 + 21x^2 - 7x + 6 \leq 0$$

$$-2x^3 + 7x^2 - 7x + 2 \leq 0$$

$$\begin{array}{cccc} -2 & 7 & -7 & 2 \end{array} \quad (1)$$

$$\downarrow \quad -2 \quad 5 \quad -2$$

$$-2 \quad 5 \quad -2$$

$$(x-1) \cdot (-2x^2 + 5x - 2) \leq 0$$

x	1/2	1	2
x-1	-	-	+
-2x^2+5x-2	-	+	-
P(x)	+	-	-

$$x \in \left[\frac{1}{2}, 1\right] \cup [2, +\infty)$$

9)  $P(\sin x) = 0$

$$P(x) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$x = 1$$

$$x = 2$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = 1$$

$$\sin x = 2$$

$$x = 2k\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\sin x = \sin 0$$

Answer

$$x = 2k\pi$$

# Άσκηση 3

$$f(x) = \ln \left| \frac{3^x - 9}{1 - 3^{x+2}} \right|$$

1. Νδο  $D_f = (-2, 2)$

2. Νδο  $f$  περίττη

3. Νδο  $f\left(\sin\left(\frac{5\pi}{4} + \theta\right)\right) + f\left(\sin\left(\frac{15\pi}{4} - \theta\right)\right) = 0$

4.  $\in \mathbb{R}$  λύση  $f(x) + x \ln 3 = 0$

1. Πρέπει  $\frac{3^x - 9}{1 - 3^{x+2}} > 0$  και  $1 - 3^{x+2} \neq 0$

$$\frac{3^x - 9}{1 - 3^x \cdot 3^2} > 0$$

$$1 \neq 3^x \cdot 3^2$$

$$\frac{1}{9} \neq 3^x$$

$$3^{-2} \neq 3^x$$

$$\underline{\underline{x \neq -2}}$$

$$\frac{3^x - 9}{1 - 9 \cdot 3^x} > 0$$

$3^x = t$

$$\frac{t - 9}{1 - 9t} > 0$$

$t$	$1/9$	$9$	
$t - 9$	-	-	+
$1 - 9t$	+	+	-
$P(t)$	-	+	-

$$\frac{1}{9} < t < 9$$

$$3^{-2} < 3^x < 3^2$$

$$-2 < x < 2$$

# Абшбу 1

Но  $f$  нуртт

$$f(-x) = \ln\left(\frac{3^{-x} - 9}{1 - 3^{-x+2}}\right) = \ln\left(\frac{\frac{1}{3^x} - 9}{1 - 3^{-x} \cdot 9}\right)$$

$$= \ln \frac{\frac{1}{3^x} - 9}{1 - 9 \frac{1}{3^x}} = \ln \frac{1 - 9 \cdot 3^x}{3^x - 9} =$$

$$= \ln\left(\frac{3^x - 9}{1 - 9 \cdot 3^x}\right)^{-1} = -f(x).$$

3.  $\sigma_w\left(\frac{5n}{4} + \theta\right) = \sigma_w\left(\frac{4n}{4} + \frac{n}{4} + \theta\right) = \sigma_w\left(n + \frac{n}{4} + \theta\right)$

$$= -\sigma_w\left(\frac{n}{4} + \theta\right)$$

$$\sigma_w\left(\frac{15n}{4} - \theta\right) = \sigma_w\left(\frac{16n}{4} - \frac{n}{4} - \theta\right) =$$

$$= \sigma_w\left(-\frac{n}{4} - \theta\right) = \sigma_w\left(\frac{n}{4} + \theta\right)$$

$$\text{Но } f\left(-\sigma_w\left(\frac{n}{4} + \theta\right)\right) + f\left(\sigma_w\left(\frac{n}{4} + \theta\right)\right) = 0$$
$$- f\left(\sigma_w\left(\frac{n}{4} + \theta\right)\right) + f\left(\sigma_w\left(\frac{n}{4} + \theta\right)\right) = 0.$$

4.

$$f(x) + x \ln 3 = 0$$

$$\ln \frac{3^x - 9}{1 - 3^{x+2}} = -x \ln 3$$

$$\ln \frac{3^x - 9}{1 - 3^{x+2}} = \ln 3^{-x}$$

$$\frac{3^x - 9}{1 - 3^x \cdot 9} = \frac{1}{3^x}$$

$$3^x = t$$

$$\frac{t - 9}{1 - 9t} = \frac{1}{t}$$

$$\cancel{t^2 - 9t} = \cancel{1 - 9t}$$

$$t = 1$$

$$t = -1$$

$$3^x = 1$$

$$3^x = -1$$

$$x = 0$$

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ . Να αποδείξετε ότι

α) το  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-1$  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης  $P(x):(x-1)$ .

(Μονάδες 6)

β)  $P(x) < 0$  για κάθε  $x \in (-\infty, -1) \cup (1, 2)$ .

(Μονάδες 7)

γ)  $1 < \log 20 < 2$ .

(Μονάδες 6)

δ)  $P(\log 20) < 0$ .

(Μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \log \sqrt{10^x - 2}$ .

α) Να αποδείξετε ότι το πεδίο ορισμού της συνάρτησης  $f$  είναι το  $A = (\log 2, +\infty)$ .

(Μονάδες 07)

β) Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = \log \sqrt{\frac{10^x}{3}}$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

i. Να λυθεί η εξίσωση  $\sqrt{\frac{10^x}{3}} = \sqrt{10^x - 2}$  με  $x \in (\log 2, +\infty)$ .

(Μονάδες 09)

ii. Να βρείτε (αν υπάρχουν) τα κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων, των συναρτήσεων  $f$  και  $g$ .

(Μονάδες 09)

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - \alpha x^2 + 2x + \beta$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ . Αν  $P(1) = 2$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $P(x) : (x - 2)$  ισούται με 15,

α) Να δείξετε ότι  $P(x) = 2x^3 - x^2 + 2x - 1$ .

(Μονάδες 8)

β)

i. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $\pi(x) = x^2 + 1$  είναι παράγοντας του  $P(x)$ .

(Μονάδες 5)

ii. Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

(Μονάδες 5)

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $\sin^3 x + \sin x = 1 - \frac{1}{2} \eta \mu^2 x$ ,  $x \in (0, 2\pi)$ .

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 2x + 1$ . Να αποδείξετε ότι

α) το  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-1$  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης  $P(x):(x-1)$ .

(Μονάδες 6)

β)  $P(x) < 0$  για κάθε  $x \in (-\infty, -1) \cup (\frac{1}{2}, 1)$ .

(Μονάδες 7)

γ)  $\frac{1}{2} < \sigma\upsilon\nu\theta < 1$  για κάθε γωνία  $\theta \in (0, \frac{\pi}{3})$ .

(Μονάδες 6)

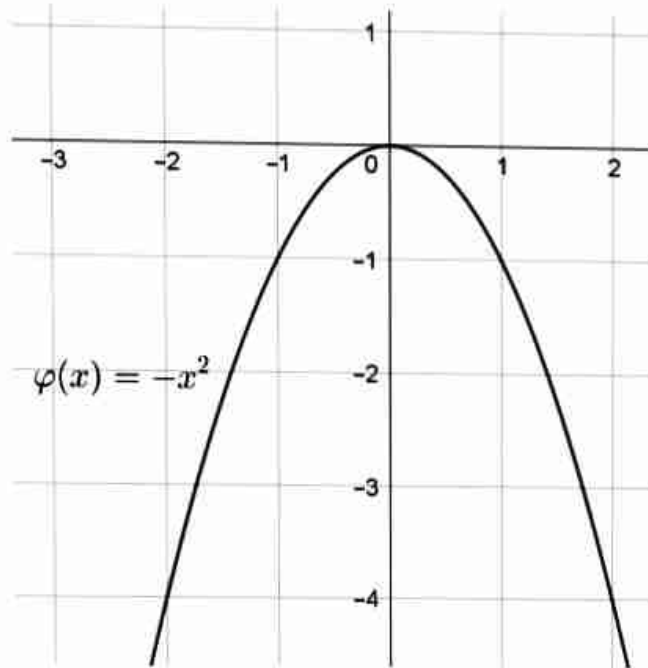
δ)  $P(\sigma\upsilon\nu\theta) < 0$  για κάθε γωνία  $\theta \in (0, \frac{\pi}{3})$ .

(Μονάδες 6)

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνονται οι συναρτήσεις  $\varphi(x) = -x^2, x \in \mathbb{R}$  και  $f(x) = -x^2 + 2x + 1, x \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $f(x) = -(x - 1)^2 + 2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$  και στη συνέχεια, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $\varphi$ , που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, να παραστήσετε γραφικά τη συνάρτηση  $f$ .



(Μονάδες 10)

β) Με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  να βρείτε:

i. Τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως μονότονη.

(Μονάδες 5)

ii. Το ολικό ακρότατο της  $f$  καθώς και τη θέση του.

(Μονάδες 5)

iii. Το πλήθος των ριζών της εξίσωσης  $f(x) = \kappa, \kappa < 2$ . Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 5)

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται γωνία  $x$  με  $\frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$  και οι παραστάσεις:

$$A = \eta\mu^2(\pi - x) + \eta\mu^2(\pi + x) + \sigma\upsilon\nu^2(-x),$$

$$B = \frac{\eta\mu x}{1 + \sigma\upsilon\nu x} + \frac{1 + \sigma\upsilon\nu x}{\eta\mu x}.$$

α) Να αποδείξετε ότι  $A = \eta\mu^2 x + 1$ .

(Μονάδες 08)

β) Να απλοποιήσετε την παράσταση  $B$ .

(Μονάδες 08)

γ) Να εξετάσετε αν υπάρχει γωνία  $x$  για την οποία οι παραστάσεις  $A$  και  $B$  να είναι ίσες.

(Μονάδες 09)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - ax^2 + 7x - \beta$ ,  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το  $x - 3$  και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $P(x)$ :  $(x + 1)$

είναι  $v = -16$ , τότε:

α) Να υπολογισθούν οι τιμές των  $\alpha, \beta$ .

(Μονάδες 06)

Αν είναι  $\alpha = 5$ ,  $\beta = 3$ ,

β) να λυθεί η εξίσωση  $P(x) = 0$ .

(Μονάδες 07)

γ) να λυθεί η ανίσωση  $P(x) < 0$ .

(Μονάδες 06)

δ) Αν  $P(\ln \kappa) < 0$ , τότε να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού  $\kappa$ .

(Μονάδες 06)

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 3 + \sqrt{3}\varepsilon\phi\omega \cdot \eta\mu x, x \in \mathbb{R}$ . Αν για τη γωνία  $\omega$  ισχύει η σχέση  $-2\sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu\omega = -1, \omega \in [0, \frac{\pi}{2}]$ , τότε:

α)

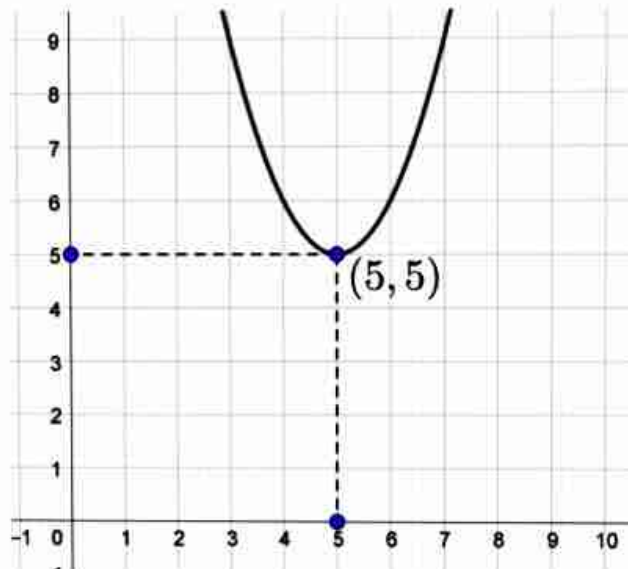
i. Να αποδείξετε ότι  $\varepsilon\phi\omega = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

(Μονάδες 10)

ii. Για  $\varepsilon\phi\omega = \frac{\sqrt{3}}{3}$ , να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 04)

β) Δίνεται η συνάρτηση  $g(x) = x^2 - 10x + 30, x \in \mathbb{R}$  και η γραφική της παράσταση στο παρακάτω σχήμα.



i. Να βρείτε, με τη βοήθεια της γραφικής παράστασης ή με οποιονδήποτε άλλο τρόπο, την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης  $g$ .

(Μονάδες 04)

ii. Να εξετάσετε αν οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων  $f, g$  έχουν κοινά σημεία. Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 07)

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^4 + 6x^2 - 7$ .

α) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $x-1$  είναι παράγοντας του πολυωνύμου  $P(x)$ .

(Μονάδες 5)

β) Να παραγοντοποιήσετε το πολυώνυμο  $P(x)$  σε πολυώνυμα πρώτου ή δευτέρου βαθμού.

(Μονάδες 8)

γ)

i. Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

(Μονάδες 5)

ii. Αν οι αριθμοί  $-1$  και  $1$  είναι οι ρίζες της εξίσωσης  $P(x)=0$ , να λύσετε την εξίσωση

$$(2\eta\mu x - 1)^4 + 6(2\eta\mu x - 1)^2 - 7 = 0, \text{ για } x \in \mathbb{R}.$$

(Μονάδες 7)

#### ΘΕΜΑ 4

Στο σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων

$$f(x) = x^3 + 3x^2 - 4 \text{ και } g(x) = 4x - 4 \text{ με } x \in \mathbb{R}.$$

α) Από τη γραφική παράσταση της  $f$ , να βρείτε τα διαστήματα μονοτονίας της.

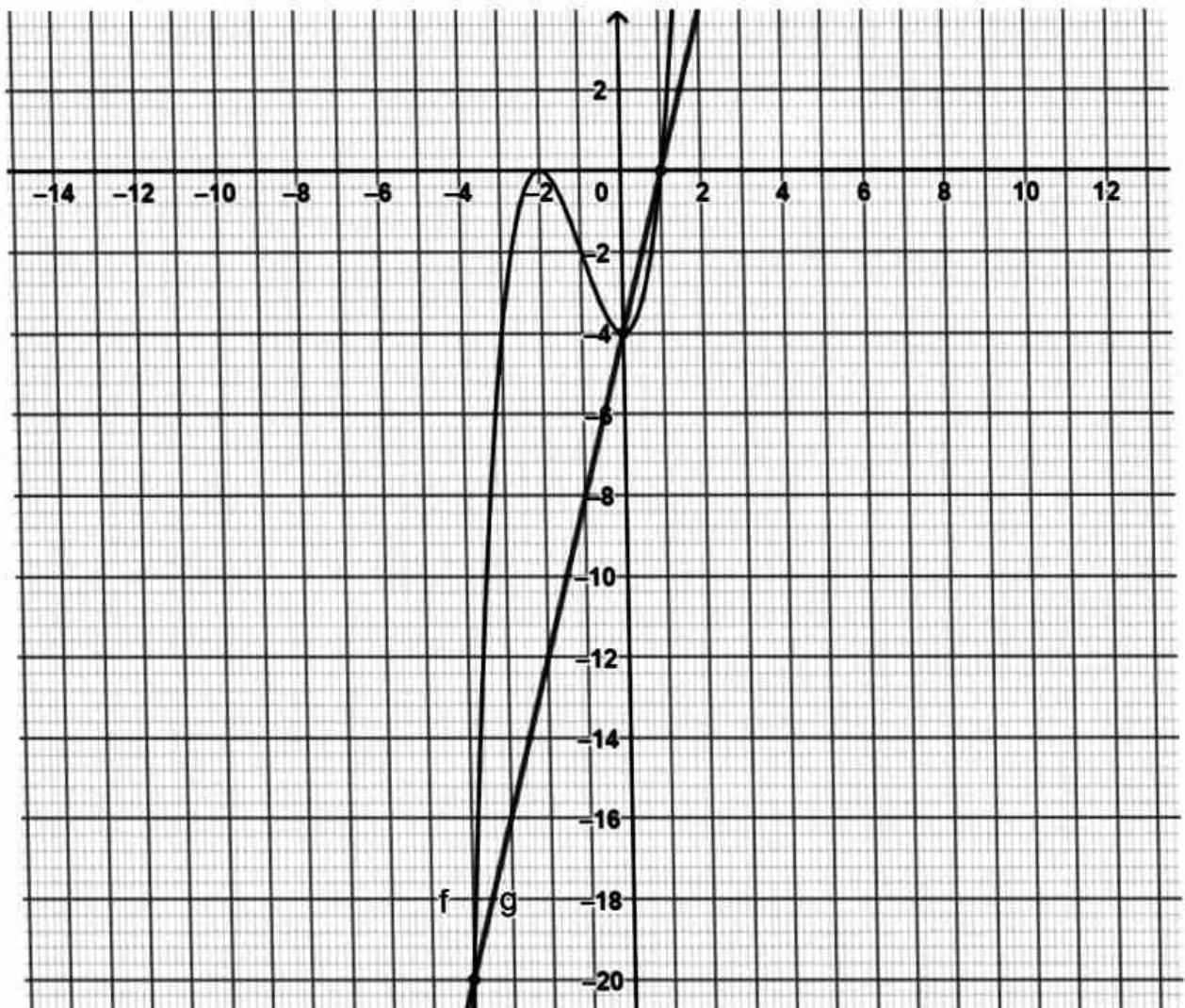
(Μονάδες 8)

β) Να λύσετε γραφικά και αλγεβρικά την εξίσωση  $f(x) = g(x)$ .

(Μονάδες 10)

γ) Να βρείτε αλγεβρικά τις τιμές του  $x$  για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g$  είναι κάτω από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 7)



#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με  $f(x) = \left(\frac{2-\lambda}{4}\right)^x$ .

α) Να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού  $\lambda$  για τις οποίες η  $f$  είναι εκθετική συνάρτηση.

(Μονάδες 5)

β) Για ποιες τιμές του  $\lambda$  που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα;

(Μονάδες 7)

γ) Για  $\lambda = 0$

i. Να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

(Μονάδες 6)

ii. Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) + f(x + 1) = 6$ .

(Μονάδες 7)

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \ln(e^x - 1)$ .

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $A$  και το σημείο τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα  $x'x$ .

(Μονάδες 9)

β) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = x - 1$ .

(Μονάδες 8)

γ) Να αποδείξετε ότι αν  $\alpha > 0$ , τότε η γραφική παράσταση της  $f$  δεν έχει κοινά σημεία με την ευθεία  $y = x + \alpha$ .

(Μονάδες 8)

#### ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = (x-1)\ln x$ ,  $x > 0$  και η ευθεία  $\varepsilon: y = 2x - 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι  $f(2) + f(4) = \frac{1}{3}f(8)$ .

(Μονάδες 8)

β) Να αιτιολογήσετε γιατί η γραφική παράσταση  $C_f$  της  $f$  είναι από τον άξονα  $x'$  και πάνω.

(Μονάδες 8)

γ) Να βρείτε:

i. Τα κοινά σημεία της  $C_f$  με την ευθεία.

(Μονάδες 4)

ii. Για ποιες τιμές του  $x$  η  $C_f$  είναι κάτω από την ευθεία.

(Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 4

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = \frac{\alpha+1}{2} \sigma\upsilon\nu(\beta x)$ , με  $\alpha, \beta > 0$ , η οποία έχει ελάχιστο  $-2$  και περίοδο  $\frac{\pi}{2}$ .

α) Να δείξετε ότι  $\alpha = 3$  και  $\beta = 4$ .

(Μονάδες 5)

β) Δίνεται η παράσταση  $A = \frac{\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \cdot \epsilon\varphi(\pi - x) \cdot \eta\mu(2\pi + x)}{\sigma\upsilon\nu(3\pi - x) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{7\pi}{2} - x\right) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + x\right)}$ . Να δείξετε ότι  $A = -1$ .

(Μονάδες 10)

γ) Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 2A$ , στο διάστημα  $\left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right]$ .

(Μονάδες 10)

**ΘΕΜΑ 4**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^3 + 4x^2 - 5x - 2$ .

α) Να βρείτε τις ρίζες του πολυωνύμου.

(Μονάδες 5)

β) Να λύσετε την ανίσωση  $P(x) > 0$ .

(Μονάδες 9)

γ) Να λύσετε την ανίσωση  $3\left(\frac{5}{x^2+1}\right)^3 + 4\left(\frac{5}{x^2+1}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{x^2+1}\right) - 2 > 0$ .

(Μονάδες 11)