15.

Ενότητα 14

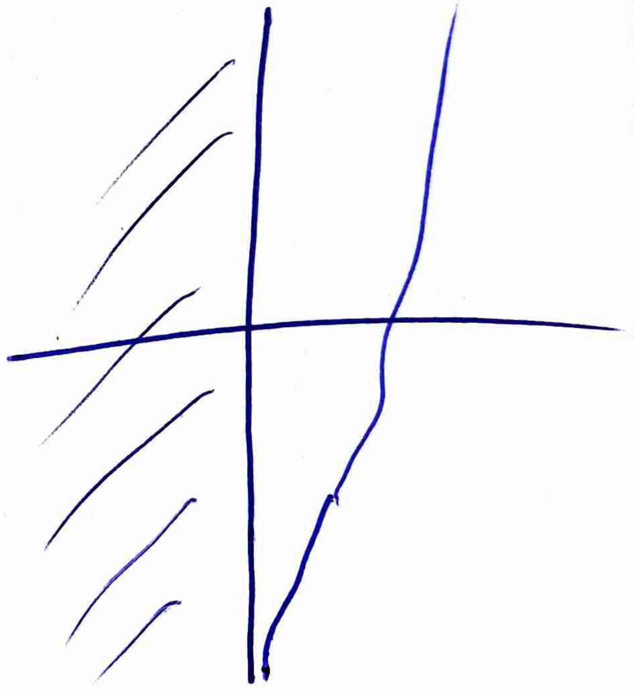
$f(x) = \ln x + x \quad , x > 0$

Μονοτονία

$\cdot\ x_1 < x_2 \Rightarrow \ln x_1 < \ln x_2$

$\cdot\ x_1 < x_2$

$f(x_1) < f(x_2) \qquad f \nearrow$



$\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty + 0 = -\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \ln x + x = +\infty$

$\Sigma T_f = R.$

- f συνεχής
- $f \nearrow$
- $\Sigma T_f = R$

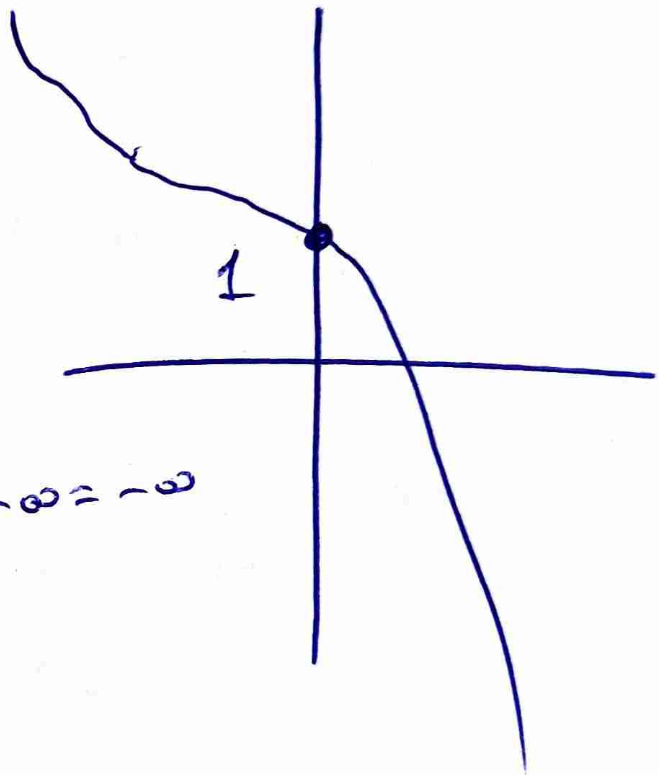
Το $2026 \in \Sigma T_f$.
άρα $\exists!\ \xi$ τ.ω $f(\xi) = 2026$

16. $f(x)=e^{-x}-x \quad , x\in\mathbb{R}$

• $x_1<x_2 \Rightarrow e^{-x_1}>e^{-x_2}$

• $x_1<x_2 \xrightarrow{\quad} -x_1>-x_2$ $\Bigg]$ (+)

$f(x_1)>f(x_2)$ $\quad f\downarrow$



$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=e^{+\infty}-(-\infty)=+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=e^{-\infty}-(+\infty)=0-\infty=-\infty$

$\Sigma T_f=\mathbb{R}$.

• f συνεχής

• $f\downarrow$

• $\Sigma T_f=\mathbb{R}$

Το $2026 \in \Sigma T_f$ άρα $\exists!\ \xi$ τ.ω $f(\xi)=2026$

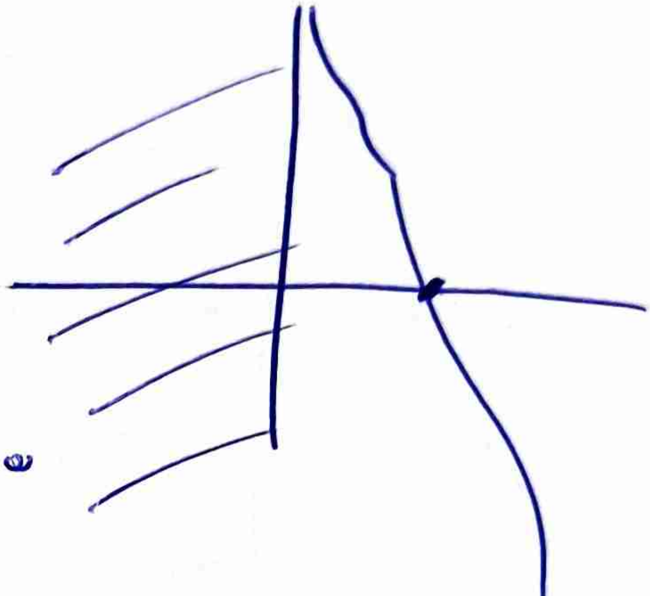
17. $f(x) = e^{-x} - \ln x - 1 \quad , x>0$

ⓐ $x_1 < x_2 \Rightarrow e^{-x_1} > e^{-x_2}$ $\quad (+)$

$x_1 < x_2 \Rightarrow -\ln x_1 - 1 > -\ln x_2 - 1$

$f \downarrow$

$\lim_{x \to 0^+} f(x) = 1 - (-\infty) = +\infty$



$\lim_{x \to +\infty} f(x) = e^{-(+\infty)} - \ln(+\infty) - 1$

$= e^{-\infty} - (+\infty) = -\infty$

$\Sigma T_f = \mathbb{R}.$

ⓑ ΝΔΟ $\exists!\, x_0 > 0$ τ.ω. $e^{x_0} \ln x_0 + e^{x_0} = 1$

$e^{x} \ln x + e^{x} = 1$

$\ln x + 1 = \frac{1}{e^{x}} \Rightarrow \ln x + 1 = e^{-x}$

$e^{-x} - \ln x - 1 = 0 \Rightarrow f(x) = 0.$

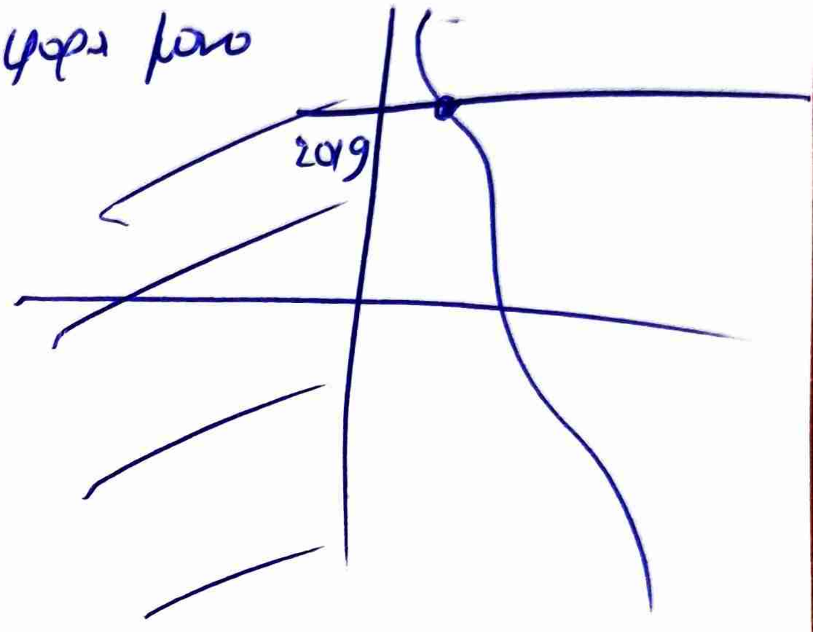
Αρκεί νδο η C_f τέμνει τον $x'x$ μοναδικής φορ-

- f συνεχής
- $f \downarrow$
- $\Sigma T_f = \mathbb{R}$

} το $0 \in \Sigma T_f$ άρα $\exists!\, x_0 > 0$ τ.ω. $f(x_0) = 0$.

(γ). Νδο η εξίσωση $f(x)=2019$ έχει ακριβώς μία θετική ρίζα.

Αρκεί νδο η C_f τέμνει την $\varepsilon: y=2019$ 1 φορά μόνο



- f συνεχής
- $f \downarrow$
- $\Sigma T_f = \mathbb{R}$.

Το $2019 \in \Sigma T_f$ άρα $\exists!\ \xi>0$

τω $f(\xi)=2019$.

18. $f(x) = \ln x - \frac{1}{x} + 1 \quad , x > 0$

$D_f = (0, +\infty)$

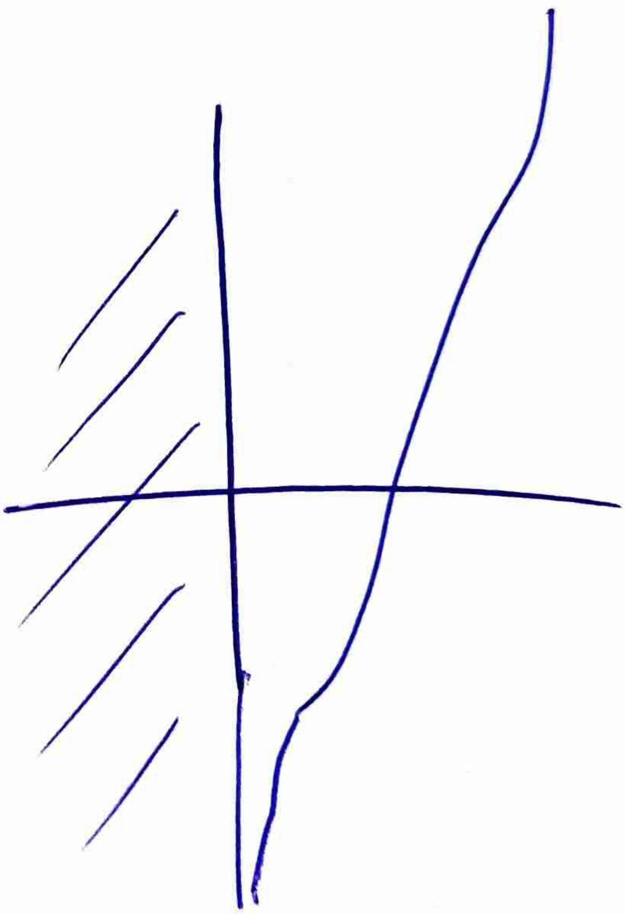
ⓐ $\cdot\ x_1 < x_2 \Rightarrow \ln x_1 < \ln x_2$

$\cdot\ x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \Rightarrow -\frac{1}{x_1} < -\frac{1}{x_2}$ (+)

$f \nearrow \Rightarrow f$ 1-1

$\Rightarrow f$ αντιστ.

$D_{f^{-1}} = \Sigma T_f$



$\lim_{x \to 0^+} f(x) = -\infty - (+\infty) + 1 = -\infty$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

$D_{f^{-1}} = \mathbb{R}$.

(B) νδο η εξισωση $f^{-1}\left(\ln x - \frac{1}{x}\right) = 1$

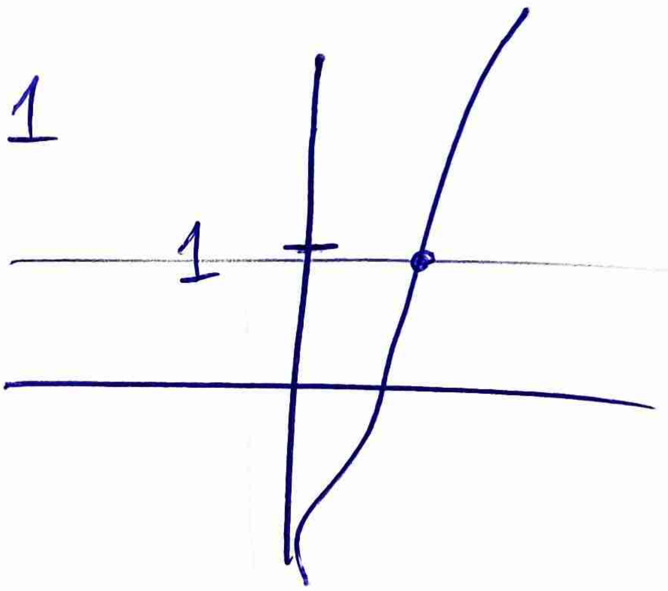
εχει μοναδικη ριζα στο $(0,+\infty)$.

$$f\left(f^{-1}\left(\ln x - \frac{1}{x}\right)\right) = f(1)$$

$$\ln x - \frac{1}{x} = 0$$

$$\ln x - \frac{1}{x} + 1 = 1$$

$$f(x) = 1$$



- f συνεχης
- $f \nearrow$
- $\Sigma T_f = \mathbb{R}$

Το $1 \in \Sigma T_f$ αρα $\exists!\ \xi$ τ.ω

$$f(\xi) = 1,$$

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος : 17/9/26

Ώρα μαθήματος : 17:30.

Ασκήσεις

1ο διαγωνισμα Μπαρλα.

Σελ. 267.

παρατηρήσεις

Τελειωσαμε των Επαναληψεις