

ΘΕΜΑ 2

Η διαίρεση ενός πολυωνύμου  $P(x)$  με το  $x-3$  έχει πηλίκο  $x^2+2$  και υπόλοιπο 4.

α) Να γράψετε την ταυτότητα της παραπάνω διαίρεσης.

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι  $P(x) = x^3 - 3x^2 + 2x - 2$ .

(Μονάδες 8)

γ) Είναι το  $x=3$  ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 9)

$$\textcircled{\alpha} \quad P(x) = (x-3)(x^2+2) + 4$$

$$\textcircled{\beta} \quad P(x) = \dots = x^3 - 3x^2 + 2x - 2$$

$$\textcircled{\gamma} \quad P(3) \neq 0 \quad \checkmark$$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - x^2 - 5x + 7x - 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι ο αριθμός 1 είναι ρίζα του πολυωνύμου.

(Μονάδες 10)

β) Να εξετάσετε αν το πολυώνυμο έχει και άλλη σκέραση ρίζα.

(Μονάδες 15)

$$\textcircled{\alpha} P(1) = 0$$

$$\textcircled{\beta} \frac{-2}{\pm 1 \quad \pm 2}$$

$$P(-1) \neq 0$$

$$P(2) = 0$$

$$P(-2) \neq 0$$

Το 2, 1

ακεραία ρίζα.

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2(x-1)^{20} - 3(x-1)^{10} + 5x^2 - 3x - 2$ .

α) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-1$ .

(Μονάδες 10)

β)

i. Να υπολογίσετε την τιμή  $P(0)$ .

(Μονάδες 5)

ii. Είναι το  $x$  παράγοντας του πολυωνύμου  $P(x)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 10)

$$\textcircled{\alpha} P(1) = 0$$

$$\textcircled{\beta} \text{i)} P(0) = -3$$

ii) Για να είναι παράγοντας

ω  $x$  πρέπει  $P(0) = 0$

οπω  $P(0) = -3$ ,

αρα δεν είναι,

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + 2x - 3, x \in \mathbb{R}$ .

α) Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του  $P(x)$  με το  $(x+1)$  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 13)

β) Να λύσετε την εξίσωση  $P(x) + 6 = 0$ .

(Μονάδες 12)

$$\begin{array}{cccccc} \textcircled{\alpha} & 1 & 0 & 2 & -3 & \textcircled{-1} \\ & \downarrow & & & & \\ & 1 & -1 & 3 & -6 & \end{array}$$

$$P(x) = (x+1)(x^2 - x + 3) - 6$$

$$\textcircled{\beta} \quad (x+1)(x^2 - x + 3) - 6 + 6 = 0$$

$$(x+1)(x^2 - x + 3) = 0$$

$\Delta < 0,$

$$\textcircled{x = -1}$$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ .

α) Να παραγοντοποιήσετε το  $P(x)$ .

(Μονάδες 10)

β) Αν  $P(x) = (x+1)^2(x-1)$  να λύσετε την ανίσωση  $P(x) \geq 0$ .

(Μονάδες 15)

$$\begin{array}{cccc} \textcircled{\alpha} & 1 & 1 & -1 & -1 & \textcircled{1} \\ & \downarrow & & & & \\ & 1 & 2 & 1 & & \\ & 1 & 2 & 1 & 0 & \end{array}$$

$$P(x) = (x-1)(x^2+2x+1)$$

$$P(x) = (x-1)(x+1)^2$$

$$\textcircled{\beta} \quad (x-1)(x+1)^2 \geq 0$$

$$x-1 \geq 0$$

$$\underline{\underline{x \geq 1}}$$

$$x \in \{-1\} \cup [1, +\infty)$$

ΘΕΜΑ 2

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 3x^2 - x^2 - x + 2$ .

α) Να κάνετε τη διαίρεση  $P(x) : (x-1)$  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 10)

β) Αν  $P(x) = (x-1)(3x^2 + 2x + 1) + 3$  να λύσετε την ανίσωση  $P(x) < 3$ .

(Μονάδες 15)

$$\begin{array}{cccc} \textcircled{a} & 3 & -1 & -1 & 2 & \textcircled{1} \\ & \downarrow & & & & \\ & 3 & 2 & 1 & & \\ & 3 & 2 & 1 & 3 & \end{array}$$

$$P(x) = (x-1)(3x^2 + 2x + 1) + 3$$

$$\textcircled{b} \quad P(x) < 3$$

$$(x-1)(3x^2 + 2x + 1) + 3 < 3$$

$$(x-1)(3x^2 + 2x + 1) < 0$$

x	1
x-1	- / +
3x <sup>2</sup> +2x+1	+ / +
Q(x)	- / +

$$x \in (-\infty, 1)$$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$ .

α) Να αποδείξετε ότι το 1 και το -1 δεν είναι ρίζες του πολυωνύμου.

(Μονάδες 10)

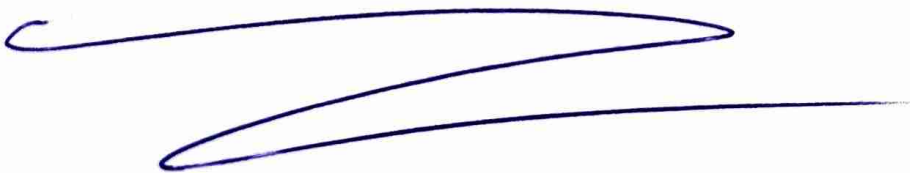
β) Να κάνετε τη διαίρεση του  $P(x) : (x^2 + x - 1)$  και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης.

(Μονάδες 15)

$$\textcircled{\alpha} \quad P(1) = 1 \neq 0$$

$$P(-1) = -2 + 1 + 3 + 1 = 3 \neq 0.$$

$$\textcircled{\beta} \quad \begin{array}{r|l} 2x^3 + x^2 - 3x + 1 & x^2 + x - 1 \\ \hline & 2x - 1 \\ \hline - (2x^3 + 2x^2 - 2x) & \\ \hline & -x^2 - x + 1 \\ & - (-x^2 - x + 1) \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$P(x) = (x^2 + x - 1)(2x - 1)$$


**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 2$ .

α) Να αποδείξετε ότι το  $x - 1$  είναι παράγοντας του πολυωνύμου.

(Μονάδες 12)

β) Αν  $P(x) = (x - 1) \cdot (x^2 - x + 2)$ , να βρείτε για ποιες τιμές του  $x$  είναι  $P(x) > 0$ .

(Μονάδες 13)

α)  $P(1) = 0$

β)

$x$	1
$x - 1$	-   +
$x^2 - x + 2$	+   +
$P(x)$	-   +

$x \in (1, +\infty)$ .

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - 8x^2 + 7x - 1$ .

α) Να αποδείξετε ότι έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 9)

β) Έστω  $Q(x)$  πολυώνυμο το οποίο δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

i. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $R_1(x) = P(x) + Q(x)$  δεν έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 8)

ii. Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο  $R_2(x) = P(x) \cdot Q(x)$  έχει ρίζα τον αριθμό 1.

(Μονάδες 8)

α)  $P(1) = 0$

β) Γνωρίζουμε ότι  $Q(1) \neq 0$

i)  $R_1(1) = P(1) + Q(1) = 0 + Q(1) \neq 0$

$R_1(1) \neq 0 \quad \checkmark$

ii)  $R_2(1) = P(1) \cdot Q(1) = 0 \cdot Q(1) = 0$

$R_2(1) = 0 \quad \checkmark$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 + x^2 + x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

α) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  δεν έχει ακέραιες ρίζες.

(Μονάδες 12)

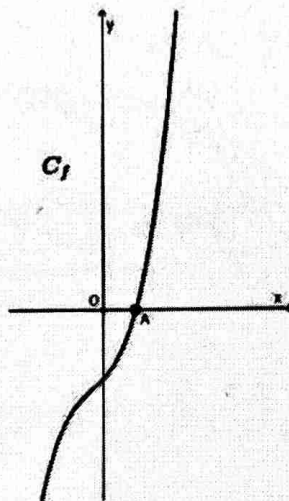
β) Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$ .

i. Να δικαιολογήσετε ότι η εξίσωση  $f(x) = 0$  έχει μία ρίζα.

(Μονάδες 04)

ii. Να αποδείξετε ότι η ρίζα αυτή βρίσκεται στο διάστημα  $(0,1)$ .

(Μονάδες 09)



α)  $\frac{-1}{\pm 1}$

παρατηρώ ότι  $f(1) \neq 0$   
 $f(-1) \neq 0$

αρα δεν έχει ρίζα ακέραια.

β) i) Παρατηρώ ότι η  $f(x)$  τερμίων  
x'x μοναδική φορά.

ii)  $f(0) = -1$   $f(1) = 3$   $\} f(0) \cdot f(1) < 0$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίδεται το πολυώνυμο  $P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$ .

α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου  $P(x)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Ποιο είναι το πηλίκο  $\pi(x)$  και το υπόλοιπο  $\upsilon(x)$  που προκύπτει από την διαίρεση  $P(x) : (x-2)$ ;

(Μονάδες 13)

α) 3ου

$$\textcircled{\beta} \frac{P(x)}{x-2} = \frac{(x-1)\cancel{(x-2)}(x-3)}{\cancel{x-2}} = (x-1)(x-3)$$

$$\pi(x) = (x-1)(x-3)$$

$$\upsilon(x) = 0$$

ΘΕΜΑ 2

Δίδεται το πολυώνυμο  $P(x) = (x - 2) \cdot (x^6 + 1)$ .

α) Ποιος είναι ο βαθμός του πολυωνύμου  $P(x)$ ; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του πολυωνύμου  $P(x)$ .

(Μονάδες 13)

α) 7ου βαθμού γιατί  $P(x) = x^7 + x - 2x^6 - 2$

β)  $P(x) = 0$

$\Rightarrow x - 2 = 0$

ή  $x^6 + 1 = 0$

$x = 2$

Άδυναται



**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x + 4$ .

α) Δίνεται ότι το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει μοναδική ακέραια ρίζα. Να προσδιορίσετε τη μοναδική ακέραια ρίζα του πολυωνύμου  $P(x)$ .

(Μονάδες 12)

β) Να βρείτε όλες τις ρίζες του  $P(x)$  και να το γράψετε ως γινόμενο πρωτοβαθμίων παραγόντων.

(Μονάδες 13)

α)  $\frac{4}{\pm 1 \pm 2 \pm 4}$       1   -2   -2   4   (2)  
↓      2      0   -4  
1      0      -2   0

$$P(x) = (x-2)(x^2-2)$$

β)  $P(x) = 0$

$$x-2=0$$

$$x=2$$

ή  $x^2-2=0$

$$x = \sqrt{2}$$

$$x = -\sqrt{2}$$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = x^3 + 2x^2 + x + 3$ .

α) Να δείξετε ότι το  $-2$  δεν είναι ρίζα του πολυωνύμου.

(Μονάδες 08)

β) Να βρείτε το πηλίκο της διαίρεσης  $P(x) : (x + 2)$

(Μονάδες 10)

γ) Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης  $P(x) : (x + 2)$ .

(Μονάδες 07)

α)  $P(-2) = 1 \neq 0$

β)

1	2	1	3	-2
↓	-2	0	-2	
1	0	1	1	

$P(x) = x^2 + 1$   
 $Q(x) = 1$

γ)  $P(x) = (x+2)(x^2+1) + 1$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 11x + 6$ .

α)

i. Να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $x-3$ .

(Μονάδες 7)

ii. Να γράψετε την ταυτότητα της Ευκλείδειας διαίρεσης  $P(x) : (x-3)$

(Μονάδες 7)

β) Να δείξετε ότι το πολυώνυμο  $P(x)$  έχει παράγοντα το  $(x-3)(2x-1)$ .

(Μονάδες 11)

$$\textcircled{\alpha} \text{ i) } \begin{array}{cccc} 2 & -3 & -11 & 6 \\ \downarrow & 6 & 9 & -6 \\ 2 & 3 & -2 & 0 \end{array} \quad \textcircled{3}$$

$$\text{ii) } P(x) = (x-3)(2x^2+3x-2)$$

$$\textcircled{\beta} P(3) = 0$$

$$P\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 11\frac{1}{2} + 6 = 0$$

**ΘΕΜΑ 2**

Δίνεται το πολυώνυμο  $P(x) = 2x^3 - x^2 - 8x + 4$ .

α)

i. Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης  $P(x) : (x-2)$ .

(Μονάδες 10)

ii. Να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης  $P(x) : (x-2)$ .

(Μονάδες 9)

β) Αν  $P(x) = (2x-1)(x^2-4)$ , να λύσετε την εξίσωση  $P(x) = 0$ .

(Μονάδες 6)

$$\begin{array}{r|rrrr} \textcircled{\alpha} \text{ i) } & 2 & -1 & -8 & 4 & \textcircled{2} \\ & \downarrow & 4 & 6 & -4 & \\ & 2 & 3 & -2 & 0 & \end{array}$$

$$\pi(x) = 2x^2 + 3x - 2$$

$$\upsilon(x) = 0.$$

$$\text{ii) } P(x) = (x-2)(2x^2 + 3x - 2)$$

$$\textcircled{\beta} \quad P(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad (2x-1)(x^2-4) = 0$$

$$2x-1=0$$

$$\vee \quad x^2-4=0$$

$$\textcircled{x = \frac{1}{2}}$$

$$\textcircled{x = 2}$$

$$\textcircled{x = -2}$$