

1. Τεστ Αλγεβρα

Β' Λυκείου

Όνομα: Σπύρος Κοτσώνης

Βαθμολογία: 65/100 13/20

Θεμα 1ο

Δίνεται $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$.

- α) Να βρεις το πεδίο ορισμού. (5)
β) Είναι αρτία ή περιττή; (10)

Θεμα 2ο

Δίνεται $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$, $x < 0$.

- α) Να βρεις τη μονotonία. (10)
β) Να βρεις το πρόσημο της παραγωγής
 $A = f(-5,1) - f(-5,1)$ (5)
γ) Να λύσεις την ανίσωση $f(x^2) - f(4x-3) \leq 0$ (10)

Θεμα 3ο

Δίνεται $f(x) = \frac{2}{1+|x-1|}$. Να βρω τα

ακρότατα του

(10)

Θεμα 4ο

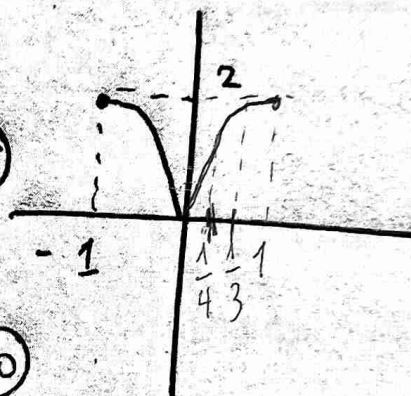
Δίνεται $f: [-4, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ αρτία.

(α) Να βρω το κ (5)

(β) Να συμπληρώσω το σχήμα (5)

(γ) Να βρω τη μονοτονία

και τα ακρότατα. (10)



(δ) Να βρω το πρόσημο του παραγώγου.

$$A = f\left(\frac{1}{3}\right) - f\left(\frac{1}{4}\right) \quad (5)$$

Θεμα 5ο

Δίνεται f γρ. ποσότητα η οποία διαφέρει

από τα $A(1, 2)$ και $B(-1, 4)$

(α) Να βρω τη μονοτονία του

(10)

(β) Να λύσω την ανίσωση $f(f(x-1)-3) < 2$ (15)

Θεμα 1ο

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

α) Να δω ορισμο

Πριν $x^2 - 1 \neq 0$

$$\rightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$(x=1) \quad (x=-1)$$

$$A_f = \mathbb{R} - \{1, -1\}$$

β) Αρτια ή περιττη!

$$f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2 - 1} = \frac{-x^3}{x^2 - 1} = - \frac{x^3}{x^2 - 1} = -f(x)$$

Επειδή $f(-x) = -f(x)$ και το

να δω ορισμού είναι συμπληρω.

f περιττη!

Πεδίο ορισμού

1. $f(x) = \frac{x+3}{x^2-6x+5}$

$$D_f = \mathbb{R} - \{5, 1\}$$

Προτι $x^2 - 6x + 5 \neq 0$

$$\rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\Delta = B^2 - 4\alpha\gamma$$

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5$$

$$\Delta = 36 - 20 = 16$$

$$x_{1,2} = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2\alpha} = \frac{-(-6) \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{2} \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases}$$

2. $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$

Προτι $x^2 - 1 \geq 0$

$$\rightarrow x^2 - 1 = 0$$

$$(x-1)(x+1) = 0$$

$$x-1=0 \quad \text{ή} \quad x+1=0$$

$$x=1$$

$$x=-1$$

x	-1	1
x^2-1	+	+

$$D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

Σημείωση

η πρώτη

σημείωση έχει κάποιο συμπέρασμα
των αρχών των αλγορίθμων.

Θεωρημα 2ο

$$f(x) = x^2 + \frac{1}{x}, \quad x < 0$$

α) Μονotonωs

$$\left. \begin{array}{l} \bullet \underline{x_1 < x_2} \Rightarrow x_1^2 > x_2^2 \\ \bullet \underline{x_1 < x_2} \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2} \end{array} \right\} \textcircled{+} \quad x_1^2 + \frac{1}{x_1} > x_2^2 + \frac{1}{x_2}$$

$$\underline{f(x_1) > f(x_2)}$$

$f \downarrow$

β) $-5,1 < -5,1$

$f \downarrow$

$$f(-5,1) > f(-5,1)$$

$$\underbrace{f(-5,1) - f(-5,1)}_{\text{Θεωρημα 1ο}} > 0$$

Θεωρημα 1ο

$$⑧ \quad f(x^2) - f(4x-3) \leq 0.$$

$$f(x^2) \leq f(4x-3)$$

$f \downarrow$

$$x^2 \geq 4x-3.$$

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$\Delta = 16 - 12 = 4$$

$$x = \frac{4 \pm 2}{2} \quad \begin{matrix} \nearrow ③ \\ \searrow ① \end{matrix}$$

x	1 3	
$x^2 - 4x + 3$	+	- / +

$$x \in (-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$$

Monotonia suaprowu,

f gr. owiawu $f \nearrow$

$$x_1 < x_2$$

$$f(x_1) < f(x_2)$$

f gr. ydiawu $f \searrow$

$$x_1 < x_2$$

$$f(x_1) > f(x_2)$$

Θεμα 3ο

$$f(x) = \frac{2}{1+|x-1|}$$

Προτιμ $1+|x-1| \neq 0$

now unamb

$$A_f = \mathbb{R}$$

$$\bullet |x-1| \geq 0$$

$$1+|x-1| \geq 1$$

$$\frac{1}{1+|x-1|} \leq \frac{1}{1}$$

$$\frac{2}{1+|x-1|} \leq \frac{2}{1}$$

$$A(1, 2)$$

Ορίω ρογισω.

$$f(x) \leq 2.$$

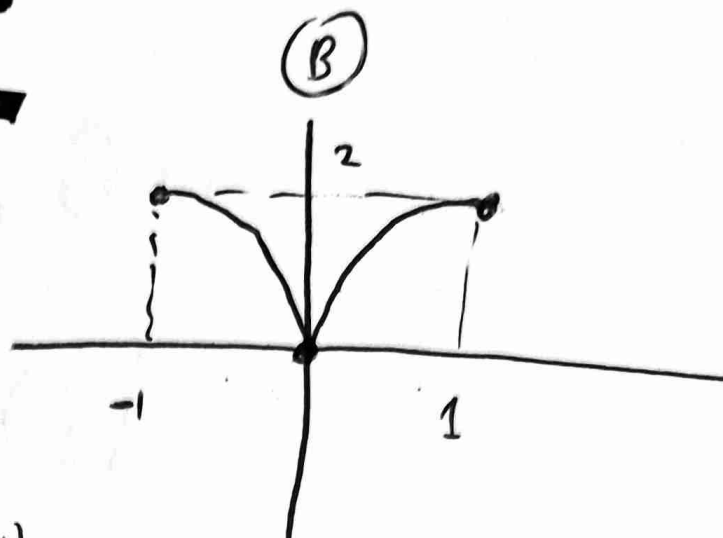
$$\in \text{Γινωσκ} \quad f(x) = 2 \Rightarrow \frac{2}{1+|x-1|} = 2$$

$$\Rightarrow 2 = 2(1+|x-1|) \quad (\Rightarrow) \cancel{2} = \cancel{2} + 2|x-1| \Rightarrow 0 = 2|x-1|$$

$(x=1)$

Θεμα 4ο

$$f: [k-4, 1] \rightarrow \mathbb{R}$$



α) Από f αρχικά
το πρώτο ορίσμου
είναι συγκεκριμένο.

$$k-4 = -1$$

$$k = 4 - 1$$

$$\underline{\underline{k = 3}}$$

β) Η f γρ. φθίνουσα $x \in [-1, 0]$

Η f γρ. αύξουσα $x \in [0, 1]$

Το $A(0,0)$ είναι μέγιστο.

Το $B(-1,2)$ $\Gamma(1,2)$ είναι μέγιστα.

$$\textcircled{8} \quad \frac{1}{4} < \frac{1}{3}$$

ср. ариф.

$$H\left(\frac{1}{4}\right) < H\left(\frac{1}{3}\right)$$

$$0 < H\left(\frac{1}{3}\right) - H\left(\frac{1}{4}\right)$$



Θεμα 5ο

$$f \text{ γν. ποσοζων} \quad A(1, 2) \quad B(-1, 4)$$
$$\underline{\underline{f(1)=2}} \quad \underline{\underline{f(-1)=4}}$$

α) Αφού f γν. ποσοζων $\Rightarrow f \nearrow$ ή $f \searrow$

$$1 > -1$$

$$\begin{array}{cc} f(1) < f(-1) \\ || \quad \quad || \\ 2 \quad \quad 4 \end{array}$$

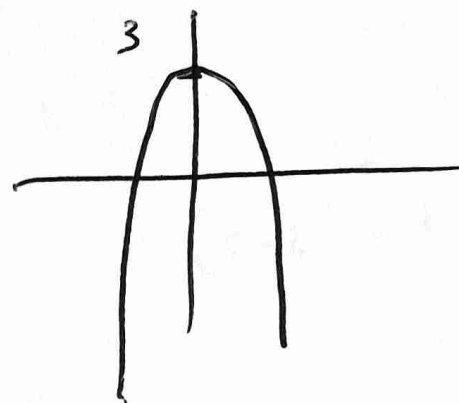
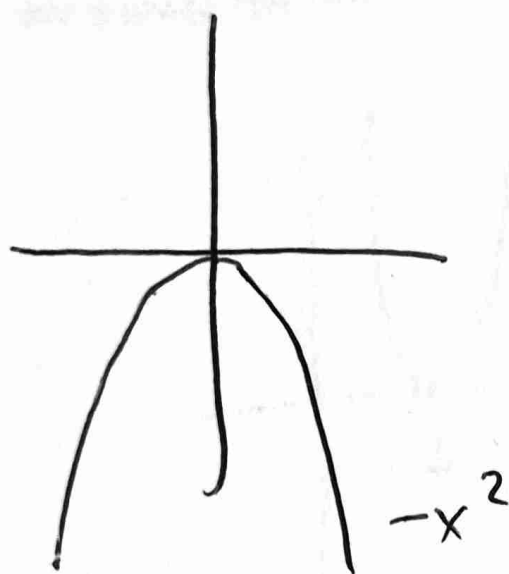
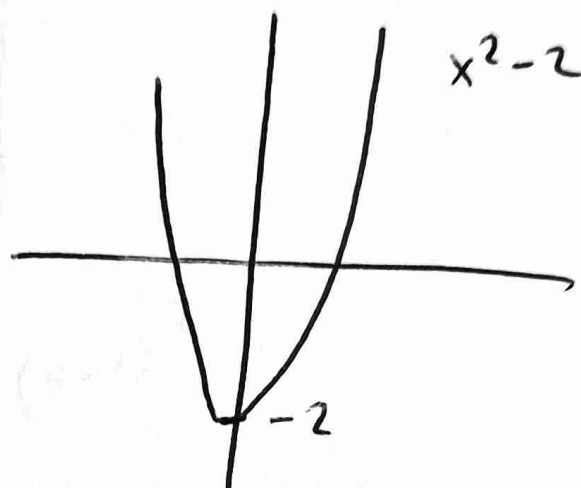
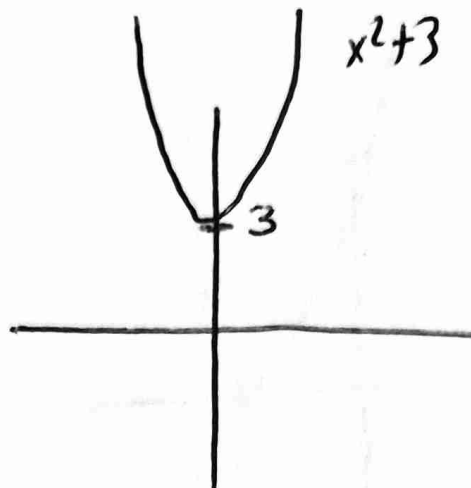
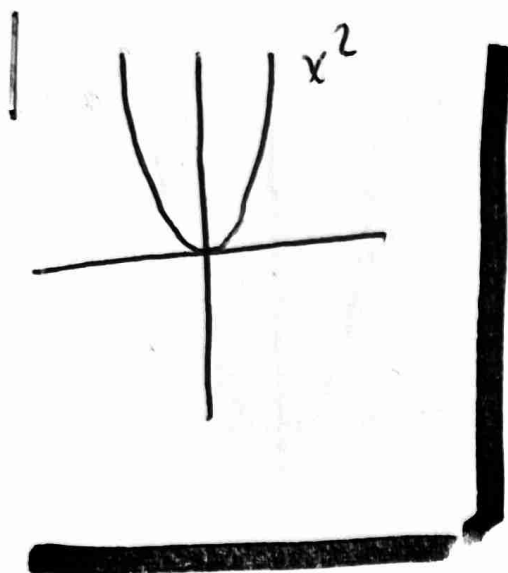
$f \searrow$

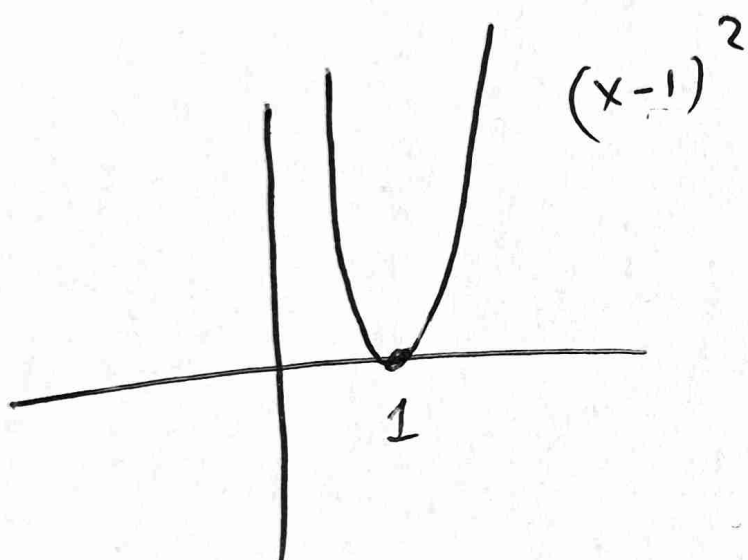
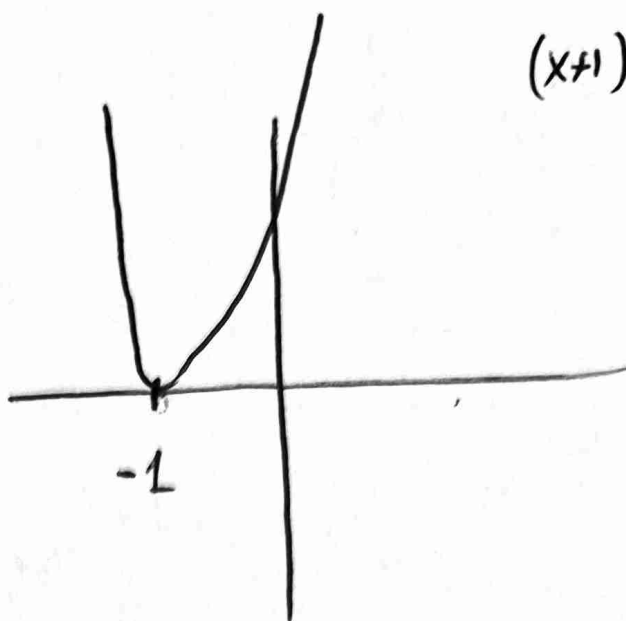
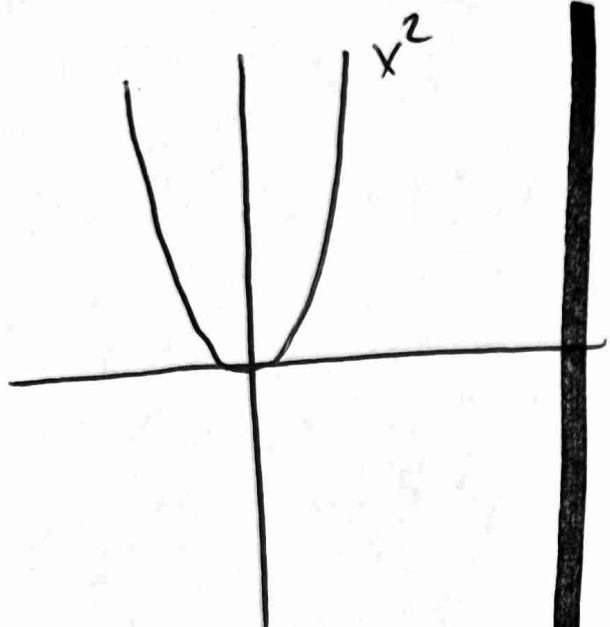
β). $f(H(x-1) - 3) < ?$

$$f(H(x-1) - 3) < f(1)$$

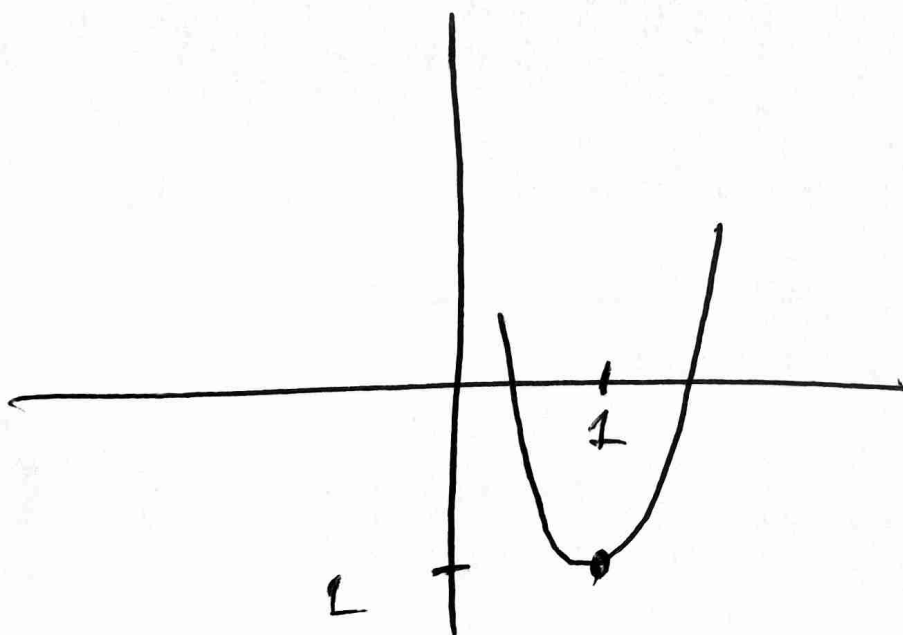
$f \searrow$

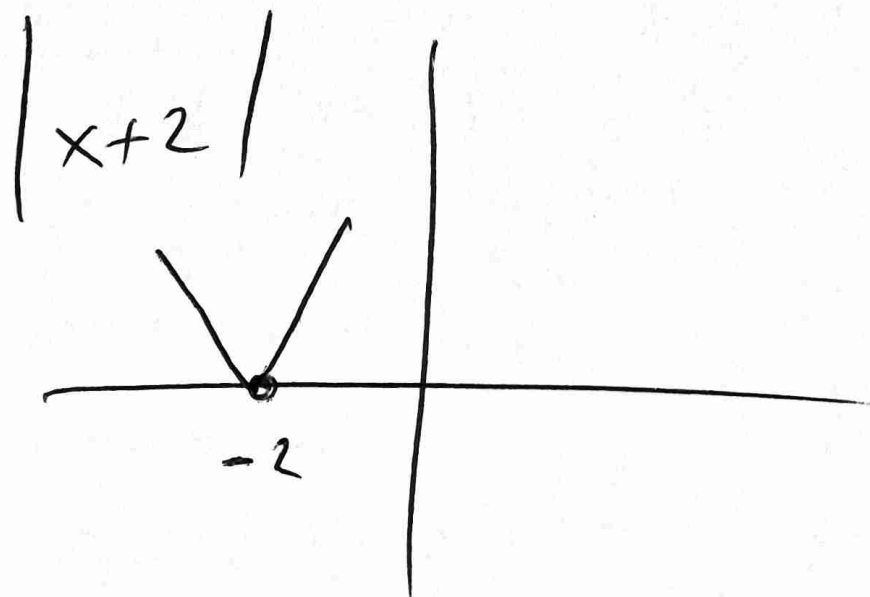
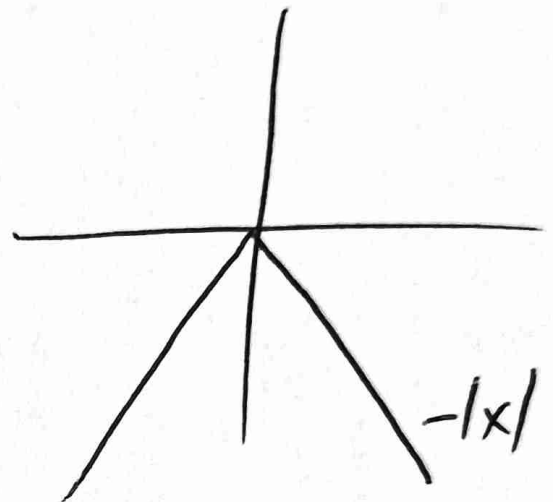
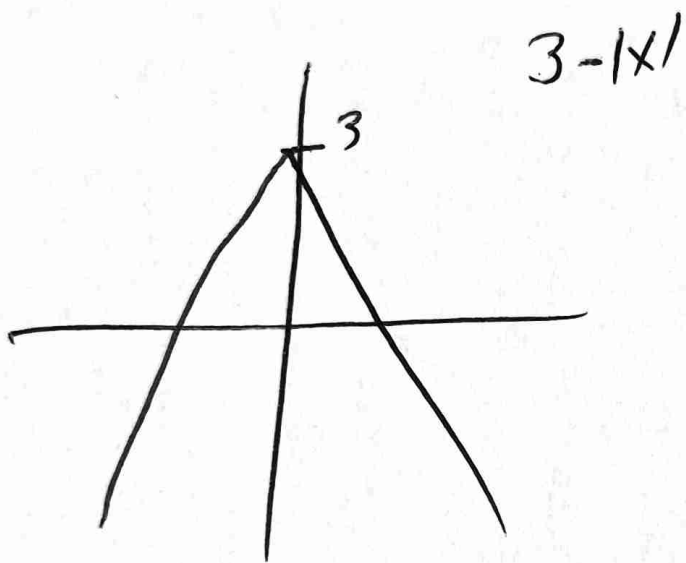
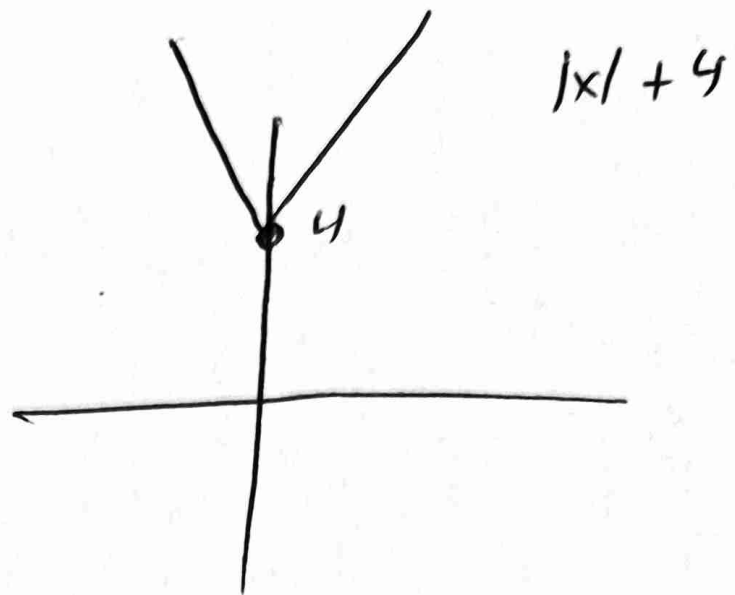
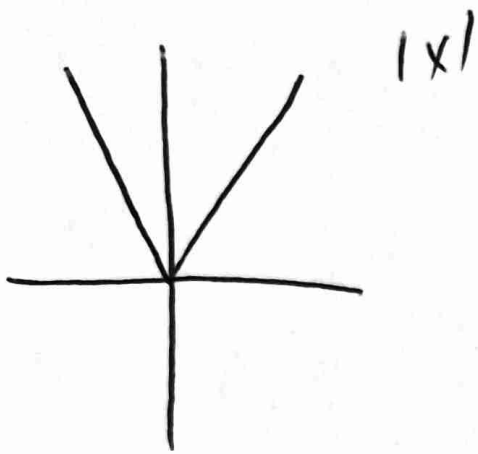
$$f(x-1) - 3 > 1$$





$$(x-1)^2 - 1$$





Тривърх

$$f(x) = 2x^2 - 3x + 1$$

Корум $K\left(-\frac{B}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

$$\bullet -\frac{B}{2a} = -\frac{-3}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4} \quad K\left(\frac{3}{4}, -\frac{1}{8}\right)$$

$$\bullet -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{9-8}{4 \cdot 2} = -\frac{1}{8}$$

