

Διαίρεση πολυωνύμων

$$\begin{array}{r|l} \delta & \Delta \\ \hline x^2 - 2x + 1 & 2x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 1 \\ \hline 2x^2 + x - 1 & -(2x^4 - 4x^3 + 2x^2) \\ \hline \pi & x^3 - 3x^2 + 2x - 1 \\ & -(x^3 - 2x^2 + x) \\ \hline & -x^2 + x - 1 \\ & -(-x^2 + 2x - 1) \\ \hline & -x \\ & \cup \end{array}$$

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \cup$$

$$2x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 1 = (x^2 - 2x + 1)(2x^2 + x - 1) - x$$

$$\begin{array}{r|l}
 2x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 1 & x+1 \\
 \hline
 -(2x^4 + 2x^3) & 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 \\
 \hline
 -5x^3 - x^2 + 2x - 1 & \\
 -(-5x^3 - 5x^2) & \\
 \hline
 4x^2 + 2x - 1 & \\
 -(4x^2 + 4x) & \\
 \hline
 -2x - 1 & \\
 -(-2x - 2) & \\
 \hline
 1 &
 \end{array}$$

$$2x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 1 = (x+1)(2x^3 - 5x^2 + 4x - 2) + 1$$

Σχολία Horner

$$(2x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 1) : (x + 1)$$

2 -3 -1 2 -1

↓ -2 5 -4 2

2 -5 4 -2 1

πυλίκω .

υπολοίπων .

-1

οποίο μηδενίζει
τον διαρστή.

$$2x^4 - 3x^3 - x^2 + 2x - 1 = (x + 1)(2x^3 - 5x^2 + 4x - 2) + 1$$

17 ΕΥΟΤΗΤΑ.

7. Η διαίρεση του $P(x)$ με το $x^2 - 3x$ δίνει πηλίκο $x^2 + x + 9$ και υπόλοιπο $21x + 9$

$$\textcircled{a} \quad \Delta = \delta \cdot \eta + \upsilon$$

$$P(x) = (x^2 - 3x)(x^2 + x + 9) + 21x + 9$$

$$P(x) = x^4 + x^3 + 9x^2 - 3x^3 - 3x^2 - 27x + 21x + 9$$

$$P(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 6x + 9$$

B) Ndo x^2+3 διαρρη To $p(x)$.

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 6x + 9 & x^2 + 3 \\ - (x^4 + 3x^2) & \\ \hline -2x^3 + 3x^2 - 6x + 9 & \\ - (-2x^3 - 6x) & \\ \hline 3x^2 + 9 & \\ - (3x^2 + 9) & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\textcircled{\gamma} \quad \frac{p(x)}{x^2+3} = \frac{\cancel{(x^2+3)} (x^2-2x+3)}{\cancel{x^2+3}}$$

$$= x^2 - 2x + 3$$

I II. $P(x) = x^2 + 2x - 7 + 2$

$P(x) : (x+3x) \text{ und } 7-3x.$

$$P(-3x) = 7 - 3x$$

$$(-3x)^2 + 2x(-3x) - 7 + 2 = 7 - 3x$$

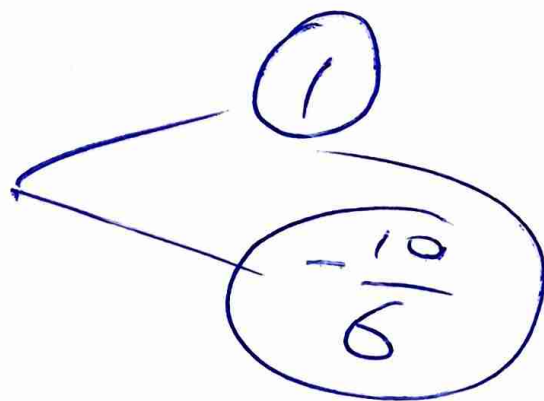
$$9x^2 - 6x^2 - 7 + 2 = 7 - 3x$$

$$3x^2 - 7 + 2 - 7 + 3x = 0$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$\Delta = 4 + 60 = 64$$

$$x = \frac{-2 \pm 8}{6}$$



12. $P(x) = x^3 + \alpha x + \beta$

Exu pila to 2

$P(x) : x$ ειναι 2. αντιστοίχ.

$$P(2) = 0$$

$$P(0) = 2$$

$$2^3 + \alpha \cdot 2 + \beta = 0$$

$$8 + 2\alpha + \beta = 0$$

$$\underline{\underline{2\alpha + \beta = -8}}$$

$$2\alpha + 2 = -8$$

$$2\alpha = -10$$

$$\underline{\underline{\alpha = -5}}$$

$$0^3 + \alpha \cdot 0 + \beta = 2$$

$$\underline{\underline{\beta = 2}}$$

16. Το υπόλοιπο του $Q(x)$ με

το $x+1$ είναι 3

Να βρω το υπόλοιπο του $P(x)$ με

το $x+1$ αν $P(x) = (x^3+2)Q(x) + 2x+3$

$$Q(-1) = 3$$

Το υπόλοιπο το $P(x)$ με

το $x+1$ είναι $\underline{\underline{P(-1)}}$

$$P(-1) = (-1)^3 + 2 \cdot Q(-1) + 2(-1) + 3 =$$

$$= 1 \cdot 3 - 2 + 3 = 4.$$

13. $P(x) = 4x^2 - \alpha x + \beta - 1$

Η διαίρεση του $P(x)$ με το $x + \frac{1}{2}$ δίνει υπόλοιπο 1 και το -1 είναι πηλίκο του $P(x)$.

$$P(x) : (x + \frac{1}{2}) \rightarrow u = P(-\frac{1}{2}) = 1$$

Από το -1 είναι πηλίκο

$$\Rightarrow P(-1) = 0$$

$$P(-\frac{1}{2}) = 4 \cdot (-\frac{1}{2})^2 - \alpha(-\frac{1}{2}) + \beta - 1 = 1$$

$$4 \cdot \frac{1}{4} + \alpha \frac{1}{2} + \beta - 1 = 1$$

$$1 + \frac{\alpha}{2} + \beta - 1 = 1$$

$$\frac{\alpha}{2} + \beta = 1$$

$$\boxed{\alpha + 2\beta = 2}$$

$$P(-1) = 4 \cdot (-1)^2 - a(-1) + B - 1 = 0$$

$$4 + a + B - 1 = 0$$

$$a + B + 3 = 0$$

$$a + B = -3$$

$$\begin{cases} a + 2B = 2 \\ a + B = -3 \end{cases} \quad \textcircled{-}$$

$$B = 5$$

$$a = -8$$

1ο Θεώρημα

Το υπόλοιπο της διαίρεσης του $P(x)$ με

το $x - \rho$ είναι $P(\rho)$.

Απόδειξη

$$P(x) = (x - \rho) \pi(x) + \upsilon(x)$$

Αφού το $x - \rho$ είναι 1ου βαθμού το υ
είναι αριθμός

$$P(x) = (x - \rho) \pi(x) + \upsilon$$

$$\underline{x = \rho}$$

$$P(\rho) = (\rho - \rho) \pi(\rho) + \upsilon$$

$$P(\rho) = \upsilon.$$

2ο Θεώρημα

Το $x-p$ είναι παραγοντα του $P(x)$
αν και μόνο αν το $P(p) = 0$.

Απόδειξη

" $\Rightarrow$ " Γνωρίζω ότι το $x-p$ είναι παραγοντα

$$P(x) = (x-p) \pi(x)$$

$$\underline{x=p}$$

$$P(p) = (p-p) \pi(p)$$

$$P(p) = 0.$$

" $\Leftarrow$ " Γνωρίζω ότι $P(p) = 0$.

$$P(x) = (x-p) \pi(x) + u$$

$$\underline{x=p}$$

$$P(p) = (p-p) \pi(p) + u$$

$$0 = 0 + u$$

$$\underline{u=0}$$

$$P(x) = (x-p) \pi(x)$$

$\Rightarrow x-p$ παραγοντα

3ο Θεώρημα

Η ακεραία ρίζα ενός πολωνύμου
διαίρει το σταθερό όρο.

Απόδειξη

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 = 0.$$

Εστω ότι το p ρίζα.

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0$$

$$p (a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + \dots + a_1) + a_0 = 0$$

$$a_0 = -p (a_n p^{n-1} + a_{n-1} p^{n-2} + \dots + a_1)$$

Το p διαίρει το a_0

To undoing to $P(x)$

$\mu < P(3)_{x=3} = 8$ 8

$\mu < P(-7)_{x+7} = 10$ 10

$\mu < P(2)_{x-2} = 11$ 11

$\mu < P(-12)_{x+12} = -8$ 8

$\mu < P(\frac{1}{2})_{\frac{1}{2}x+1} = -50$ 50

$\mu < P(0)_{x+2026} = 2026$ 2026

$\mu < P(-\frac{50}{4})_{4x+50}$

$P(-\frac{50}{4}) = 11$



1.1

Επορώς Μαθητή

17

① α γ ε

④

⑥

⑧

⑨

⑩

⑭