Εισαγωγή 8

2. (α) $|n-3|$ (+) $= n-3$

(β) $|4-n|$ (+) $= 4-n$

(γ) $|6-2n|$ (−) $= -6+2n$

(δ) $|\sqrt{3}-\sqrt{2}|$ (+) $= \sqrt{3}-\sqrt{2}$

(ε) $|\sqrt{2}-1|$ (+) $= \sqrt{2}-1$

(στ) $|\sqrt{5}-3|$ (−) $= -\sqrt{5}+3$.

3. (β) $|n-4|$ (−) $+ |\sqrt{2}-2|$ (−) $- |\sqrt{2}-\sqrt{3}|$ (−)

$= -n+4 -\sqrt{2}+2 -(-\sqrt{2}+\sqrt{3})$

$= -n+4 -\sqrt{2}+2+\sqrt{2}-\sqrt{3}$

$= -n+6-\sqrt{3}$

4. ⑧ $|-x^2+10x-25| = |x^2-10x+25|$

$= |\overset{+}{(x-5)^2}| =$

$= (x-5)^2$

$|x| = |-x|$

③ $|\overset{+}{|x|+1}| - |x| =$

$= |x|+1-|x| = 1$

6. $5 < x < 10$

⑦ $|\overset{+}{x-5}| = x-5$

- $5 < x \Rightarrow x-5 > 0$

$|\overset{-}{x-10}| = -x+10.$

- $x < 10 \Rightarrow x-10 < 0$

⑬ $A = \frac{|x-5|}{x-5} + \frac{|x-10|}{x-10} = \frac{x-5}{x-5} + \frac{-x+10}{x-10}$

$= 1 - 1 = 0.$

7. (a) $A = |\overset{(+)}{x-3}| + |\overset{(-)}{x-5}|$

• $3 < x < 5 \Rightarrow 3-3 < x-3 < 5-3$

$0 < x-3 < 2$

• $3 < x < 5 \Rightarrow -2 < x-5 < 5-5$

$-2 < x-5 < 0$

$A = x-3-x+5 \Rightarrow \underline{A = 2}$

(B) $B = |2 - |\overset{(+)}{x-3}|| = |2-(x-3)| = \overset{(*)}{=}$

• $3 < x < 5 \Rightarrow 3-3 < x-3 < 5-3$

$0 < x-3 < 2$

$\overset{(*)}{=} |2-x+3| = |\overset{(+)}{5-x}| = \underline{5-x}$

• $3 < x < 5 \Rightarrow -3 > -x > -5$

$5-3 > 5-x > 5-5$

$2 > 5-x > 0$

7. (B) $T = |x-2| + |x-6| + |x|$ (+) (−) (+)

- $3 < x < 5 \Rightarrow 3-2 < x-2 < 5-2$

  $1 < x-2 < 3$

- $3 < x < 5 \Rightarrow 3-6 < x-6 < 5-6$

  $-3 < x-6 < -1$

- $3 < x < 5$

$T = x-2 - x+6 + x$

$T = x+4$

15. ⓐ $A = |x-3| - |3-x|$

$A = |x-3| - |x-3|$

$A = 0$.

Ⓑ $B = \dfrac{|2x-1|}{|1-2x|} - 3\,\dfrac{|3y+2|}{|-2-3y|} + 2\,\dfrac{|x-y+2|}{|y-x-2|}$

$B = \dfrac{|2x-1|}{|2x-1|} - 3\,\dfrac{|3y+2|}{|3y+2|} + 2\,\dfrac{|x-y+2|}{|x-y+2|}$

$B = 1 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 0$.

40. (a) $a^2+b^2 \geq 2|ab|$

$|a|^2+|b|^2 \geq 2|a||b|$

$|a|^2-2|a||b|+|b|^2 \geq 0$

$(|a|-|b|)^2 \geq 0$ ✓

(b) NSo $|a|+\left|\frac{1}{a}\right| \geq 2$

$|a|+\frac{|1|}{|a|} \geq 2$

$|a|+\frac{1}{|a|} \geq 2$

$|a|^2+1 \geq 2|a|$

$|a|^2-2|a|+1 \geq 0$

$(|a|-1)^2 \geq 0.$

41. ⓐ $\left|\frac{2a}{a^2+1}\right| \leq 1$

$$\frac{|2a|}{|a^2+1|} \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \frac{2|a|}{a^2+1} \leq 1$$

$$2|a| \leq a^2+1 \quad \Rightarrow \quad 0 \leq a^2-2|a|+1$$

$$0 \leq |a|^2-2|a|+1$$

$$0 \leq (|a|-1)^2 \quad \checkmark$$

ⓑ $\left|\frac{a}{a^2+9}\right| \leq \frac{1}{6}$.

$$\frac{|a|}{|a^2+9|} \leq \frac{1}{6} \quad \Rightarrow \quad \frac{|a|}{a^2+9} \leq \frac{1}{6}$$

$$6|a| \leq a^2+9 \quad \Rightarrow \quad a^2-6|a|+9 \geq 0$$

$$|a|^2-6|a|+9 \geq 0$$

$$(|a|-3)^2 \geq 0 \quad \checkmark$$

Ιδιότητα: $|x| = 0$

$\Leftrightarrow$

1 $x = 0$ ή $x = -0$

---

1. $|2x-4| = 6$

$2x-4 = 6$

$2x = 10$

$x = 5$

ή $2x-4 = -6$

$2x = -2$

$x = -1$

2. $|3-x| = 4$

$3-x = 4$

$-1 = x$

ή $3-x = -4$

$7 = x$

Ιδιότητα 2:

$|x| = |y|$

$\Leftrightarrow$

$x = y$ ή $x = -y$

---

1. $|2x-3| = |1-x|$

$2x-3 = 1-x$ ή $2x-3 = -1+x$

$2x+x = 1+3$

$2x-x = 3-1$

$3x = 4$

$x = 2$

$x = \frac{4}{3}$

2. $\left|\frac{x}{2}\right| = |3x-1|$

$\frac{x}{2} = 3x-1$ ή $\frac{x}{2} = -3x+1$

$x = 6x-2$

$x = -6x+2$

$-5x = -2$

$7x = 2$

$x = \frac{2}{5}$

$x = \frac{2}{7}$

Ιδιότητα 3 :

$|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$

---

1. $|2x-1| < 5$

$-5 < 2x-1 < 5$

$-4 < 2x < 6$

$\boxed{-2 < x < 3}$

2. $\left|\frac{1-x}{3} - 1\right| < 1$

$-1 < \frac{1-x}{3} - 1 < 1$

$-3 < 1-x-3 < 3$

$-3 < -2-x < 3$

$-1 < -x < 5 \longrightarrow 1 > x > -5$

Ιδιότητα 4 :

$|x| > \theta \Leftrightarrow x > \theta$ ή $x < -\theta$

---

1. $|3x-2| > 1$

$3x-2 > 1$ ή $3x-2 < -1$

$3x > 3$ ή $3x < -1$

$x > 1$ ή $x < -\frac{1}{3}$

$x \in (-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (1, +\infty)$.

2. $|\frac{x}{2}+2| > \frac{1}{3}$

$\frac{x}{2}+2 > \frac{1}{3}$ ή $\frac{x}{2}+2 < -\frac{1}{3}$

$3x+12 > 2$ $3x+12 < -2$

$3x > -10$ $3x < -14$

$x > -\frac{10}{3}$ $x < -\frac{14}{3}$

$x \in (-\infty, -\frac{14}{3}) \cup (-\frac{10}{3}, +\infty)$

Ειδικές Περιπτώσεις

ΠΡΟΣΟΧΗ

---

1. $|2x-1| = 0$

$2x-1 = 0$

$x = \frac{1}{2}$

---

2. $|2x-1| = -2$

Αδύνατη.

3. $|2x-1| \leq 0$

$|2x-1| = 0$

$2x-1 = 0$

$x = \frac{1}{2}$.

4. $|2x-1| \leq -3$

Абшаси.

5. $|2x-1| \geq -3$

$x \in R$.

6. $|2x-1| \geq 0$

$x \in R$.

7. $|2x-1| > 0$

$x \neq \frac{1}{2}$

8. $|2x-1| < 0$

Абшаси.

9. $|x-1| < |x-2|$

$|x-1|^2 < |x-2|^2$

$(x-1)^2 < (x-2)^2$

$x^2-2x+1 < x^2-4x+4$

$-2x+4x < 4-1$

$2x < 3$

$x < \frac{3}{2}$.

10. $|x-2| + |x^2-4| = 0$

$x-2=0$ dan $x^2-4=0$

$x=2$ ✓ dan $x=2$ dan $x=-2$ ✓

11. $|x-2| + |x+3| = 0$

$x-2=0$ dan $x+3=0$

$x=2$ $x=-3$

Adiyaman

Επόμενο μάθημα

Ημερομηνία μαθήματος : 16/10/26.

Ώρα μαθήματος : 17:30.

Ασκήσεις

Στο επόμενο μάθημα γράφουμε Τεστ στα διαστήματα μαθημάτα: 22/9, 25/9, 29/9, 2/10 6/10

Σύστημα 8

9 10 11
12 13 14
16 21 24 25

παρατηρήσεις

Οι παραπάνω ασκήσεις αφορούν το μάθημα 20/10. Τρίτη.