

Σχολιω

$$3. \text{ i) } \begin{cases} \frac{x-5}{2} + \frac{2y+1}{7} + 2 = 0 \\ \frac{x+6}{3} - \frac{y-6}{2} = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7(x-5) + 2(2y+1) + 28 = 0 \\ 2(x+6) - 3(y-6) = 48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x - 35 + 4y + 2 = -28 \\ 2x + 12 - 3y + 18 = 48 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x + 4y = 5 \\ 2x - 3y + 30 = 48 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = 5 \\ 2x - 3y = 18 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 7x + 4y = 5 \\ 2x - 3y = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 21x + 12y = 15 & (+) \\ 8x - 12y = 72 & \\ \hline 29x = 87 & \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}$$

$$5. \quad ||) \quad \begin{cases} 2y = 3x - 8 \\ x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3x + 2y = -8 \\ x + 3y = -1 \end{cases}$$

$$D = \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -9 - 2 = -11$$

$$D_x = \begin{vmatrix} -8 & 2 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = -24 + 2 = -22$$

$$D_y = \begin{vmatrix} -3 & -8 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = 3 + 8 = 11$$

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{-22}{-11} = 2$$

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{11}{-11} = -1$$

2. $(a-1)x - y = a+3$

Εχουμε λυσει το τωρο! (2,1).

Βρω α.

$$(a-1) \cdot 2 - 1 = a+3$$

$$2a - 2 - 1 = a + 3$$

$$2a - a = 3 + 3$$

$$a = 6$$

10. ③

$$\begin{cases} (x-2)^2 - y = x^2 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{y-6}{6} = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \cancel{x^2} - 4x + 4 - y = \cancel{x^2} \\ 2(x+2) - (y-6) = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - y = -4 \\ 2x + 4 - y + 6 = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x - y = -4 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -4x - y = -4 \\ -2x + y = -2 \end{cases} \quad \textcircled{+}$$

$$\rightarrow -\cancel{2} + y = -\cancel{2}$$

$$\textcircled{y = 0}$$

$$-6x = -6$$

$$\textcircled{x = 1}$$

21.

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ax + y = 7B \\ 5x - By = 3a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases} \quad (+)$$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$



$$4 + y = 5$$

$$y = 1$$

То жергі (21) учур
н көрүн жусу.

$$\begin{cases} 20a + 1 = 7B \\ 5 \cdot 2 - B = 3a \end{cases}$$

$$(=) \begin{cases} 2a - 7B = -1 \\ -3a - B = -10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a - 7B = -1 \\ 21a + 7B = 70 \end{cases}$$

(+)

$$23a = 69$$

$$a = 3$$

$$6 - 7B = -1 \quad 7 = 7B \quad \underline{\underline{B = 1}}$$

22. $P(x) = \alpha x^2 + \beta x - 2$

$$P(1) = 0 \Rightarrow \alpha \cdot 1^2 + \beta \cdot 1 - 2 = 0$$

$$P(-3) = 4 \Rightarrow \alpha \cdot (-3)^2 + \beta(-3) - 2 = 4$$

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ 9\alpha - 3\beta = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 2 \\ 3\alpha - \beta = 2 \end{cases} \textcircled{+}$$

$$4\alpha = 4$$

$$\underline{\underline{\alpha = 1}}$$

$$1 + \beta = 2$$

$$\underline{\underline{\beta = 1}}$$

24.

$$2x^2 + (\lambda - \mu)x - \lambda + 3\mu = 0$$

$$x_1 + x_2 = 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = 4$$

$$\Rightarrow -\frac{b}{a} = 1 \Rightarrow -\frac{\lambda - \mu}{2} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{\gamma}{a} = 4 \Rightarrow \frac{-\lambda + 3\mu}{2} = 4$$

$$\begin{cases} -\frac{\lambda - \mu}{2} = 1 \\ \frac{-\lambda + 3\mu}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\lambda + \mu = 2 \\ -\lambda + 3\mu = 8 \end{cases} \Rightarrow \lambda - \mu = -2$$

$$2\mu = 6$$

$$\mu = 3$$

$$-\lambda + 3 = 2$$

$$\lambda = 1$$

Vieta

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\bullet x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$\bullet x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$26. \textcircled{a} \quad |x-2y+1| + |2x-y+5| = 0.$$

~~Summa~~

$$|x| + |y| = 0$$

$(\Rightarrow)$

$$x=y=0,$$

$$\begin{cases} x-2y+1=0 \\ 2x-y+5=0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} -2x+4y-2=0 \\ 2x-y+5=0 \end{cases} \textcircled{+}$$

$$3y+3=0$$

$$\textcircled{y=-1}$$

$$\downarrow$$

$$2x+1+5=0$$

$$2x=-6$$

$$\textcircled{x=-3}.$$

$$\textcircled{B} \cdot (x-2y)^2 + (2x-y-3)^4 = 0.$$

$$x^2 + y^2 = 0$$

$\Rightarrow$

$$x=y=0$$

$$\begin{cases} x-2y=0 & \Rightarrow \underline{\underline{x=2y}} \\ 2x-y-3=0 \end{cases}$$

$$2 \cdot 2y - 3 - y = 0$$

$$3y = 3$$

$$\underline{\underline{y=1}} \quad \underline{\underline{x=2}}$$

28. Δίκλινα 8X
Τρικλινα : y

25.

Κρεβάτια 60.

$$\begin{cases} x+y=25 \\ 2x+3y=60 \end{cases} \quad \Rightarrow \underline{\underline{y=25-x}}$$

$$2x+3 \cdot (25-x)=60$$

$$2x+75-3x=60$$

$$-x = -15$$

$$\underline{\underline{x=15}}$$

$$\underline{\underline{y=10}}$$

⑧ $\begin{cases} x-3y = -1 & 11. \\ (x-1)^3 + 3x^2 + 5y = x^3 - 2 \end{cases}$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\begin{cases} x-3y = -1 \\ \cancel{x^3} - \cancel{3x^2} + \cancel{3x} - 1 + \cancel{3x^2} + 5y = \cancel{x^3} - 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x-3y = -1 \\ 3x+5y = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3x+9y = 3 \\ 3x+5y = -1 \end{cases}$$

$$14y = 2$$

$$y = \frac{1}{7}$$

$$x - 3 \cdot \frac{1}{7} = -1$$

$$x - \frac{3}{7} = -1$$

$$x = \frac{3}{7} - 1$$

$$x = -\frac{4}{7}$$

Επορω Μαθημα

Τετάρτη

17/9/25

1

①.

⑦

⑧

⑨

⑩ α.

⑪ α.

⑲

⑳.

㉓

㉔

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γραμμική εξίσωση

1. Δίνεται η εξίσωση $3x - y = 6$.

- α. Να εξετάσετε, αν τα ζεύγη $(2, 0)$, $(3, 3)$ και $(2, 3)$ είναι λύσεις της εξίσωσης.
 β. Να βρείτε την τιμή του a , για την οποία το ζεύγος $(a, 2a - 1)$ είναι λύση της εξίσωσης.
 γ. Να λύσετε την εξίσωση.

Εστω ότι το ζεύγος $(2, 1)$ είναι λύση της εξίσωσης $(a - 1)x - y = a + 3$.

- α. Να βρείτε την τιμή του a .
 β. Να λύσετε την εξίσωση.

Αλγεβρική επίλυση συστήματος

3. Να λύσετε με τη μέθοδο της αντικατάστασης τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 3 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} y = x - 1 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

γ.
$$\begin{cases} x - 3y = 2 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

4. Να λύσετε με τη μέθοδο των αντίθετων συντελεστών τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 5x + 2y = 12 \end{cases}$$

γ.
$$\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

δ.
$$\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 4x + 2y = -2 \end{cases}$$

5. Να λύσετε τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

γ.
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 3x - 5y = 4 \end{cases}$$

6. Να λύσετε τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = 4 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} \frac{x}{4} - y = 1 \\ x = 4y + 2 \end{cases}$$

γ.
$$\begin{cases} x + 3y = 4 \\ 3x + 9y = 12 \end{cases}$$

7. Να λύσετε τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} 2x - (y - 1) = x \\ 3(x - y) - 1 = y - 6 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} 3 - 2(x - 3y) = y - x \\ x - (2y - 1) = y - 6 \end{cases}$$

8. Να λύσετε τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} \\ \frac{x+2}{3} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - 1 = \frac{y}{4} \\ \frac{x-1}{2} - \frac{x-2y}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

9. Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ \frac{x}{2} + y = 2 \end{cases}$$

α. Να εξετάσετε αν το ζεύγος $(-1, -5)$ είναι λύση του συστήματος.

β. Να λύσετε το παραπάνω σύστημα.

10. Να λύσετε τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} (x+1)^2 + 3y = x^2 - 4 \\ 3x + (y-1)^2 = y^2 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} (x-2)^2 - y = x^2 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{y-6}{6} = 2 \end{cases}$$

• $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

• $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$

11. Να λύσετε τα συστήματα:

α.
$$\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{3y-1}{4} = -x+1 \\ x + (y-1)^2 = y^2 \end{cases}$$

β.
$$\begin{cases} x - 3y = -1 \\ (x-1)^3 + 3x^2 + 5y = x^3 - 2 \end{cases}$$

12. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 + x^2 - 3$.

α. Να βρείτε τις τιμές $P(1)$ και $P(-1)$.

β. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} x + y = P(1) \\ x + P(-1)y = 7 \end{cases}$$

Ορίζουσες

13. Να υπολογίσετε τις ορίζουσες:

α.
$$\begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$$

β.
$$\begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

γ.
$$\begin{vmatrix} \sqrt{3}-2 & 4 \\ -1 & \sqrt{3}+2 \end{vmatrix}$$

14. Να λύσετε τις εξισώσεις:

α. $\begin{vmatrix} x & 1 \\ x-1 & 2 \end{vmatrix} = 0$

β. $\begin{vmatrix} 3x-1 & -4 \\ -2 & 3x+1 \end{vmatrix} = 0$

γ. $\begin{vmatrix} 3x-1 & -2 \\ -1 & x \end{vmatrix} = 0$

15. Να λύσετε την ανίσωση $\begin{vmatrix} x-1 & 3x \\ x-1 & 1-x \end{vmatrix} > 0$.

Επίλυση συστήματος με ορίζουσες

16. Να λύσετε τα συστήματα με τη μέθοδο των οριζουσών:

α. $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x + 3y = 7 \end{cases}$

β. $\begin{cases} 4x + 3y = -1 \\ 7x - 5y = -12 \end{cases}$

γ. $\begin{cases} 7x - 13y = 1 \\ 3x + 5y = 11 \end{cases}$

δ. $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -3x + 5y = -2 \end{cases}$

17. Να προσδιορίσετε το πλήθος των λύσεων, των παρακάτω συστημάτων:

α. $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 3x + 4y = 2020 \end{cases}$

β. $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ 6x - 9y = 3 \end{cases}$

γ. $\begin{cases} 4x + 2y = 2 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$

18. Να λύσετε τα συστήματα:

α. $\begin{cases} (2 - \sqrt{3})x + y = 1 \\ x + (2 + \sqrt{3})y = 2 \end{cases}$

β. $\begin{cases} (2 - \sqrt{3})x + y = -1 \\ x + (2 + \sqrt{3})y = -2 - \sqrt{3} \end{cases}$

Εύρεση παραμέτρων

19. Να βρείτε τις τιμές των α, β , για τις οποίες το σύστημα $\begin{cases} \alpha x + \beta y = 3 \\ \beta x - \alpha y = -1 \end{cases}$ έχει λύση το ζεύγος $(x, y) = (1, 1)$.

20. Να βρείτε τις τιμές των α, β , για τις οποίες το σύστημα $\begin{cases} (\alpha - \beta)x + \beta y = \alpha + 1 \\ \beta x - (\alpha - \beta)y = \beta \end{cases}$ έχει λύση το ζεύγος $(2, 1)$.

21. Αν τα συστήματα: $\begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$ και $\begin{cases} \alpha x + y = 7\beta \\ 5x - \beta y = 3\alpha \end{cases}$ έχουν κοινή λύση, να βρείτε τα α και β .

~~22.~~ Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = ax^2 + bx - 2$. Να βρείτε τις τιμές των a, b για τις οποίες ισχύουν $P(1) = 0$ και $P(-3) = 4$.

23. Να βρείτε τις τιμές των a, b , για τις οποίες η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = ax^3 - bx^2 + 1$ διέρχεται από τα σημεία $A(2, 13)$ και $B(-1, -2)$.

~~24.~~ Αν x_1, x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $2x^2 + (\lambda - \mu)x - \lambda + 3\mu = 0$ και ισχύουν $x_1 + x_2 = 1$ και $x_1 \cdot x_2 = 4$, να βρείτε τις τιμές των λ και μ .

25. Να βρείτε τις τιμές των a, b , για τις οποίες η εξίσωση $x^2 - (2a - b)x + a - 3b = 0$, έχει ρίζες τους αριθμούς -2 και 1 .

~~26.~~ Να βρείτε τις τιμές των x και y , για τις οποίες ισχύει:

α. $|x - 2y - 1| + |2x - y - 5| = 0$

β. $(x - 2y)^2 + (2x - y - 3)^4 = 0$

Προβλήματα

27. Σ' ένα ταξίδι με αεροπλάνο, το εισιτήριο της Α' θέσης κοστίζει 120 € και της Β' θέσης 40 € λιγότερα. Αν σ' ένα ταξίδι κόπηκαν 160 εισιτήρια συνολικής αξίας 13.200 €, να βρείτε πόσα εισιτήρια κόπηκαν από κάθε κατηγορία;

~~28.~~ Ένα ξενοδοχείο έχει 25 δωμάτια, άλλα δίκλινα και άλλα τρίκλινα και συνολικά 60 κρεβάτια. Πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα τα τρίκλινα δωμάτια;

29. Αν οι μαθητές ενός τμήματος θελήσουν να καθίσουν από ένας σε κάθε θρανίο στην αίθουσα, τότε θα μείνουν 9 όρθιοι, ενώ αν καθίσουν από δύο σε κάθε θρανίο θα μείνουν κενά 8 θρανία. Να βρείτε, πόσοι είναι οι μαθητές και πόσα τα θρανία;

30. Να βρείτε τις ηλικίες μιας μάνας και της κόρης της, αν σήμερα διαφέρουν κατά 35 χρόνια και μετά από 5 χρόνια η ηλικία της μάνας θα είναι διπλάσια της ηλικίας της κόρης της.

31. Μια ποτοποιία παρασκεύασε 500 λίτρα ούζο περιεκτικότητας 36% vol, αναμειγνύοντας δύο ποιότητες με περιεκτικότητες 48% vol και 32% vol αντίστοιχα. Πόσα λίτρα από κάθε ποιότητα χρησιμοποίησε;