Θεμα ΙΙ

$$f(x) = \begin{cases} x^2+\alpha, & x \le 2 \\ \dfrac{1}{x-1}, & x > 2 \end{cases}$$

Σωστω!

α) $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^-} (x^2+\alpha) = 4+\alpha$

$\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{1}{x-1} = 1$

$\Leftrightarrow$ $4+\alpha = 1$

$\alpha = -3$

$$\boxed{f(x) = \begin{cases} x^2-3, & x \le 2 \\ \dfrac{1}{x-1}, & x > 2 \end{cases}}$$

β) $\varepsilon: y - f(3) = f'(3)(x-3)$

$y - \dfrac{1}{2} = -\dfrac{1}{4}(x-3) \quad (\Leftrightarrow) \; 4y - 2 = -x+3$

$$\boxed{\varepsilon: x+4y-5=0}$$

Για $x>2$

$f'(x) = \dfrac{-1}{(x-1)^2}$

(γ) Αφου f συνεχης στο 2 και $D_f=\mathbb{R}$

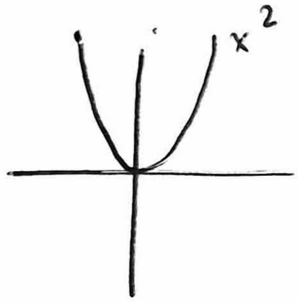
δεν εχει κατακορυφη ασυμπτωτη.

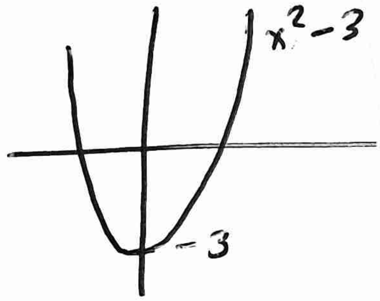
$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} x^2-3=+\infty$$

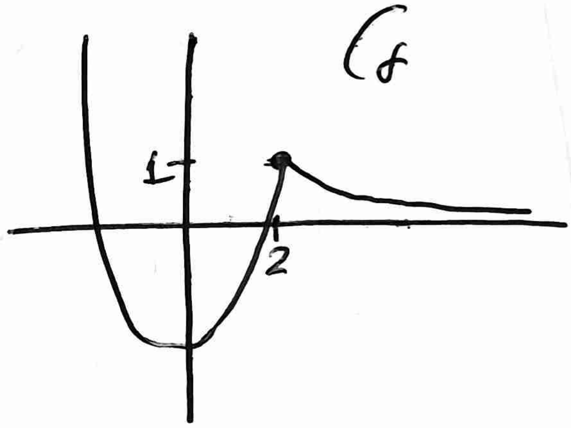
$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{x-1}=0 \qquad \boxed{\text{Ε.Ο. } y=0}$$

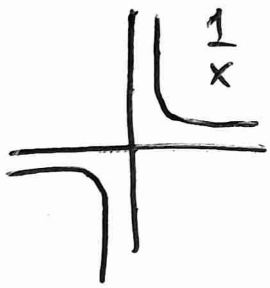
$$\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2-3}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^{\cancel{2}}}{\cancel{x}}=-\infty$$

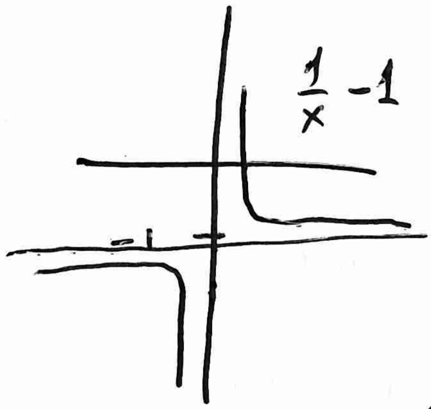
Δεν εχει ασυμπτωτη στο $-\infty$.

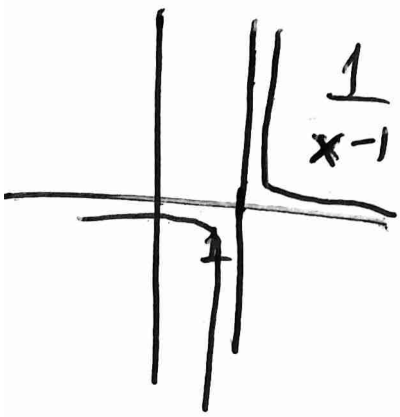












(δ) $E=\int_2^3 |f(x)|\,dx \Leftrightarrow$

$$E=\int_2^3 \frac{1}{x-1}\,dx \Leftrightarrow$$

$$E=\left(\ln|x-1|\right)_2^3=\ln 2$$

Θεμα 12

$$f(x)=\frac{x}{x-1}\quad,\ x\neq 1$$

ⓐ $f(x)>0 \iff \dfrac{x}{x-1}>0$

x		0		1	
x	$-$	0	$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$\frac{x}{x-1}$	$+$		$-$		$+$

Οταν $x\in(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$ η $f(x)$ ειναι πανω απο τον $x'x$

ⓑ $f'(x)=\dfrac{x-1-x}{(x-1)^2}=-\dfrac{1}{(x-1)^2}<0$ η $f\downarrow$ στο $(-\infty,1)$ και στο $(1,+\infty)$.

$$f''(x)=-\frac{-2(x-1)}{(x-1)^4}=\frac{2}{(x-1)^3}$$

x		1	
f''	$-$		$+$
f	$\frown$		$\smile$

ⓒ. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+} x\cdot\dfrac{1}{x-1}=1\cdot(+\infty)=+\infty$

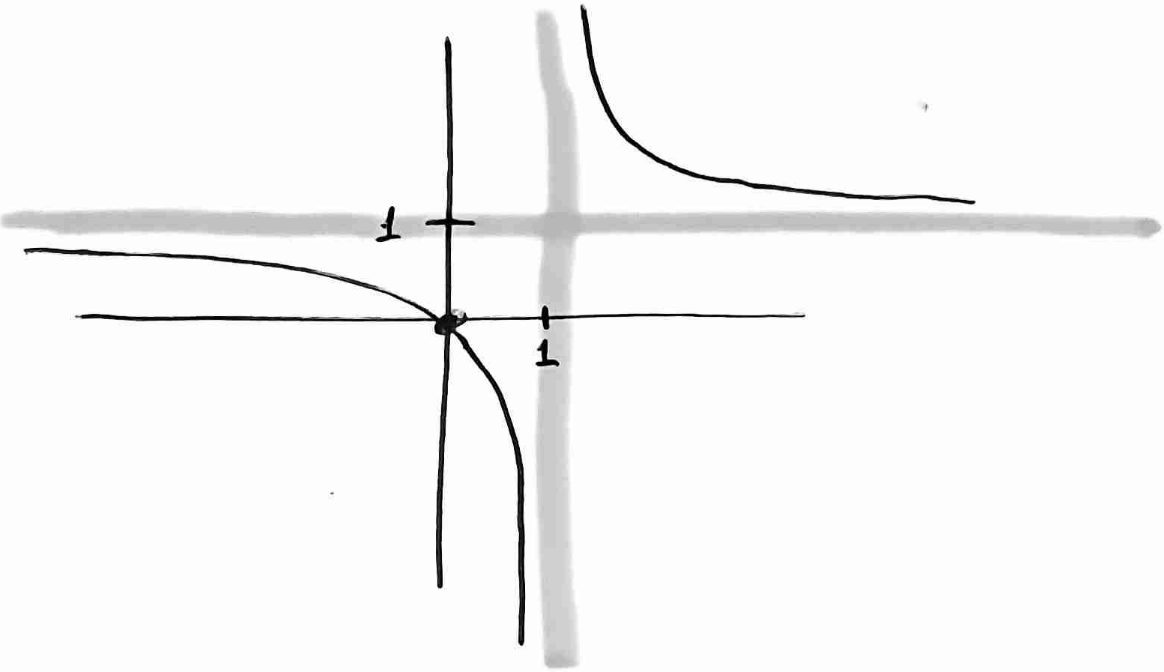
$\boxed{\varepsilon_1 : x=1}$ κατακορυφη ασυμπτωτη.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x}{x-1}=\lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{x}{x}=1.$

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x}{x-1}=\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{x}{x}=1$

$\varepsilon_2 : y=1$ οριζοντια.

$-\infty$
$+\infty$



8) $\int_2^3 f(x)\,dx = \int_2^3 \frac{x}{x-1}\,dx = \int_2^3 \frac{(x-1)1+1}{x-1}\,dx$

x	$x-1$
$-(x-1)$	1
1	

$x = (x-1)1+1$

$= \int_2^3 \frac{x-1}{x-1} + \frac{1}{x-1}\,dx = \int_2^3 1 + \frac{1}{x-1}\,dx$

$= \int_2^3 1\,dx + \int_2^3 \frac{1}{x-1}\,dx =$

$= (x)_2^3 + (\ln|x-1|)_2^3 = 1 + \ln 2$.

Θεμα 13

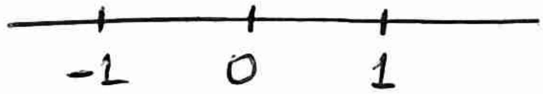
$$f(x)=\begin{cases} e^x+a, & x<0 \\ \ln(x+1), & x\geq 0 \end{cases}$$ Συνεχής!

(α) $$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to 0^-} f(x) &= \lim_{x\to 0^-}(e^x+a) = 1+a \\ \lim_{x\to 0^+} f(x) &= \lim_{x\to 0^+}(\ln(x+1)) = 0 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \quad a+1=0$$

$$\underline{\underline{a=-1}}$$

$$\boxed{f(x)=\begin{cases} e^x-1, & x<0 \\ \ln(x+1), & x\geq 0 \end{cases}}$$

(β) Για να ισχύουν οι
προϋποθέσεις του ΘΜΤ
πρέπει f συνεχής $[-1,1]$
και f παρ/μη $(-1,1)$.



Η f συνεχής $[-1,0)$ και $(0,1]$ ως πράξεις συνεχών
συναρτήσεων και συνεχής στο 0 άρα συνεχής
στο $[-1,1]$

Η $f(x)$ είναι παραγωγίσιμη στο $(-1,0)$ και $(0,1)$ ως πράξη παραγωγίσιμων συναρτήσεων

$$\lim_{x\to 0^-} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^-} \frac{e^x-1}{x} = \lim_{x\to 0^-} \frac{e^x}{1} = 1$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{f(x)-f(0)}{x-0} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln(x+1)}{x} = \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x+1} = 1$$

Άρα παρ/μη και στο 0 άρα ικανοποιεί το ΘΜΤ στο $[-1,1]$

(γ) Έστω $\varepsilon: y - f(x_0) = f'(x_0)(x-x_0)$ η εφαπτομένη που ψάχνω. Πρέπει $f'(x_0) = 1$

Πρέπει να λύσω την εξίσωση $f'(x) = 1$

$\underline{x<0}$

$f'(x) = 1$

$e^x = 1$

$\cancel{\boxed{x=0}}$

$\underline{x \geq 0}$

$f'(x) = 1$

$\frac{1}{x+1} = 1$

$1 = x+1$

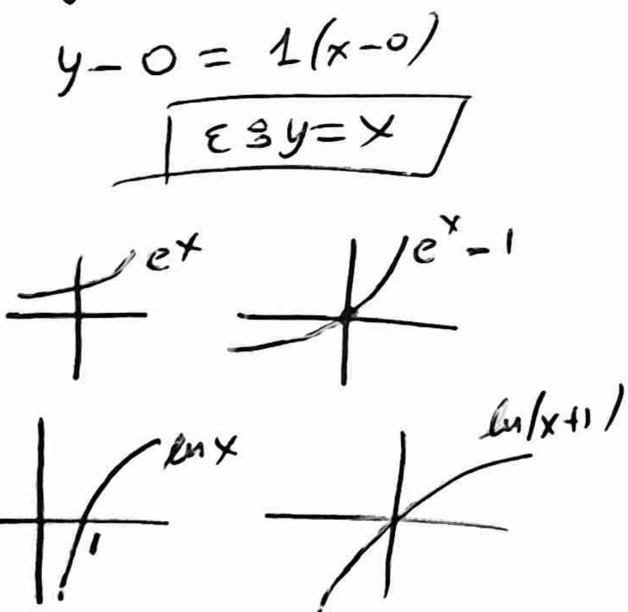
$\boxed{x=0}$.

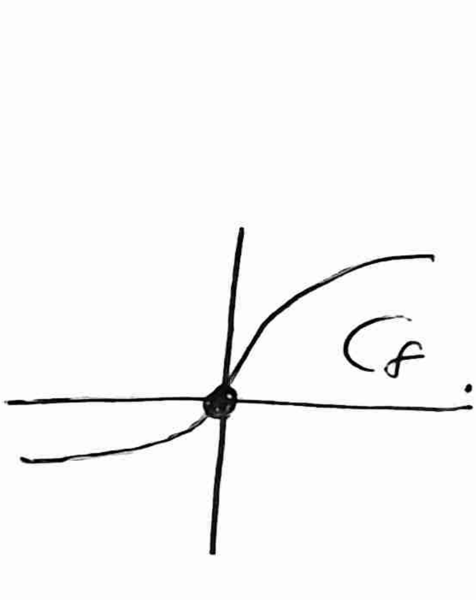
$\varepsilon: y - f(0) = f'(0)(x-0)$

$y - 0 = 1(x-0)$

$\boxed{\varepsilon: y = x}$

(δ)





Θεμα 14

- $f:(0,+\infty)\to \mathbb{R}$
- $f(1)=5$
- $f'(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2}\ ,\ x>0.$

ⓐ νδο $f(x)=x+\dfrac{4}{x}\ ,\ x>0.$

$$f'(x)=\frac{x^2-4}{x^2} \Leftrightarrow f'(x)=\frac{x^2}{x^2}-\frac{4}{x^2} \Leftrightarrow f'(x)=1-\frac{4}{x^2}$$

$$f'(x)=\left(x+\frac{4}{x}\right)' \Leftrightarrow f(x)=x+\frac{4}{x}+c$$

$\underline{x=1}$

$$f(1)=1+4+c \Leftrightarrow 5=5+c$$
$$c=0$$

Αρα $\boxed{f(x)=x+\dfrac{4}{x}\quad x>0}$

ⓑ $f'(x)=\dfrac{x^2-4}{x^2}$

x	0		2		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$		$\nearrow$	

$A(2,4)$ Ο.Ε.

$f(x)\geq f(2)$

$\boxed{f(x)\geq 4}$

$$f''(x)=\frac{2x\cdot x^2-(x^2-4)2x}{x^4}=\frac{2x^2-2(x^2-4)}{x^3}=$$

$$=\frac{2x^2-2x^2+8}{x^3}=\frac{8}{x^3}>0 \quad \forall x>0,$$

f κυρτή.

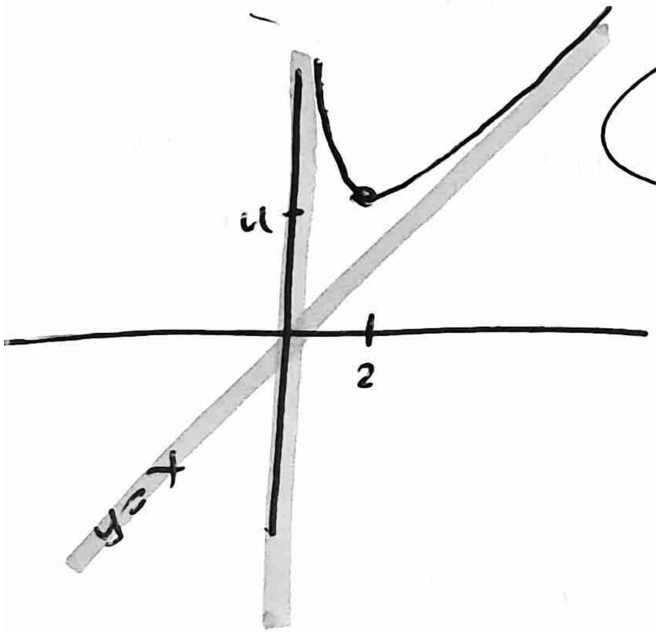
(γ) · $D_f = (0, +\infty)$,

• $\lim_{x \to 0^+} f(x) = \lim_{x \to 0^+} \left(x + \frac{4}{x}\right) = +\infty$ $\boxed{\varepsilon_1 : x = 0 \text{ κατακόρυφη}}$

• $\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \left(x + \frac{4}{x}\right) = +\infty$ Δεν έχει οριζόντια.

• $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x + \frac{4}{x}}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 + 4}{x^2} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} f(x) - x = \lim_{x \to +\infty} \cancel{x} + \frac{4}{x} - \cancel{x} = 0$



$\varepsilon_2 : y = x$ $+\infty$

(δ) · ΝΔΟ $f'(x) > \frac{f(x) - 5}{x - 4}$ $\forall x > 4$.

4 ξ x

$f'(\xi) = \frac{f(x) - f(4)}{x - 4}$

$\xi < x \underset{f' \uparrow}{\Rightarrow} f'(\xi) < f'(x) \Leftrightarrow \frac{f(x) - f(4)}{x - 4} < f'(x)$

$\frac{f(x) - 5}{x - 4} < f'(x)$.

Θέμα 15

• $f(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$, $x \in \mathbb{R}$

ⓐ Έστω $f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow \dfrac{e^{x_1}}{e^{x_1}+1} = \dfrac{e^{x_2}}{e^{x_2}+1}$

$\Leftrightarrow e^{x_1}(e^{x_2}+1) = e^{x_2}(e^{x_1}+1) \Leftrightarrow \cancel{e^{x_1}e^{x_2}} + e^{x_1} = \cancel{e^{x_2}e^{x_1}} + e^{x_2}$

$e^{x_1} = e^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$ άρα f 1-1 άρα αντιστρ.

Θέτω $y = \dfrac{e^x}{e^x+1} \Leftrightarrow y(e^x+1) = e^x \Leftrightarrow ye^x + y = e^x$

$\boxed{y>0}$ $\quad ye^x - e^x = -y \Leftrightarrow e^x(y-1) = -y$

$e^x = \dfrac{-y}{y-1}$ $\boxed{y \neq 1}$ $\Leftrightarrow e^x = \dfrac{y}{1-y}$

πρέπει $\dfrac{y}{1-y} > 0 \Rightarrow 1-y > 0 \Rightarrow \boxed{y<1}$

Άρα $x = \ln\dfrac{y}{1-y} \Leftrightarrow$ $\boxed{f^{-1}(x) = \ln\left(\dfrac{x}{1-x}\right)}$

$\boxed{D_{f^{-1}} = (0,1)}$

(β) $2f(x^2-1)<1 \iff f(x^2-1)<\frac{1}{2} \iff f(x^2-1)<f(0)$

$$f'(x)=\frac{e^x(e^x+1)-e^xe^x}{(e^x+1)^2}=\frac{e^{2x}+e^x-e^{2x}}{(e^x+1)^2}=\frac{e^x}{(e^x+1)^2}$$

$f \nearrow$

$f'(x)>0$

$f \nearrow$

$x^2-1<0$

$x^2<1$

$x^2<1^2$

$|x|<|1|$

$-1<x<1$

(γ) $$f''(x)=\frac{e^x(e^x+1)^2-e^x2(e^x+1)e^x}{(e^x+1)^4}$$

$$f''(x)=\frac{e^x(e^x+1)-2e^{2x}}{(e^x+1)^3}=\frac{e^{2x}+e^x-2e^{2x}}{(e^x+1)^3}=\frac{e^x-e^{2x}}{(e^x+1)^3}$$

$$f''(x)=\frac{e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$$

x		0	
f''	$+$	0	$-$
f	$\cup$		$\cap$

$O(0,\frac{1}{2})$

Σ.Κ.

$\rightarrow 1-e^x=0$

$1=e^x$

$\boxed{x=0}$

$\varepsilon: y-f(0)=f'(0)(x-0)$

$y-\frac{1}{2}=\frac{1}{4}x \iff \boxed{y=\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}}$

$\forall x\geq 0$ η f κοίλη άρα $f(x)\leq\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}$

$\underline{4f(x)\leq x+2}$

5. $$E = \int_0^1 |f(x)|\,dx = \int_0^1 \left|\overset{\oplus}{\frac{e^x}{e^x+1}}\right| dx =$$

$$= \int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1}\,dx = \Big(\ln|e^x+1|\Big)_0^1 =$$

$$= \ln(e+1) - \ln 2 .$$

Θεμα 16

$f(x) = x^2 + \frac{2}{x} \quad , x \neq 0$

ⓐ $f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} = \frac{2x^3 - 2}{x^2} = 2 \frac{x^3 - 1}{x^2}$ (+)

x		0		1	
f'	−	‖	−	0	+
f	↘	‖	↘	3	↗

Ⓑ $f(-2) = 4 - 1 = 3$

$f(-1) = 1 - 2 = -1$ } $f(-2)f(-1) < 0$ Bolzano $\exists\, \xi_1 \in (-2, -1)$ τω $f(\xi_1) = 0$.

Η f συνεχης στο $[-2, -1]$ ως πραξεις συνεχων συναρτησεων.

Αφου $f \downarrow$ στο $(-\infty, 0)$ ειναι και στο $[-2, -1]$ αρα το ξ_1 μοναδικο.

Ⓖ Το $e^x > 0$ και $\forall x > 0$ .. $f(x) \geq f(1) \Leftrightarrow f(x) \geq 3$.

"=" για $x = 1$

$f(e^x) = 3$

$e^x = 1$

$\underline{x = 0}$

(8) $f'(x) = 2x - \dfrac{2}{x^2}$

$$f''(x) = 2 - \frac{-2 \cdot 2x}{x^4} = 2 + \frac{4}{x^3} = \frac{2x^3+4}{x^3}$$

$$f''(x) = 2\,\frac{x^3+2}{x^3}$$

$\longrightarrow x^3+2=0$

$x^3=-2$

$x=-\sqrt[3]{2}$

x		$-\sqrt[3]{2}$	0	
x^3+2	$-$	$+$		$+$
x^3	$-$	$-$		$+$
f''	$+$	$-$		$+$
f	$\cup$	$\cap$		$\cup$

Θεμα 17

$$f(x)=\begin{cases} x^2\ln x &, x>0 \\ 0 &, x=0 \end{cases}$$

(α) Η $f(x)$ είναι συνεχής στο $(0,+\infty)$ ως πράξη συνεχών συναρτήσεων.

- $$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} x^2\ln x = \lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x^2}} = \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{\frac{-2x}{x^4}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} -\frac{x^4}{+2x^2} = 0$$

- $f(0)=0$ άρα $f(0)=\lim_{x\to 0^+} f(x)$ συνεχής

και στο 0.

(β) $$f'(x) = 2x\ln x + x^2\frac{1}{x} = 2x\ln x + x = \underset{+}{x}(2\ln x+1)$$

$\rightarrow 2\ln x+1=0 \iff \ln x = -\frac{1}{2} \iff x = e^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{e}} = \frac{\sqrt{e}}{e}$

x	0	$\frac{\sqrt{e}}{e}$	
f'	$-$	0	$+$
f	↘		↗

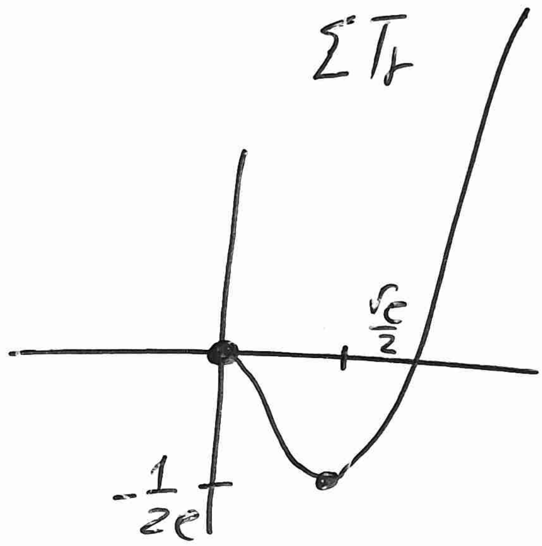
$f(x) \geq f\left(\frac{\sqrt{e}}{e}\right)$

$$f''(x) = 2\ln x + 2x\frac{1}{x} + 1 = 2\ln x + 3$$

$$\longrightarrow 2\ln x + 3 = 0 \iff \ln x = -\frac{3}{2} \iff x = e^{-\frac{3}{2}}$$

$$x = \frac{1}{e^{3/2}} = \frac{1}{\sqrt{e^3}} = \frac{1}{e\sqrt{e}} = \frac{\sqrt{e}}{e^2}$$

x	0	$\sqrt{e}/e^2$	
f''	$-$	0	$+$
f	$\frown$		$\smile$



(γ) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x^2 \ln x = +\infty$

$$f(e^{-\frac{1}{2}}) = (e^{-\frac{1}{2}})^2 \ln e^{-\frac{1}{2}} =$$

$$= -e^{-1}\frac{1}{2} = -\frac{1}{2e}$$

$$\Sigma T_f = [-\frac{1}{2e}, +\infty).$$

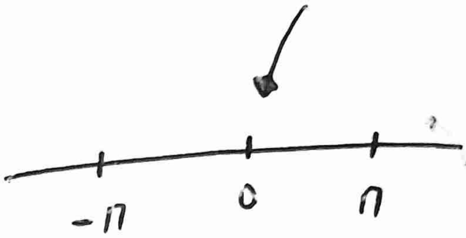
(δ) $E = \int_1^2 |f(x)|\, dx = \int_1^2 |x^2 \ln x|\, dx$

$$= \int_1^2 x^2 \ln x\, dx = \int_1^2 \left(\frac{x^3}{3}\right)' \ln x\, dx =$$

$$= \left(\frac{x^3}{3}\ln x\right)_1^2 - \int_1^2 \frac{x^3}{3}\frac{1}{x}\, dx = \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{1}{3}\int_1^2 x^2 dx = \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{1}{9}\,7.$$

Θεμα 18

$$f(x)=\begin{cases} α - ημx \,, & -π \le x < 0 \\ \\ e^{-x}-1 \,, & x \ge 0 \end{cases}$$



(α) Αφου ισχυουν οι προυποθεσεις του ΘΜΤ η $f(x)$ συνεχης στο $[-π, π]$ αρα και στο 0

$$\left.\begin{aligned} \lim_{x\to 0^-} f(x) &= \lim_{x\to 0^-} (α - ημx) = α \\ \lim_{x\to 0^+} f(x) &= \lim_{x\to 0^+} (e^{-x}-1) = 0 \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \underline{\underline{α = 0}}$$

(β) Εστω $ε: y - f(x_0) = f'(x_0)(x - x_0)$ η εφαπτομενη που ψαχνω.

η οποια ειναι καθετη στην $y = x$

αρα $f'(x_0)\cdot 1 = -1 \Leftrightarrow f'(x_0) = -1$.

Πρεπει να λυσω την εξισωση $f'(x) = -1$.

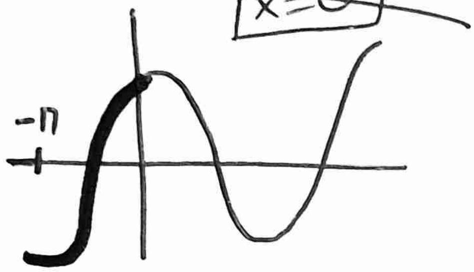
$-\pi \le x < 0$

$f'(x) = -1$

$-\sigma\upsilon\nu x = -1$

$\sigma\upsilon\nu x = 1$

$\cancel{\boxed{x=0}}$



$x \ge 0$

$f'(x) = -1$

$-e^{-x} = -1$

$e^{-x} = 1$

$\boxed{x=0}$

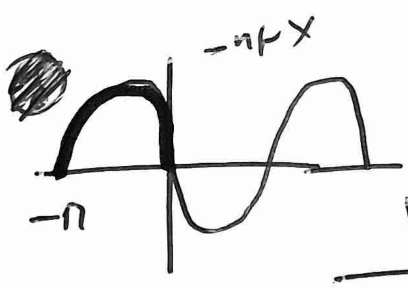
$\varepsilon: y - f(0) = f'(0)(x-0)$

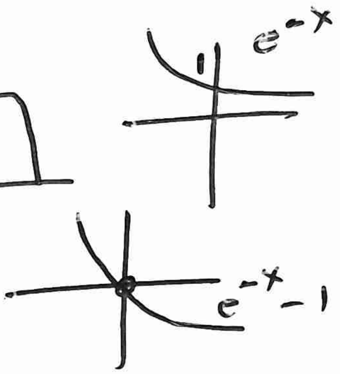
$y - 0 = -x \iff \boxed{y=-x}$

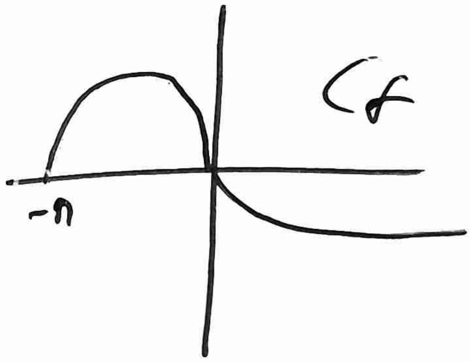
(γ). Αφού η f συνεχής στο 0 δεν έχει κατακόρυφη ασύμπτωτη

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(e^{-x}-1\right) = -1$$

$\boxed{\varepsilon_1: y=-1}$







(δ) $\displaystyle\int_{-\pi}^{0} x f(x)\,dx = \int_{-\pi}^{0} -x\,\eta\mu x\,dx = -\int_{-\pi}^{0} x(-\sigma\upsilon\nu x)'\,dx$

$\displaystyle = -\left[(-x\sigma\upsilon\nu x)_{-\pi}^{0} - \int_{-\pi}^{0} -\sigma\upsilon\nu x\,dx \right]$

$\displaystyle = -\left[-(x\sigma\upsilon\nu x)_{-\pi}^{0} + \cancelto{0}{(\eta\mu x)_{-\pi}^{0}} \right] = +\pi\sigma\upsilon\nu(-\pi) = -\pi.$

Θεμα 19

[redacted]

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}} \qquad D_f = R.$$

(α) $$f'(x) = \frac{\sqrt{x^2+9} - x\,\frac{2x}{2\sqrt{x^2+9}}}{x^2+9} =$$

$$= \frac{\sqrt{x^2+9} - \frac{x^2}{\sqrt{x^2+9}}}{x^2+9} = \frac{x^2+9-x^2}{(x^2+9)\sqrt{x^2+9}}$$

$$f'(x) = \frac{9}{(x^2+9)\sqrt{x^2+9}} > 0 \qquad f \nearrow$$

(β) $$f''(x) = \frac{-9\left[2x\sqrt{x^2+9} + (x^2+9)\,\frac{\cancel{2}x}{\cancel{2}\sqrt{x^2+9}}\right]}{(x^2+9)^4\,(x^2+9)}$$

$$f''(x) = \frac{-9\left(2x(x^2+9) + x(x^2+9)\right)}{(x^2+9)^5\sqrt{x^2+9}} \quad (=)$$

$$f''(x) = \frac{-27x}{(x^2+9)^4\sqrt{x^2+9}}$$

x		0	
f''	+	0	−
f	∪		∩

(γ) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+9}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2\left(1+\frac{9}{x^2}\right)}}$

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x}{\overset{\ominus}{|x|}\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\cancel{x}}{-\cancel{x}\sqrt{1+\frac{9}{x^2}}} = -1.$

$\varepsilon_1 : y = -1$

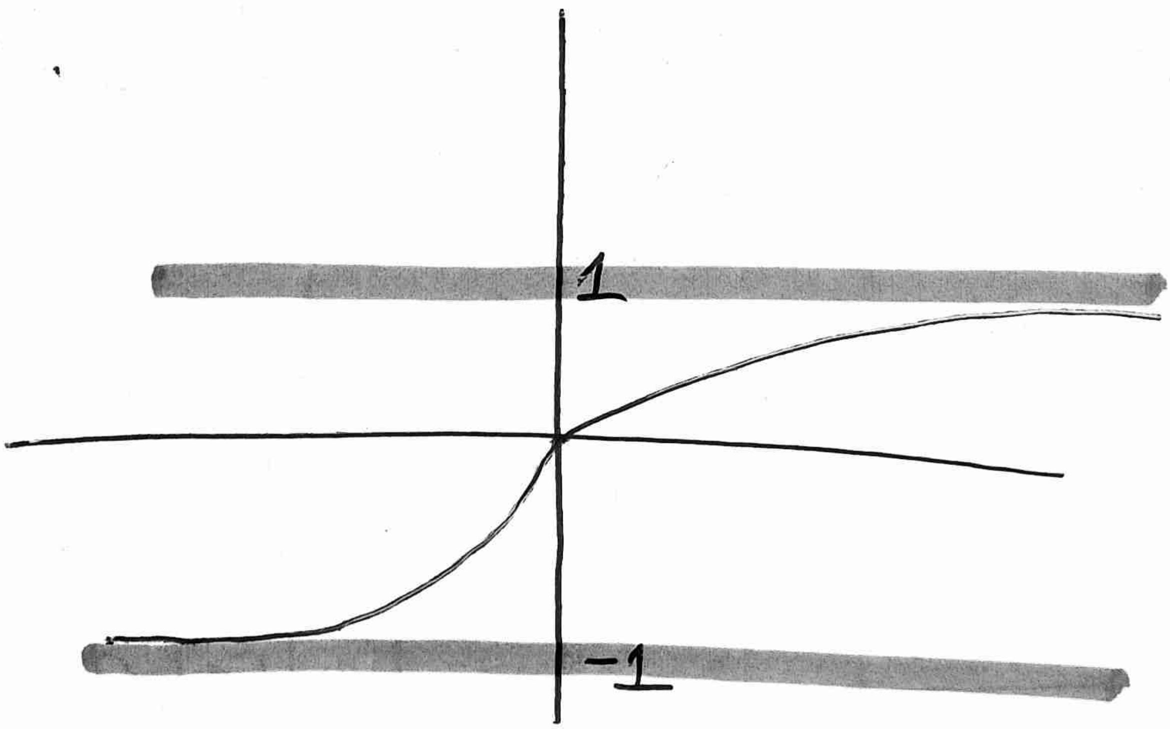
$-\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$

$\varepsilon_2 : y = 1$

$+\infty$

(δ).



Θεμα 2ο

$$f(x)=\begin{cases} e^{-x}+\alpha, & x<0 \\ 1-\sigma\upsilon\nu x, & 0\le x\le 2\pi \end{cases}$$

ⓐ $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(e^{-x}+\alpha)=1+\alpha$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(1-\sigma\upsilon\nu x)=0$

Αφου f συνεχης $1+\alpha=0 \Leftrightarrow \underline{\underline{\alpha=-1}}$

$$\boxed{f(x)=\begin{cases} e^{-x}-1, & x<0 \\ 1-\sigma\upsilon\nu x, & 0\le x\le 2\pi \end{cases}}$$

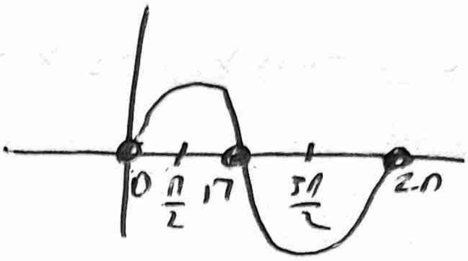
ⓑ $\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{e^{-x}-1}{x}=\lim\limits_{x\to 0}-e^{-x}=-1$

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1-\sigma\upsilon\nu x-0}{x-0}=$

$=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1-\sigma\upsilon\nu x}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\eta\mu x}{x}=1$

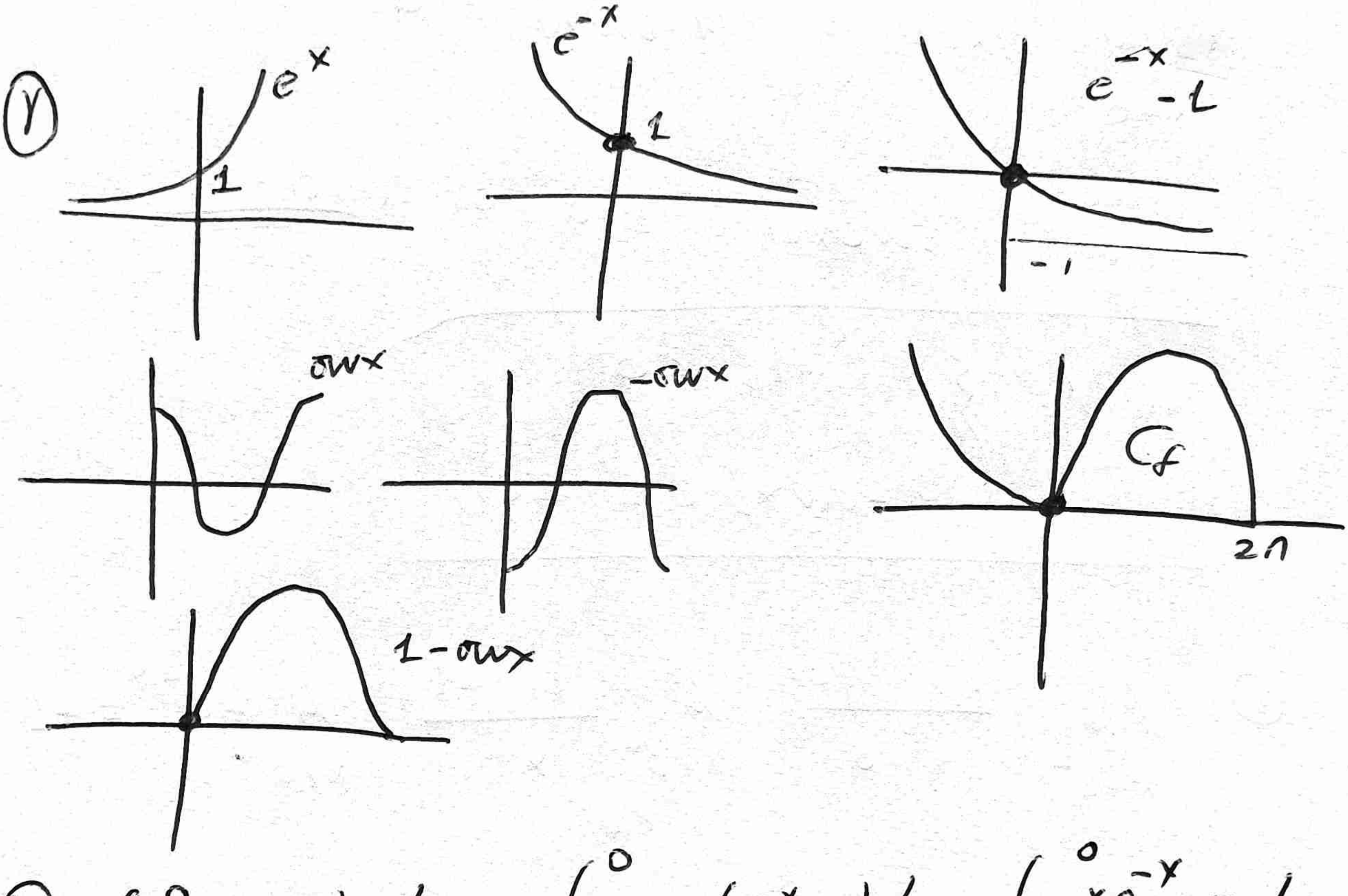
Η $f(x)$ <u>δεν</u> ειναι παρ/μη στο 0, αρα το 0 κρισιμο σημειο

$x<0$	$0<x\le 2\pi$
$f_1(x)=e^{-x}-1$	$f_2(x)=1-\sigma\upsilon\nu x$
$f_1'(x)=-e^{-x}<0$	$f_2'(x)=\eta\mu x$



Οι αποδεκτές ρίζες της $f'(x)$ είναι το π και το 2π τα οποία είναι και κρίσιμα σημεία

(γ)



(δ) $\int_{-1}^{0} x f(x)\,dx = \int_{-1}^{0} x\,(e^{-x}-1)\,dx = \int_{-1}^{0} xe^{-x} - x\,dx$

$= \int_{-1}^{0} xe^{-x}dx - \int_{-1}^{0} x\,dx = \int_{-1}^{0} x\,(-e^{-x})'dx - \frac{1}{2}(x^2)_{-1}^{0} =$

$= (-xe^{-x})_{-1}^{0} - \int_{-1}^{0} -e^{-x}dx + \frac{1}{2} = -e - (e^{-x})_{-1}^{0} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$